

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
MINAS GERAIS - *CAMPUS* IBIRITÉ
ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Pedro Henrique Araújo Souza

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE CONTROLADOR ROBUSTO E
CONTROLADOR ADAPTATIVO**

Ibirité - MG
2026

PEDRO HENRIQUE ARAÚJO SOUZA

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE CONTROLADOR ROBUSTO E CONTROLADOR ADAPTATIVO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - *Campus* Ibirité para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Henrique Barbosa de Carvalho Tavares

Ibirité - MG
2026

S729e

Souza, Pedro Henrique Araújo.

Estudo comparativo entre controlador robusto e controlador adaptativo
[manuscrito] / Pedro Henrique Araújo Souza. – 2026.
96 f. : il.

Orientador: Thiago Tavares.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais. *Campus* Ibirité,
Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação, 2026.

1. Motor de corrente contínua. 2. Controladores robustos. 3.
Controladores adaptativos. I. Tavares, Thiago. II. Instituto Federal de
Minas Gerais. *Campus* Ibirité. III. Título.

CDU: 681.5

Catálogo: Andresa Aredes Ferreira – Bibliotecária - CRB-6/3262

Pedro Henrique Araújo Souza

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE CONTROLADOR ROBUSTO E CONTROLADOR ADAPTATIVO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - *Campus Ibirité* para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Aprovado em: 03/ 07/ 2026 pela banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 THIAGO HENRIQUE BARBOSA DE CARVALHO TA
Data: 10/08/2026 18:40:47-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Thiago Henrique Barbosa de Carvalho Tavares - IFMG (Orientador)

Documento assinado digitalmente
 AMANDA DO CARMO SILVA
Data: 10/08/2026 17:57:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Amanda do Carmo Silva - IFMG

Documento assinado digitalmente
 CARLOS DIAS DA SILVA JÚNIOR
Data: 11/08/2026 17:12:28-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Carlos Dias da Silva Júnior - IFMG

Dedico esta monografia aos meus pais, maiores incentivadores e fontes inesgotáveis de apoio, amor e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda a minha família, especialmente aos meus pais e à minha irmã, por acreditarem em mim.

Agradeço ao meu orientador e a meus colegas que contribuíram para a realização deste trabalho.

“A educação não transforma o mundo. A educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo.”

Paulo Freire

RESUMO

Com o avanço dos sistemas automatizados e o aumento da complexidade dos processos industriais, é cada vez mais importante o desenvolvimento de estratégias de controle capazes de garantir desempenho, estabilidade e robustez diante de diferentes condições de operação. Nesse contexto, este trabalho apresenta um estudo comparativo entre técnicas clássicas, adaptativas e robustas de controle aplicadas a um motor de corrente contínua. Foram projetados e implementados os controladores PID, MRAC (Model Reference Adaptive Control), STR (Self-Tuning Regulator), Loop Shaping e H_∞ , utilizando o ambiente MATLAB/Simulink para modelagem e simulação. Os controladores foram avaliados por meio de respostas ao degrau e à rampa, tanto em condições nominais quanto na presença de perturbações, incluindo variações de carga, ruído na medição, alterações paramétricas e incertezas não modeladas. Os resultados demonstraram diferenças significativas entre as metodologias analisadas, evidenciando que controladores adaptativos apresentam maior capacidade de ajuste diante de mudanças na planta, enquanto controladores robustos possuem maior estabilidade e menor sensibilidade a perturbações. O controlador PID apresentou desempenho satisfatório em condições nominais, enquanto o Loop Shaping demonstrou um dos comportamentos mais rápidos e estáveis. Já o controlador H_∞ teve elevada robustez frente às incertezas consideradas. Concluindo que a escolha da estratégia de controle depende das características da aplicação e dos requisitos de desempenho desejados, não existindo uma solução totalmente superior para todos os cenários.

Palavras-chave: Controle Adaptativo. Controle Robusto. Motor CC. PID. MRAC. STR. H_∞ .

ABSTRACT

With the advancement of automated systems and the increasing complexity of industrial processes, the development of control strategies capable of ensuring performance, stability, and robustness under different operating conditions has become increasingly important. In this context, this work presents a comparative study between classical, adaptive, and robust control techniques applied to a direct current (DC) motor. PID, MRAC (Model Reference Adaptive Control), STR (Self-Tuning Regulator), Loop Shaping, and H_∞ controllers were designed and implemented using the MATLAB/Simulink environment for modeling and simulation. The controllers were evaluated through step and ramp responses, both under nominal conditions and in the presence of disturbances, including load variations, measurement noise, parametric changes, and unmodeled uncertainties. The results demonstrated significant differences among the analyzed methodologies, showing that adaptive controllers provide greater adjustment capability in the presence of plant variations, while robust controllers offer greater stability and lower sensitivity to disturbances. The PID controller presented satisfactory performance under nominal conditions, whereas the Loop Shaping controller demonstrated one of the fastest and most stable responses. The H_∞ controller, in turn, exhibited high robustness against the considered uncertainties. It is concluded that the choice of a control strategy depends on the characteristics of the application and the desired performance requirements, and that no single solution can be considered universally superior for all scenarios.

Keywords: Adaptive Control. Robust Control. DC Motor. PID. MRAC. STR. H_∞ .

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação de um sistema de controle em malha aberta	21
Figura 2 – Representação de um sistema de controle em malha fechada	21
Figura 3 – Regiões de Estabilidade no Plano Complexo	24
Figura 4 – Fluxograma da obtenção da resposta do sistema no domínio do tempo e da frequência	26
Figura 5 – Esquema do Motor CC	30
Figura 6 – Diagrama Elétrico de um Motor CC	31
Figura 7 – Diagrama Mecânico do rotor de um Motor CC	32
Figura 8 – Diagrama de Blocos equivalente do Motor CC	34
Figura 9 – Diagrama de Blocos do Controlador PID	35
Figura 10 – Diagrama de Blocos de um Sistema Adaptativo	37
Figura 11 – Diagrama de Blocos do MRAC	39
Figura 12 – Representação geral de um sistema com incerteza estruturada	41
Figura 13 – Modelagem do Motor de Corrente Contínua via Simulink	47
Figura 14 – Resposta ao Degrau do Motor em Malha Aberta	47
Figura 15 – Diagrama de Blocos do Controlador PID implementado via Simulink. . . .	51
Figura 16 – Resposta Temporal do Controlador PID implementado via Simulink. . . .	52
Figura 17 – Diagrama de Blocos do Controlador MRAC implementado via Simulink . .	56
Figura 18 – Resposta Temporal do Controlador MRAC implementado via Simulink. . .	56
Figura 19 – Diagrama de Blocos do Controlador Adaptativo Indireto baseado na meto- dologia do STR implementado via Simulink.	60
Figura 20 – Resposta Temporal Controlador Adaptativo Indireto baseado na metodologia do STR implementado via Simulink.	61
Figura 21 – Diagrama de Bode	64
Figura 22 – Diagrama de Blocos do Controlador <i>Loop Shaping</i> implementado via Simulink. .	65
Figura 23 – Resposta Temporal do Controlador <i>Loop Shaping</i> implementado via Simulink. .	65
Figura 24 – Análise de Robustez do Controlador Moderno baseado na metodologia H_∞ implementado via Simulink	70
Figura 25 – Diagrama de Blocos do Controlador Moderno baseado na metodologia H_∞ implementado via Simulink	71
Figura 26 – Resposta Temporal do Controlador Moderno baseado na metodologia H_∞ implementado via Simulink.	72
Figura 27 – Diagrama de Blocos do Controlador PID com as perturbações implementado via Simulink.	74
Figura 28 – Respostas ao Degrau dos Controladores sem Perturbação	76
Figura 29 – Respostas à Rampa dos Controladores sem Perturbação	77
Figura 30 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Perturbação de Carga	79
Figura 31 – Respostas à Rampa dos Controladores com Perturbação de Carga	80

Figura 32 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Ruído na Medição	82
Figura 33 – Respostas à Rampa dos Controladores com Ruído na Medição	82
Figura 34 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Variação Paramétrica	85
Figura 35 – Respostas à Rampa dos Controladores com Variação Paramétrica	85
Figura 36 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Incerteza não Modelada	88
Figura 37 – Respostas à Rampa dos Controladores com Incerteza não Modelada	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relação entre o tipo do sistema, constantes de erro e erro em regime estacionário	23
Tabela 2 – Parâmetros do motor	44
Tabela 3 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador PID	52
Tabela 4 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador PID	52
Tabela 5 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador MRAC	57
Tabela 6 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador MRAC	57
Tabela 7 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador STR	61
Tabela 8 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador STR	61
Tabela 9 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador <i>Loop Shaping</i>	66
Tabela 10 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador <i>Loop Shaping</i>	66
Tabela 11 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador moderno baseado na metodologia H^∞	72
Tabela 12 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador moderno baseado na metodologia H^∞	72
Tabela 13 – Resultados da resposta ao degrau sem perturbação	77
Tabela 14 – Resultados da resposta à rampa sem perturbação	77
Tabela 15 – Resultados da resposta ao degrau com perturbação de carga	80
Tabela 16 – Resultados da resposta à rampa com perturbação de carga	80
Tabela 17 – Resultados da resposta ao degrau com ruído na medição	83
Tabela 18 – Resultados da resposta à rampa com ruído na medição	83
Tabela 19 – Resultados da resposta ao degrau com variação paramétrica	86
Tabela 20 – Resultados da resposta à rampa com variação paramétrica	86
Tabela 21 – Resultados da resposta ao degrau com incerteza não modelada	89
Tabela 22 – Resultados da resposta à rampa com incerteza não modelada	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CC	Corrente Contínua
IFMG	Instituto Federal de Minas Gerais
MRAC	Model Reference Adaptive Control
PID	Proporcional Integral Derivativo
STR	Self-Tuning Regulator

LISTA DE SÍMBOLOS

K_p	Ganho proporcional
K_i	Ganho integral
K_d	Ganho derivativo
$e(t)$	Erro de rastreamento
$u(t)$	Sinal de controle
$y(t)$	Saída da planta
$r(t)$	Sinal de referência
ω	Velocidade angular
ζ	Coefficiente de amortecimento
ω_n	Frequência natural
H_∞	Norma H-Infinito

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Objetivos	18
<i>1.1.1</i>	<i>Objetivo geral</i>	<i>18</i>
<i>1.1.2</i>	<i>Objetivos específicos</i>	<i>18</i>
1.2	Justificativa	19
1.3	Organização do Texto	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Sistemas de Controle	20
<i>2.1.1</i>	<i>Conceito de Sistemas de Controle</i>	<i>20</i>
<i>2.1.2</i>	<i>Malha Aberta e Malha Fechada</i>	<i>20</i>
<i>2.1.3</i>	<i>Funcionamento do Sistema em Malha Fechada</i>	<i>21</i>
<i>2.1.4</i>	<i>Erro de Controle e Erro em Regime Permanente</i>	<i>22</i>
<i>2.1.5</i>	<i>Estabilidade</i>	<i>23</i>
2.2	Modelagem de Sistemas Dinâmicos	25
<i>2.2.1</i>	<i>Conceitos de Modelagem</i>	<i>25</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Tipos de Modelagem</i>	<i>26</i>
<i>2.2.3</i>	<i>Representações Matemáticas</i>	<i>27</i>
<i>2.2.4</i>	<i>Sistemas Lineares e Não Lineares</i>	<i>28</i>
2.3	Motor de Corrente Contínua	28
<i>2.3.1</i>	<i>Introdução ao Motor CC</i>	<i>28</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Modelagem Elétrica</i>	<i>30</i>
<i>2.3.3</i>	<i>Modelagem Mecânica</i>	<i>31</i>
<i>2.3.4</i>	<i>Função de Transferência</i>	<i>32</i>
2.4	Controlador PID	34
<i>2.4.1</i>	<i>Fundamentos do Controlador PID</i>	<i>34</i>
2.5	Controlador Adaptativo	35
<i>2.5.1</i>	<i>Fundamentos do Controlador Adaptativo</i>	<i>35</i>
<i>2.5.2</i>	<i>Estrutura de um Sistema Adaptativo</i>	<i>37</i>
<i>2.5.3</i>	<i>Classificação dos Controladores Adaptativos</i>	<i>38</i>

2.5.4	<i>Análise de Desempenho e Limitações</i>	39
2.6	Controlador Robusto	40
2.6.1	<i>Fundamentos do Controle Robusto</i>	40
2.6.2	<i>Modelagem de Incertezas e Conceito de Robustez</i>	41
2.6.3	<i>Técnicas de Controle Robusto</i>	42
2.6.4	<i>Análise de Desempenho e Limitações</i>	43
3	MODELAGEM DO MOTOR CC	44
3.1	Escolha do Motor	44
3.2	Modelagem Matemática do Motor CC	44
3.2.1	<i>Parâmetros Mecânicos e Elétricos do Motor CC</i>	44
3.2.2	<i>Equação Elétrica</i>	45
3.2.3	<i>Equação Mecânica</i>	45
3.2.4	<i>Função de Transferência do Motor</i>	46
3.3	Modelagem no Simulink	46
4	PROJETO DOS CONTROLADORES	50
4.1	Controlador Clássico (PID)	50
4.1.1	<i>Formulação Matemática do Controlador PID</i>	50
4.1.2	<i>Implementação do Controlador PID</i>	50
4.2	Controlador Adaptativo Direto (MRAC)	53
4.2.1	<i>Formulação Matemática do Controlador MRAC</i>	53
4.2.2	<i>Implementação do Controlador MRAC</i>	54
4.3	Controlador Adaptativo Indireto (STR)	58
4.3.1	<i>Formulação Matemática do Controlador STR</i>	58
4.3.2	<i>Implementação do Controlador STR</i>	58
4.4	Controlador Robusto Clássico (Loop Shaping)	62
4.4.1	<i>Formulação Matemática do Controlador Loop Shaping</i>	62
4.4.2	<i>Implementação do Controlador Loop Shaping</i>	63
4.4.3	<i>Controlador Robusto Moderno baseado na metodologia H_{∞}</i>	66
4.4.3.1	<i>Formulação Matemática da metodologia H_{∞}</i>	66
4.4.3.2	<i>Implementação do Controlador Robusto Moderno baseado na metodologia H_{∞}</i>	67

4.5	Perturbações aplicadas ao Sistema	73
4.5.1	<i>Perturbação de Carga</i>	74
4.5.2	<i>Ruído na Medição</i>	74
4.5.3	<i>Variação de Parâmetro</i>	74
4.5.4	<i>Incerteza não modelada</i>	75
5	RESULTADOS	76
5.1	Resposta sem Perturbações	76
5.2	Análise sob Perturbações	79
5.2.1	<i>Perturbação de Carga</i>	79
5.2.2	<i>Ruído na Medição</i>	81
5.2.3	<i>Variação paramétrica</i>	84
5.2.4	<i>Incerteza não modelada</i>	87
6	CONCLUSÃO	91
	REFERÊNCIAS	93
	APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR STR	95

1 INTRODUÇÃO

Segundo Dorf e Bishop (2018), o desenvolvimento tecnológico e a crescente complexidade dos processos industriais têm impulsionado a busca por sistemas cada vez mais eficientes, seguros e automatizados. Nesse contexto, os sistemas de controle desempenham um papel fundamental, sendo responsáveis por garantir que determinadas variáveis do sistema apresentem os comportamentos desejados, mesmo na presença de perturbações e variações no ambiente de operação.

Os sistemas de controle estão amplamente presentes em diversas aplicações da engenharia, como na automação industrial, em processos químicos e petroquímicos, em sistemas de geração de energia, além de suas aplicações em robótica e sistemas embarcados (Kuo; Golnaraghi, 2010). Em geral, estes sistemas se utilizam de sensores, atuadores e controladores para monitorar e ajustar continuamente o comportamento de um processo, permitindo maior precisão, repetibilidade e confiabilidade quando comparados à operação manual.

Mesmo com os avanços nesta área, o projeto de sistemas de controle enfrenta desafios significativos relacionados à modelagem dos processos físicos. Em muitos casos, os modelos matemáticos utilizados são apenas aproximações da realidade. Conforme apontam Skogestad e Postlethwaite (2007), estes modelos podem apresentar incertezas decorrentes de suas simplificações, variações de parâmetros ao longo do tempo, não linearidades e presença de ruídos e perturbações externas. Essas limitações podem comprometer o desempenho de controladores tradicionais mais simples, especialmente quando projetados com base em condições ideais ou fixas de operação.

Desta forma, surgem estratégias de controle mais avançadas, capazes de lidar de forma mais eficaz com incertezas e variações do sistema. Dentre essas abordagens, Ioannou e Sun (2012) destacam o controle robusto e o controle adaptativo, que representam duas vertentes conceitualmente distintas para o tratamento de incertezas em sistemas dinâmicos.

De acordo com Zhou, Doyle e Glover (1998), o controle robusto baseia-se no desenvolvimento de controladores capazes de garantir a estabilidade e o desempenho satisfatórios do sistema, mesmo diante de incertezas limitadas no modelo. Nessa abordagem, assume-se a existência de um modelo nominal associado a limites de variações conhecidos, permitindo que a estrutura de controle seja projetada para suportar tais oscilações sem a necessidade de reajustes automáticos durante a operação.

Por outro lado, Åström e Wittenmark (1995) mostram que o controle adaptativo tem como característica fundamental a capacidade de modificar seus próprios parâmetros em tempo real, baseando-se no comportamento observado do sistema. Dessa forma, a estrutura de controle adapta-se continuamente às variações dinâmicas do processo, reduzindo os efeitos das incertezas e assegurando a manutenção do desempenho especificado.

Embora ambas as abordagens tenham como objetivo lidar com incertezas, elas apre-

sentam diferenças importantes em termos de concepção, implementação e comportamento. Enquanto o controle robusto prioriza o desempenho dentro de limites previamente estabelecidos, o controle adaptativo busca melhorar o desempenho ao longo do tempo por meio da adaptação dos parâmetros do controlador, priorizando a adaptabilidade do sistema.

Assim, torna-se necessária a realização de estudos que permitam analisar e comparar essas duas estratégias, especialmente no contexto de aplicações práticas, como observado no estudo desenvolvido por Lima *et al.* (2023). A compreensão das vantagens, limitações e características de cada abordagem contribui para a escolha adequada do método de controle em diferentes cenários da engenharia, além de aprofundar o entendimento sobre o projeto de controladores avançados.

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre as estratégias de controle robusto e adaptativo aplicadas à regulação de velocidade de um motor de corrente contínua (CC). A escolha dessa planta justifica-se por sua ampla utilização em aplicações industriais e acadêmicas, conforme destacado por Chapman (2013), além da disponibilidade de modelos matemáticos bem estabelecidos na literatura que facilitam os ensaios de análise e simulação.

1.1 Objetivos

1.1.1 *Objetivo geral*

Realizar um estudo comparativo entre controladores robustos e adaptativos aplicados ao controle de velocidade de um motor de corrente contínua, avaliando seu desempenho em diferentes condições de operação.

1.1.2 *Objetivos específicos*

- Modelar matematicamente o motor de corrente contínua, considerando suas equações elétricas e mecânicas;
- Desenvolver o modelo do sistema no ambiente de simulação (Simulink ou equivalente);
- Implementar um controlador robusto para o sistema modelado;
- Implementar um controlador adaptativo para o mesmo sistema;
- Avaliar o desempenho dos controladores em diferentes condições de operação;
- Comparar os resultados obtidos, analisando critérios como estabilidade, tempo de resposta e erro em regime permanente.

1.2 Justificativa

O estudo de técnicas avançadas de controle, como o controle robusto e o controle adaptativo, é de grande importância para a formação de engenheiros, especialmente diante das crescentes exigências de desempenho e confiabilidade em sistemas industriais. No entanto, grande parte dos materiais disponíveis sobre estes temas apresenta um nível de complexidade elevado, sendo frequentemente direcionados a estudos e monografias de pós-graduação.

Dessa forma, este trabalho busca contribuir com a compreensão desses conceitos por meio de uma abordagem mais acessível, mantendo o rigor técnico necessário, mas facilitando o entendimento para estudantes em nível de graduação. Além disso, a comparação entre diferentes estratégias de controle permite evidenciar suas aplicações práticas, auxiliando na escolha de técnicas mais adequadas para diferentes tipos de sistemas.

1.3 Organização do Texto

Este trabalho está estruturado em seis capítulos.

O Capítulo 1 apresenta a introdução, focando na contextualização do tema, o problema proposto, a explicação dos controles, comparação entre os mesmos, a motivação do trabalho e seus principais objetivos.

O Capítulo 2 aborda a fundamentação teórica necessária ao desenvolvimento do trabalho, contemplando os conceitos de sistemas de controle, os principais tipos de controladores, as estratégias de controle avançado e seus respectivos diagramas de blocos.

No Capítulo 3 é realizada a modelagem do sistema estudado, o formato matemático do motor de corrente contínua.

O Capítulo 4 apresenta o projeto dos controladores, descrevendo a implementação das diferentes estratégias de controle consideradas no trabalho.

O Capítulo 5 discute os resultados obtidos por meio de simulações. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões e considerações finais do trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Sistemas de Controle

2.1.1 Conceito de Sistemas de Controle

Conforme os fundamentos estabelecidos por Nise (2017), um sistema de controle consiste em um conjunto de componentes físicos ou algoritmos conectados, com o propósito de comandar, dirigir ou regular o comportamento de outro sistema, geralmente denominado planta ou processo. A essência de um projeto de controle consiste em estabelecer uma estratégia que garanta um desempenho esperado, manipulando as grandezas para que o sistema responda de forma previsível e estável a estímulos externos.

Desta forma, o funcionamento de qualquer sistema de controle se baseia na relação entre o sinal de entrada e o sinal de saída. A entrada, chamada frequentemente de referência (r), representa o valor desejado ou o comando enviado ao sistema. Já a saída, ou variável controlada (y), é a grandeza física real que se deseja monitorar ou alterar, podendo ser a temperatura, posição, ou velocidade do sistema. O papel do controlador é processar a referência e gerar uma ação de controle, comumente designada como $u(t)$, que atua sobre o processo para que a variável controlada atinja o estado almejado.

Dentre os principais objetivos do sistema de controle, estão a estabilização e o seguimento de trajetória. A estabilização foca em encontrar um sinal de controle $u(t)$ capaz de manter o equilíbrio do sistema, garantindo uma saída $y(t)$ que tenda para um valor estacionário ou tenda a zero em problemas de regulação. Por outro lado, o seguimento de trajetória busca garantir que a variável controlada acompanhe uma referência $r(t)$ variante no tempo, como no rastreamento de um alvo por um radar ou na movimentação precisa de um braço robótico em uma linha de montagem.

2.1.2 Malha Aberta e Malha Fechada

Dentre os tipos e conceitos de Sistema de Controle, a distinção mais relevante reside na forma como a informação de saída é utilizada para influenciar a ação de controle, classificando os sistemas em Malha Aberta (MA) ou Malha Fechada (MF), conforme apresentado por Ogata (2011) e Dorf e Bishop (2018). Um sistema de controle em malha aberta caracteriza-se por uma estrutura direta, na qual um dispositivo atuador atua sobre o processo sem a utilização de realimentação (*feedback*). Nesse cenário, a ação de controle independe da saída real do sistema, baseando-se estritamente na calibração prévia do controlador. Exemplos cotidianos incluem máquinas de lavar roupas, que executam ciclos temporizados independentemente do nível de limpeza final, ou sistemas convencionais de injeção de combustível no automóvel, que operam com parâmetros fixos, sem monitorar a composição dos gases de escape em tempo real.

Por outro lado, um sistema de controle em malha fechada utiliza a medição da variável

de saída para realimentar o sistema, permitindo uma comparação contínua entre a resposta real e a referência (entrada desejada). Este formato é amplamente empregado em sistemas de alta precisão, como robôs industriais, aeronaves e leitores de disco magnético, nos quais o desempenho de um subsistema é constantemente monitorado e corrigido por um controlador central. A principal distinção estrutural reside na presença do laço de realimentação. Enquanto a malha aberta é vulnerável a distúrbios e variações nos parâmetros internos, a realimentação na malha fechada permite corrigir erros automaticamente, garantindo que o sistema compense desvios entre a saída $y(t)$ e a referência $r(t)$.

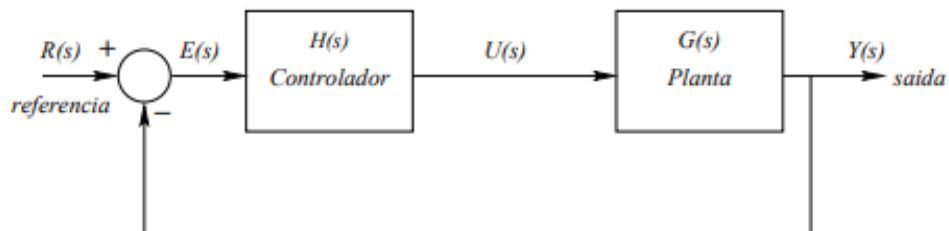
Como visto por Franklin, Powell e Emami-Naeini (2015), as vantagens da malha fechada incluem maior robustez frente a incertezas, redução da sensibilidade a ruídos externos e a capacidade de estabilizar processos naturalmente instáveis. Para ilustrar essas diferenças conceituais, as Figuras 1 e 2 apresentam representações em diagramas de blocos baseadas em Maruyama (2004).

Figura 1 – Representação de um sistema de controle em malha aberta



Fonte: Maruyama (2004)

Figura 2 – Representação de um sistema de controle em malha fechada



Fonte: Maruyama (2004)

2.1.3 Funcionamento do Sistema em Malha Fechada

A arquitetura de um sistema em malha fechada baseia-se na existência de um laço de realimentação que permite a comparação contínua entre o comportamento real do processo e o objetivo desejado (Nise, 2017). Assim, durante o projeto de controle, é analisada a trajetória

dos sinais através de seus blocos funcionais básicos: o comparador, o controlador, o atuador, o processo (planta) e o sensor.

O fluxo do sinal se inicia no comparador, onde a referência $r(t)$ é confrontada com o sinal realimentado vindo do sensor. O resultado dessa subtração gera o sinal de erro $e(t) = r(t) - y(t)$, que serve como a principal informação de entrada para o controlador. O controlador processa esse erro por meio de leis matemáticas e envia um sinal de controle ao atuador. O atuador tem a função de converter sinais de baixa energia, como a tensão de controle, em sinais de alta potência, como o torque de um motor, para manipular o processo de forma física.

Assim, a variável controlada $y(t)$ é monitorada pelo sensor ou transdutor, que fecha a malha ao enviar uma representação elétrica da saída de volta ao comparador. Essa estrutura garante que, caso surjam distúrbios externos que afastem a saída do valor desejado, o sistema detecte o erro imediatamente e gere uma nova ação corretiva. Essa dinâmica permite que o sistema apresente capacidade de autorregulação e maior precisão no acompanhamento da referência.

2.1.4 Erro de Controle e Erro em Regime Permanente

O desempenho de um sistema de controle realimentado é frequentemente avaliado pela sua capacidade de seguir uma referência com precisão. Essa fidelidade é medida através do sinal de erro, definido matematicamente no domínio do tempo como $e(t) = r(t) - y(t)$, que representa a diferença instantânea entre a entrada de referência e a saída real do sistema. Em uma situação ideal, a saída $y(t)$ deve se aproximar ao máximo da referência $r(t)$, resultando em erro nulo ou mínimo.

No entanto, a resposta de um sistema é dividida em duas fases, a resposta transitória e a resposta em regime permanente. Enquanto a primeira descreve o comportamento inicial do sistema após uma mudança na entrada, o erro em regime permanente corresponde ao valor assumido pelo erro após o desaparecimento dos efeitos transitórios, quando o sistema atinge o regime estacionário. Este erro é calculado no domínio da frequência, utilizando o Teorema do Valor Final (Ogata, 2011):

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (2.1)$$

A magnitude desse erro depende diretamente de dois fatores: o tipo do sinal de entrada aplicado, como degrau, rampa ou parábola, e o tipo do sistema, definido pela quantidade de integradores puros presentes na função de transferência em malha aberta. Para caracterizar essa capacidade de rastreamento, é definido constantes de erro estático, que sintetizam o comportamento do sistema frente a diferentes estímulos.

A Constante de Erro de Posição (K_p) está relacionada a entradas do tipo degrau unitário. Sistemas do tipo 0 apresentam erro de posição finito, enquanto sistemas de tipo 1 ou maior conseguem anular esse erro.

A Constante de Erro de Velocidade (K_v) está relacionada a entradas do tipo rampa. É necessária a presença de pelo menos um integrador, caracterizando um sistema do tipo 1, para que a resposta à entrada em rampa apresente erro finito.

A Constante de Erro de Aceleração (K_a) se refere a entradas parabólicas, exigindo sistemas do tipo 2 ou superior para manter o erro sob controle.

Conforme apresentado por Angelico, Scalassara e Vargas (2013), a relação entre essas constantes, o tipo do sistema e as entradas clássicas de teste é sintetizada na Tabela 1. Essa análise é necessária para o projeto de controladores, pois permite prever se a arquitetura será capaz de atender aos requisitos de precisão exigidos na aplicação.

Tabela 1 – Relação entre o tipo do sistema, constantes de erro e erro em regime estacionário

Tipos de sistema	Constantes de erro			Erro de estado estável	Entrada de rampa	Entrada de parábola
j	K_p	K_v	K_a	$\frac{R}{1 + K_p}$	$\frac{R}{K_v}$	$\frac{R}{K_a}$
0	K	0	0	$\frac{R}{1 + K}$	∞	∞
1	∞	K	0	0	$\frac{R}{K}$	∞
2	∞	∞	K	0	0	$\frac{R}{K}$
3	∞	∞	∞	0	0	0

Fonte: Adaptado de Angelico, Scalassara e Vargas (2013).

2.1.5 Estabilidade

Segundo Dorf e Bishop (2018), a estabilidade é o requisito mais fundamental em qualquer projeto de engenharia de controle. Um sistema é considerado estável quando, ao ser submetido a uma perturbação ou entrada específica, sua resposta permanece sob controle e não diverge para o infinito. Dessa forma, a estabilidade garante que o sistema não apresente comportamentos perigosos, como oscilações descontroladas ou saturação destrutiva de componentes físicos, mesmo que, isoladamente, ela não garanta um desempenho ideal da resposta transitória.

De maneira geral, um sistema linear e invariante no tempo é classificado como estável se apresentar o comportamento conhecido como Estabilidade BIBO (Bounded Input, Bounded Output), ou seja, para qualquer entrada limitada, a saída do sistema também deve ser limitada. Caso a saída cresça monotonamente ou apresente oscilações com amplitude crescente após a aplicação de um estímulo finito, o sistema é declarado instável. Existe ainda o comportamento de estabilidade marginal, ou neutro, em que o sistema mantém uma oscilação de amplitude constante, no limite entre a operação segura e a falha.

A análise técnica dessa condição é realizada através da localização dos polos da função de transferência em malha fechada no plano complexo, sendo ditada pela parte real desses polos:

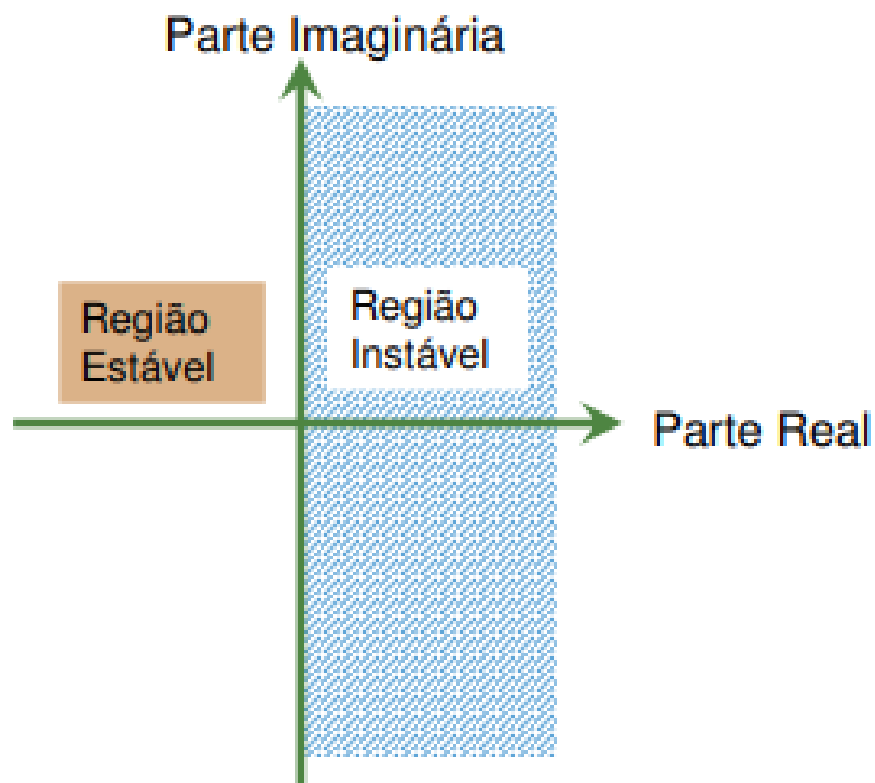
Em sistemas estáveis, todos os polos possuem parte real negativa e estão localizados no semiplano esquerdo do plano complexo, fazendo com que seus modos de resposta decaiam exponencialmente ao longo do tempo.

Os sistemas instáveis possuem pelo menos um polo com parte real positiva, localizado no semiplano direito do plano complexo, dando origem a um modo dominante que cresce indefinidamente e torna o sistema instável.

Além destes, há sistemas marginalmente estáveis, que ocorrem quando existem polos sobre o eixo imaginário e os demais estão no semiplano esquerdo.

Conforme apresentado por Bojorge (2017), a estabilidade pode ser analisada por meio da localização dos polos no plano complexo. Observando que sistemas cujos polos possuem parte real negativa são estáveis, enquanto polos com parte real positiva são instáveis. A Figura 3 apresenta essa representação.

Figura 3 – Regiões de Estabilidade no Plano Complexo



Fonte: Bojorge (2017))

2.2 Modelagem de Sistemas Dinâmicos

2.2.1 Conceitos de Modelagem

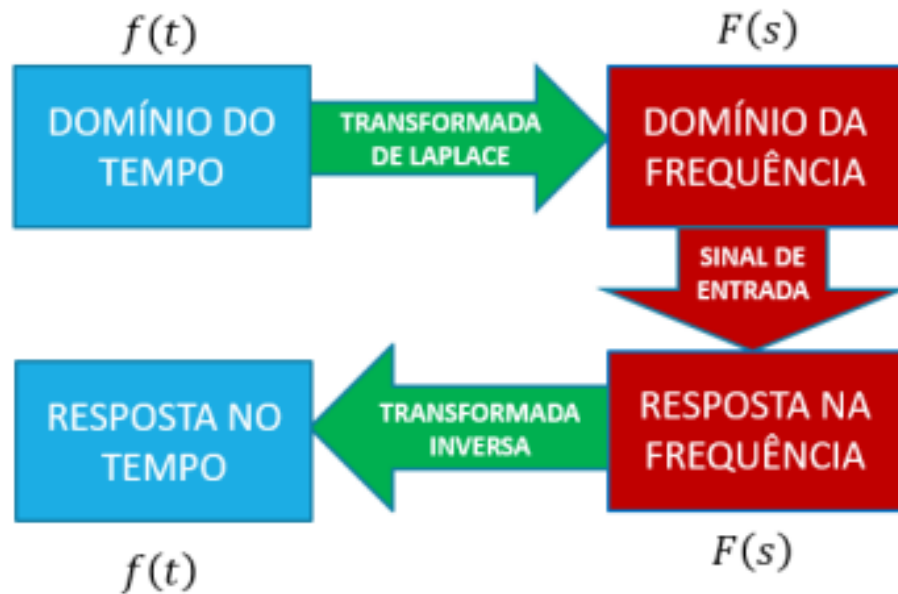
De forma análoga aos conceitos de Ogata (2011), a modelagem matemática de sistemas dinâmicos é o processo de abstração que visa representar as características essenciais de um sistema real por meio de uma linguagem formal. O objetivo principal dessa etapa é permitir a previsão do comportamento do processo, a análise de sua resposta a diferentes estímulos e, principalmente, viabilizar o projeto de controle baseado em modelo. Sem uma representação fiel da dinâmica do sistema, torna-se impraticável otimizar parâmetros ou garantir a estabilidade em malha fechada.

As representações de um sistema podem ser classificadas em modelos físicos ou matemáticos. O modelo físico consiste em uma réplica em escala menor que mimetiza o processo real, sendo útil para testes operacionais diretos, embora apresente limitações de custo e manutenção. Por outro lado, o modelo matemático utiliza equações diferenciais para descrever a evolução das grandezas de interesse ao longo do tempo. Esse tipo de modelo é preferível devido à sua capacidade de reutilização, por não estar sujeito ao desgaste físico dos materiais e por permitir simulações computacionais complexas com baixo custo computacional.

A construção de um modelo matemático rigoroso segue etapas fixas, desde a definição do problema a ser resolvido, a aplicação de leis fundamentais para o sistema até a validação experimental. Em sistemas dinâmicos, a modelagem foca em elementos que armazenam ou dissipam energia, como capacitores, indutores e amortecedores. Essas interações resultam em Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) que, para facilitar o projeto de controladores lineares, são convertidas do domínio do tempo para o domínio da frequência por meio da Transformada de Laplace. Essa transformação converte operações diferenciais complexas em equações algébricas, simplificando a análise de estabilidade e o cálculo de funções de transferência.

Conforme apresentado por Rosa (2023), o fluxograma apresentado na Figura 4 ilustra a obtenção da resposta de sistemas dinâmicos nos domínios do tempo e da frequência.

Figura 4 – Fluxograma da obtenção da resposta do sistema no domínio do tempo e da frequência



Fonte: Rosa (2023)

2.2.2 Tipos de Modelagem

A abordagem utilizada para a obtenção do modelo matemático de um sistema dinâmico varia conforme a disponibilidade de informações sobre o processo. De forma geral, as metodologias são divididas em modelagem por primeiros princípios (caixa branca) e identificação por dados (caixa preta).

Conforme discutido por Rosa (2023), a modelagem de caixa branca se baseia em leis e princípios físicos fundamentais, como as leis de Newton para sistemas mecânicos, e as leis de Kirchhoff para circuitos elétricos. Dessa forma, o modelo é construído a partir de um conhecimento aprofundado da estrutura interna e dos componentes do sistema, resultando em equações que possuem significado físico direto. A grande vantagem desta técnica é a sua precisão e a capacidade de prever o comportamento do sistema mesmo em condições de operação nunca antes testadas. No entanto, ela exige um esforço analítico considerável e pode se tornar muito complexa em processos que envolvem fenômenos não lineares de difícil parametrização.

Já a modelagem de caixa preta se baseia na identificação de sistemas por meio de dados experimentais, com foco na relação entre os sinais de entrada e saída, sem a necessidade de compreender a física interna ou a estrutura constitutiva do processo. Seu objetivo é encontrar uma função matemática que se ajuste aos dados observados com o menor erro possível. Apesar de ser uma abordagem mais rápida e menos dependente de especialistas na física do processo, o modelo resultante é puramente observativo, o que limita sua validade ao domínio dos dados

utilizados na identificação. Isso significa que alterações nas condições de operação ou na dinâmica da planta podem reduzir a precisão do modelo, exigindo a aquisição de novos dados ou a atualização dos parâmetros estimados para manter sua representatividade.

Além dessas abordagens, é comum a utilização da modelagem de caixa cinza, em que se utiliza a estrutura física da caixa branca para definir a forma das equações, enquanto os parâmetros específicos são descobertos pela identificação de dados.

2.2.3 Representações Matemáticas

Ao representar matematicamente um sistema dinâmico, a escolha da representação depende da complexidade do processo e da técnica de controle que se busca aplicar, conforme apresentado por Chen (2012). São utilizadas três técnicas principais para facilitar o projeto de controladores: as equações diferenciais, a função de transferência e o espaço de estados (Nise, 2017; Ogata, 2011).

A representação por equações diferenciais constitui a forma mais direta de descrever a dinâmica de um sistema, relacionando as variáveis físicas e suas taxas de variação, sendo empregada, por exemplo, na modelagem do sistema massa-mola-amortecedor (Ogata, 2011), , comumente representado pela seguinte equação de segunda ordem:

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (2.2)$$

Embora as equações diferenciais constituam a representação mais direta da dinâmica do sistema, sua manipulação torna-se trabalhosa em modelos de maior complexidade. Para contornar essa limitação, emprega-se a Função de Transferência, obtida por meio da Transformada de Laplace, que converte o modelo do domínio do tempo para o domínio da frequência, simplificando sua análise e o projeto de sistemas de controle (Nise, 2017). Além disso, ela define a relação entre a saída e a entrada do sistema (Ogata, 2011), sendo expressa pela seguinte equação:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (2.3)$$

Entretanto, para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, a representação em Espaço de Estados torna-se mais adequada (Ogata, 2011). Nessa abordagem, em vez de uma única equação diferencial de ordem elevada, o sistema é descrito por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem em formato matricial, composto pela equação de estado e pela equação de saída:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.4)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.5)$$

Essa representação é amplamente empregada em ferramentas computacionais e em técnicas modernas de controle, como o controle adaptativo (Åström; Wittenmark, 1995), pois permite a atualização das matrizes em tempo real para lidar com mudanças na planta. Por fim, os diagramas de blocos constituem uma importante ferramenta de representação gráfica, permitindo visualizar a interconexão entre os subsistemas e compreender o fluxo de sinais ao longo do sistema (Nise, 2017; Ogata, 2011).

2.2.4 Sistemas Lineares e Não Lineares

O comportamento de um sistema de controle dinâmico baseia-se no monitoramento e no ajuste contínuos de uma planta ao longo do tempo, com o objetivo de estabilizar suas variações, as quais podem apresentar natureza linear ou não linear. Segundo Khalil (2002), os sistemas lineares são aqueles que operam baseados nos princípios da superposição e da homogeneidade, o que os torna previsíveis e permite o uso de ferramentas matemáticas potentes, como a Transformada de Laplace. Porém, a maioria das plantas reais apresenta comportamento não linear decorrente de fenômenos como o atrito, folgas mecânicas e saturação de atuadores.

Devido a essa complexidade, é preciso linearizar em torno de um ponto de operação, utilizando expansões matemáticas para aproximar o comportamento não linear por um modelo linear em uma determinada região, facilitando a análise e o projeto de controle clássico. Caso essa aproximação não seja suficiente, empregam-se estratégias mais avançadas, como controle fuzzy ou redes neurais, para representar as não linearidades do processo.

Ao comparar essas duas abordagens, observa-se que o controle robusto projeta compensadores capazes de lidar com as incertezas decorrentes das não linearidades (Skogestad; Postlethwaite, 2007), enquanto o controle adaptativo busca ajustar os parâmetros do controlador em tempo real (Åström; Wittenmark, 1995) para acompanhar as mudanças de comportamento do sistema, garantindo estabilidade mesmo em condições variadas. Neste trabalho, esses conceitos são aplicados à modelagem e ao controle de velocidade de um motor de corrente contínua.

2.3 Motor de Corrente Contínua

2.3.1 Introdução ao Motor CC

De acordo com Fitzgerald, Jr. e Umans (2014), o motor de corrente contínua é uma máquina elétrica que atua na conversão de energia elétrica em energia mecânica por meio da interação de campos magnéticos, operando com tensão contínua, geralmente proveniente de uma fonte de alimentação, como baterias, pilhas ou fontes monofásicas. Os tipos mais comuns dependem de forças magnéticas produzidas por correntes nas bobinas, que em sua maioria possuem algum

mecanismo interno, seja eletromecânico ou eletrônico, para alterar periodicamente a direção da corrente em alguma parte do motor, usando a interação entre campos magnéticos para gerar o movimento. Essa característica contribui para um comportamento aproximadamente linear, o que facilita sua aplicação em estudo de controle dinâmico.

Os motores CC foram os primeiros motores a serem amplamente utilizados, por permitirem ser alimentados pelos sistemas de distribuição de energia de corrente contínua feitos para iluminação. Além disso, sua velocidade pode ser controlada em uma ampla faixa, utilizando tensão de alimentação variável ou alterando a intensidade da corrente em seus enrolamentos de campo, sendo, dessa forma, amplamente valorizados por sua flexibilidade em aplicações as quais exigem um controle preciso da velocidade.

Os principais componentes do motor CC são o enrolamento, correspondente à parte fixa do motor com polos que recebem bobinas; a armadura, formada por bobinas responsáveis pela conversão de energia; o comutador, constituído por um anel mecânico responsável pela comutação da corrente; as escovas, que realizam o contato elétrico entre a parte fixa e a parte girante; e, por fim, o compensador, composto por enrolamentos do estator posicionados entre a sapata polar e os polos.

Este motor possui amplas aplicações industriais que exigem alto torque de partida, controle preciso de velocidade e reversibilidade, como robótica, veículos elétricos, elevadores de carga, guinchos e acionamentos de laminadores de aço (Fitzgerald; Jr.; Umans, 2014), destacando-se no ramo da automação industrial pelo uso em braços robóticos, impressoras 3D e máquinas CNC, muito valorizados na indústria pelo seu fácil controle de velocidade (Chapman, 2013), sendo frequentemente controlados por Controladores Lógicos Programáveis (CLPs), que processam informações provenientes de sensores e comandam o acionamento do motor a partir de variáveis como velocidade, temperatura e pressão.

As principais vantagens e desvantagens do motor CC são apresentadas a seguir (Fitzgerald; Jr.; Umans, 2014).

Vantagens do motor CC:

- Velocidade controlada rapidamente, pelo campo ou pela armadura;
- Torque constante durante a variação de velocidade;
- Conjugado de partida elevado;
- Fácil aceleração, frenagem e mudança de sentido de giro.

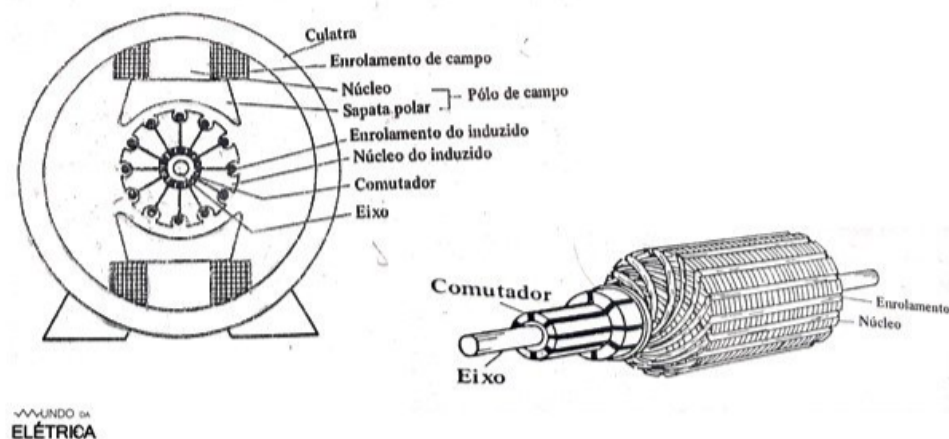
Desvantagens do motor CC:

- Dissipação térmica dificultada;

- Elevado momento de inércia.

O motor de corrente contínua é considerado o modelo padrão e está entre os motores elétricos mais utilizados para o estudo de controle e modelagem dinâmica devido à linearidade aproximada do modelo, que possui relação linear direta entre tensão, corrente e torque, além de um controle de velocidade e torque direto, variando apenas a tensão ou a corrente de armadura (Fitzgerald; Jr.; Umans, 2014; Chapman, 2013).

Figura 5 – Esquema do Motor CC

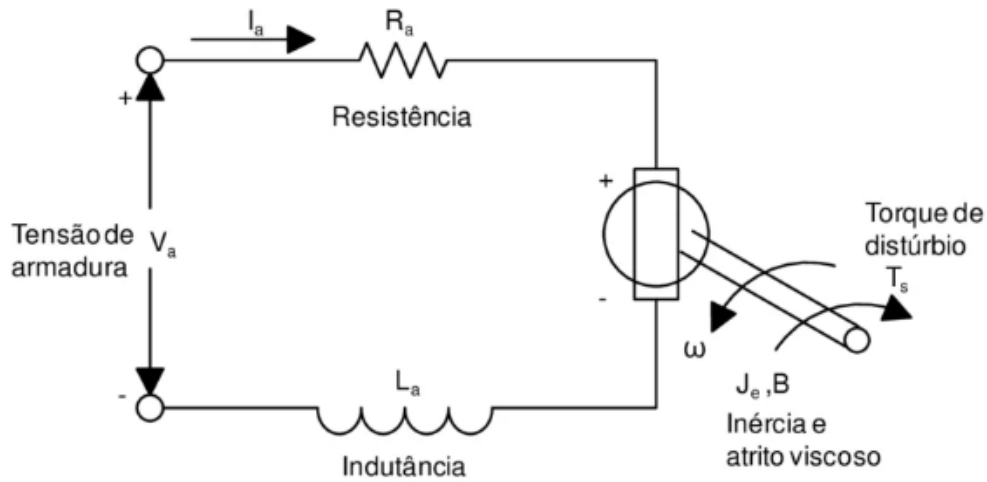


Fonte: Mundo da Elétrica (2026)

2.3.2 Modelagem Elétrica

O modelo elétrico adotado neste trabalho segue o apresentado por Conte (2013). A Figura 6 apresenta o diagrama elétrico utilizado na modelagem.

Figura 6 – Diagrama Elétrico de um Motor CC



Fonte: Conte (2013)

Na Figura 6, são apresentadas as principais variáveis elétricas do motor de corrente contínua:

I_a = Corrente da armadura do motor;

R_a = Resistência da armadura do motor;

V_a = Tensão da armadura do motor;

L_a = Indutância da armadura do motor;

K_e = Constante eletromotriz;

ω = Velocidade angular.

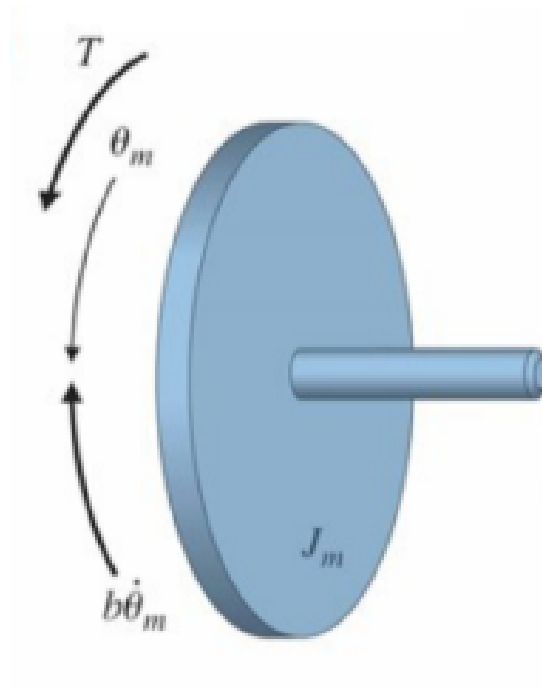
Com base nesse modelo, obtém-se a equação da malha elétrica do motor de corrente contínua:

$$V_a(t) = L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + R_a I_a(t) + K_e \omega(t) \quad (2.6)$$

2.3.3 Modelagem Mecânica

Para a obtenção do modelo mecânico, foi utilizado o projeto apresentado por Hubert *et al.* (2018) como base para a adaptação do diagrama de corpo livre do rotor. A Figura 7 apresenta o modelo mecânico adotado.

Figura 7 – Diagrama Mecânico do rotor de um Motor CC



Fonte: Hubert *et al.* (2018)

Na Figura 7, são apresentadas as principais variáveis mecânicas do motor CC:

T = Torque do Motor;

ω = Velocidade Angular;

J = Inércia do Rotor;

B = Atrito;

K_t = Constante de Torque;

Com base nesse modelo, obtém-se a equação da dinâmica mecânica do motor de corrente contínua:

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = K_t i \quad (2.7)$$

2.3.4 Função de Transferência

A partir das equações elétrica e mecânica, obtém-se a função de transferência do motor de corrente contínua:

A dinâmica elétrica da armadura é dada por:

$$V_a(t) = L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + R_a I_a(t) + K_e \omega(t) \quad (2.8)$$

Já a dinâmica mecânica do rotor pode ser descrita por:

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = K_t i \quad (2.9)$$

Aplicando a Transformada de Laplace às equações diferenciais, obtém-se:

$$V(s) = (Ls + R)I(s) + K_e \Omega(s) \quad (2.10)$$

$$(Js + B)\Omega(s) = K_t I(s) \quad (2.11)$$

Isolando a corrente $I(s)$ na equação mecânica:

$$I(s) = \frac{(Js + B)}{K_t} \Omega(s) \quad (2.12)$$

E substituindo na equação elétrica:

$$V(s) = \left[\frac{(Ls + R)(Js + B)}{K_t} + K_e \right] \Omega(s) \quad (2.13)$$

Assim, a Função de Transferência que relaciona a velocidade angular $\Omega(s)$ com a tensão de entrada $V(s)$ é dada por:

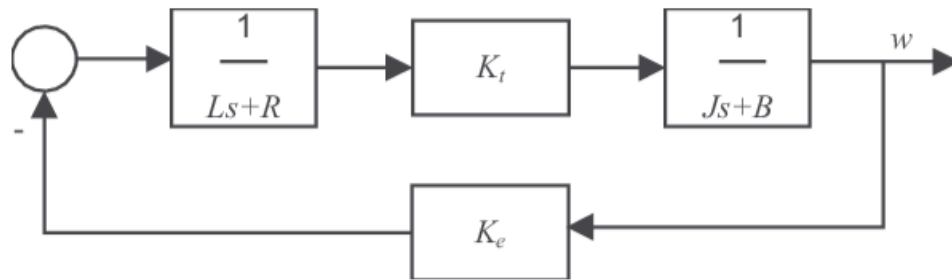
$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(Ls + R)(Js + B) + K_t K_e} \quad (2.14)$$

Ou de forma expandida:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{LJs^2 + (LB + RJ)s + (RB + K_t K_e)} \quad (2.15)$$

Para representar o modelo completo do motor de corrente contínua, foi utilizado o diagrama de blocos apresentado por Aguiar *et al.* (2010), que evidencia a interação entre os subsistemas elétrico e mecânico. A Figura 8 apresenta esse modelo.

Figura 8 – Diagrama de Blocos equivalente do Motor CC



Fonte: Aguiar *et al.* (2010)

Esse diagrama permite visualizar o acoplamento entre os domínios elétrico e mecânico do motor, sendo fundamental para a análise e o projeto de sistemas de controle, como os controladores PID, robustos e adaptativos.

2.4 Controlador PID

2.4.1 Fundamentos do Controlador PID

Dentre as várias estratégias de controle usadas na indústria, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) se destaca como a ferramenta mais difundida em sistemas de automação e processos. Segundo Ogata (2011), seu destaque se deve à eficácia e versatilidade em operar como um mecanismo de realimentação em malha fechada, sendo capaz de regular variáveis como temperatura, pressão e velocidade por meio de uma estrutura de implementação relativamente simples. O princípio fundamental do PID consiste em calcular continuamente o sinal do erro $e(t)$, composto pela diferença entre o valor de referência e a saída medida, gerando uma ação de controle que minimize essa discrepância ao longo do tempo.

A estrutura do controlador é composta por três ações que processam o erro de formas complementares. A ação proporcional gera uma resposta imediata e proporcional ao erro atual. Quando o ganho proporcional (K_p) é muito elevado, o sistema responde mais rapidamente, porém com maior tendência a oscilações. A Ação Integral atua sobre o histórico do erro, acumulando desvios passados para eliminar o erro residual de estado estacionário, garantindo que a saída atinja exatamente o valor desejado em malhas de resposta mais lenta. Por fim, a Ação Derivativa analisa a taxa de variação do erro para antecipar seu comportamento futuro, fornecendo um amortecimento para o sistema, aumentando a estabilidade e permitindo que o controlador reaja a mudanças bruscas de forma mais suave.

Matematicamente, a saída do controlador $u(t)$ é obtida pela soma ponderada dessas três ações, resultando na equação do PID no domínio do tempo:

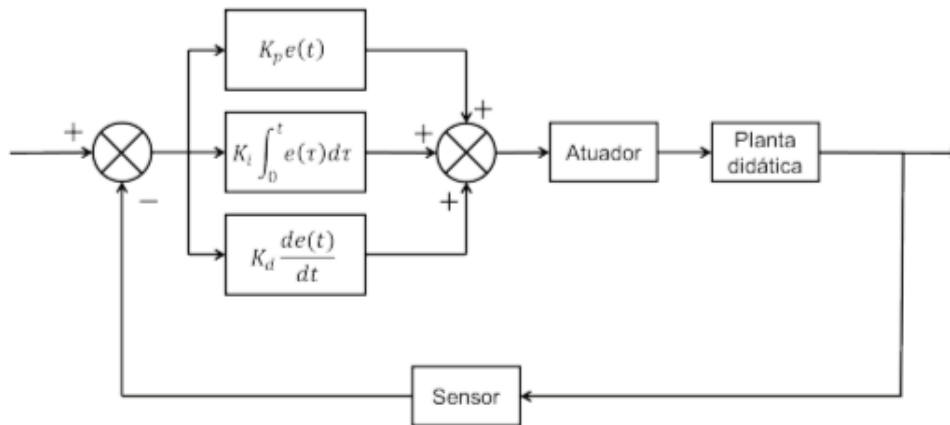
$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.16)$$

Assim, o sinal de controle $u(t)$ é determinado pelos ganhos sintonizados, o ganho proporcional (K_p), ganho integral (K_i) e o derivativo (K_d). O equilíbrio entre essas constantes é o que define o desempenho dinâmico do sistema. O PID age como um corretor contínuo que busca anular a diferença entre a referência e a saída, servindo de base para arquiteturas mais complexas, onde os ganhos podem ser ajustados dinamicamente por meio de mecanismos adaptativos e robustos. Como os ganhos K_p , K_i e K_d são geralmente fixos, uma mudança na carga do motor ou o desgaste natural de seus componentes pode tornar a sintonia ineficiente ou instável.

Neste trabalho, o controlador PID é utilizado como referência para comparação com os demais controladores e também como estrutura básica para controladores mais avançados. No controlador MRAC, o mecanismo adaptativo é utilizado para ajustar os ganhos do PID em tempo real, buscando manter o desempenho do sistema. Dessa forma, o PID é adotado como referência clássica para avaliar os ganhos de desempenho proporcionados pelas técnicas de controle adaptativo e robusto.

Para exemplificar a estrutura do controlador PID, foi utilizado o diagrama apresentado por Carota (2025), em conformidade com a descrição da literatura clássica apresentada por Ogata (2011). A Figura 9 apresenta essa estrutura.

Figura 9 – Diagrama de Blocos do Controlador PID



Fonte: Carota (2025)

2.5 Controlador Adaptativo

2.5.1 Fundamentos do Controlador Adaptativo

O controle adaptativo surgiu para solucionar o problema da incerteza e variação de parâmetros de um sistema de controle. Diferente das técnicas de controle clássico que operam

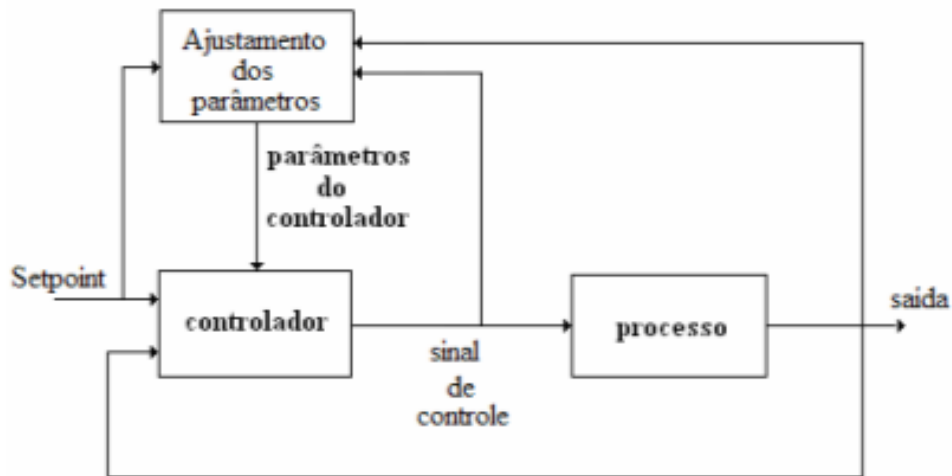
com parâmetros fixos e um modelo de planta estático, o controle adaptativo possui mecanismos para modificar suas leis de controle em tempo real, conforme descrito por Åström e Wittenmark (1995). Um exemplo dessa aplicação ocorre na indústria aeroespacial, em que a redução do peso da aeronave durante o consumo de combustível exige o ajuste do sistema às novas condições dinâmicas, a fim de garantir estabilidade e desempenho.

Assim, o desenvolvimento desse método se deu pelas limitações dos controladores padrões em relação a processos com fortes não linearidades, com mudanças bruscas de operação. Em cenários nos quais um controlador de ganhos fixos se tornaria obsoleto ou instável, o controle adaptativo é capaz de lidar com modelos não fixos, permitindo que o sistema mantenha desempenho satisfatório mesmo quando as condições ambientais ou internas do processo diferem do modelo teórico inicial.

A principal diferença entre o controlador adaptativo e um clássico reside na estrutura do controlador (Åström; Wittenmark, 1995; Ioannou; Sun, 2012). Enquanto os controladores clássicos operam com parâmetros fixos definidos para uma condição nominal de operação, os controladores adaptativos utilizam parâmetros ajustáveis para responder de forma rápida às perturbações e mudanças do processo (Åström; Wittenmark, 1995). Essa flexibilidade é proporcionada pelo mecanismo de ajuste, um componente que monitora o comportamento do sistema, com base em algoritmos de estimação ou leis de estabilidade (Åström; Wittenmark, 1995), como o método de Lyapunov, modificando parâmetros do controlador para compensar desvios em tempo real. Estruturas como o Controle Adaptativo com Modelo de Referência (MRAC) e o Regulador com Auto-Ajuste (STR) são exemplos de como funciona a realimentação de parâmetros (Gomes; Araújo; Lima, 2006).

Para ilustrar o funcionamento desse sistema, Gomes, Araújo e Lima (2006) apresentam um diagrama de blocos que detalha a interação entre a planta, o controlador e o laço de adaptação. A Figura 10 apresenta essa estrutura.

Figura 10 – Diagrama de Blocos de um Sistema Adaptativo



Fonte: Gomes, Araújo e Lima (2006)

2.5.2 Estrutura de um Sistema Adaptativo

Conforme apresentado por Ioannou e Sun (2012), a estrutura de um sistema adaptativo é composta por duas malhas conectadas: uma malha de controle externa, responsável pelo sinal de atuação, e uma malha de adaptação interna, responsável pela atualização dos parâmetros do controlador. Essa estrutura é composta principalmente por três blocos, a planta, o controlador e o mecanismo de adaptação.

A planta é um processo dinâmico cujas características físicas podem variar em resposta a distúrbios ou condições de operação. O controlador atua sobre a planta, gerando o sinal de controle $u(t)$ com base nos ganhos estabelecidos. No entanto, o maior diferencial está no mecanismo de adaptação, que atua como um supervisor do sistema. Ele monitora o desempenho da planta, detecta variações que afetam a estabilidade e recalcula, atualizando os parâmetros do controlador em tempo real.

Este funcionamento se baseia em processos de estimação e atualização, utilizando sinais de erro, que é a diferença entre a saída real e a referência, para determinar o ajuste dos ganhos. Para calcular esse ajuste, são utilizadas leis matemáticas de otimização, como o algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivos (RLS), amplamente empregado na identificação paramétrica em tempo real, conforme descrito por Ljung (1999).

Assim, essa estrutura transforma um projeto estático em um sistema de autoajuste, integrando seus componentes para que o controlador acompanhe as mudanças na planta sem a necessidade de intervenção manual, mantendo o sinal de controle $u(t)$ adequado às condições atuais do processo.

2.5.3 Classificação dos Controladores Adaptativos

Segundo Åström e Wittenmark (1995), as abordagens para solucionar o problema da variação de parâmetros podem ser agrupadas em duas categorias principais: as estratégias de controle direto e as de controle indireto. No controle direto, os ganhos do controlador são ajustados imediatamente a partir do erro de saída, sem a necessidade de identificar previamente os parâmetros da planta. Por essa razão, esse método também é classificado na literatura como um controle adaptativo implícito. No controle indireto, os parâmetros do sistema são estimados em tempo real e, posteriormente, os ganhos do controlador são recalculados de acordo com o modelo identificado, sendo essa abordagem classificada como controle adaptativo explícito.

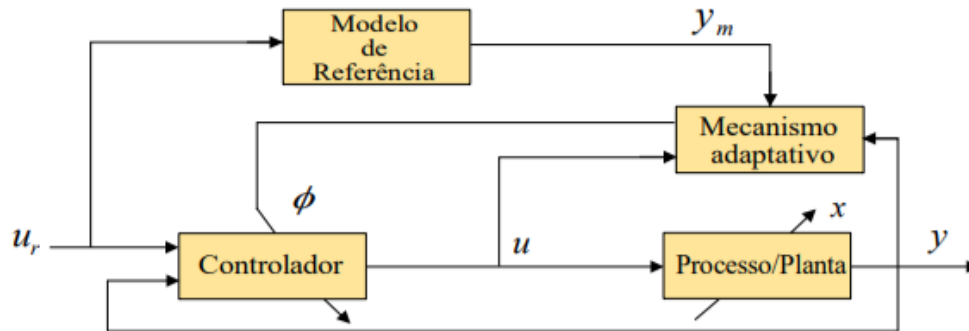
As duas arquiteturas mais comuns dentro destas duas categorias são o MRAC e o STR. O Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) é uma estratégia que utiliza um sistema auxiliar, o modelo de referência, para definir o desempenho ideal que se espera da planta, tendo como objetivo minimizar o erro de rastreamento entre a saída real e a saída do modelo. Como o ajuste é focado em levar a saída diretamente ao comportamento desejado, este pode ser classificado como uma abordagem de controle adaptativo direto.

Já os Reguladores Autoajustáveis (STR) são projetados para lidar com processos onde os parâmetros mudam totalmente ou são desconhecidos no início. Seu principal diferencial é a presença de um estimador de parâmetros, que monitora as entradas e saídas do sistema e fornece ao mecanismo de adaptação as informações necessárias para a atualização automática do controlador. Como depende de uma identificação prévia, este pode ser classificado como uma abordagem de controle adaptativo indireto.

Embora ambas tenham como objetivo garantir a estabilidade e o desempenho do sistema, suas estruturas internas são distintas. O STR apresenta maior complexidade devido à etapa adicional de identificação dos parâmetros da planta, enquanto o MRAC realiza a adaptação diretamente a partir do erro de rastreamento. Dessa forma, essas duas abordagens são adotadas na análise comparativa desenvolvida neste trabalho, avaliando seu comportamento frente às variações dinâmicas do motor.

O controlador adaptativo por modelo de referência pode ser representado por uma estrutura composta por duas malhas principais, uma interna, responsável pelo controle do sistema e uma externa, responsável pelo ajuste dos parâmetros. A Figura 11 apresenta essa estrutura:

Figura 11 – Diagrama de Blocos do MRAC



Fonte: Neves, Silva e Silveira (2021)

2.5.4 Análise de Desempenho e Limitações

A aplicação do controle adaptativo representa um avanço significativo para a engenharia devido à sua capacidade de lidar com variações de parâmetros que comprometem o desempenho de controladores convencionais. Entretanto, suas capacidades de adaptação devem ser avaliadas em conjunto com os custos de implementação e os requisitos necessários para garantir a estabilidade do sistema.

As principais vantagens dessa abordagem estão relacionadas à sua versatilidade. Por lidar com incertezas de forma explícita, o controle adaptativo torna-se particularmente adequado para plantas sujeitas a perturbações severas ou cujo modelo matemático inicial apresenta baixa precisão. Diferentemente dos controladores clássicos, que são projetados para condições nominais de operação, o controle adaptativo ajusta continuamente seus parâmetros de acordo com o comportamento da planta, proporcionando melhor desempenho em sistemas cujos parâmetros variam ao longo do tempo.

Entretanto, é preciso ressaltar que a flexibilidade deste controlador ocasiona desafios, como a instabilidade do sistema em malha fechada. Conforme discutido por Goodwin e Sin (1984), devido à mudança constante nos ganhos do controlador, um ajuste mal calculado pelo algoritmo de estimação pode gerar um colapso na planta antes que a convergência ocorra. Além disso, ocorre uma maior sensibilidade a ruídos de medição, que podem ser analisados erroneamente como mudanças na dinâmica do processo, gerando ações desnecessárias.

Essa maior sensibilidade e complexidade devem ser consideradas na escolha da estratégia de controle, pois, em determinadas aplicações, um controlador robusto pode representar uma alternativa mais adequada. Enquanto a abordagem adaptativa tenta seguir as mudanças do sistema, a estratégia robusta procura suportar as variações sem a necessidade de reconfiguração de parâmetros.

Dessa forma, observa-se que as estratégias adaptativas e robustas buscam resolver os

mesmos problemas por filosofias distintas. Enquanto o controle adaptativo modifica seus parâmetros em tempo real para acompanhar mudanças na planta, o controle robusto busca garantir um desempenho satisfatório para uma faixa de incertezas que já foi prevista. Essa diferença de abordagem motivou a escolha dessas duas categorias para o estudo comparativo desenvolvido neste trabalho.

2.6 Controlador Robusto

2.6.1 Fundamentos do Controle Robusto

O controle robusto é outro ramo da teoria de controle que, assim como o controle adaptativo, busca superar as limitações do controle clássico. No entanto, sua filosofia de atuação é distinta. Enquanto um controlador clássico é projetado sob a hipótese de que o modelo matemático representa adequadamente a realidade, o controle robusto parte do princípio de que o modelo nominal constitui apenas uma aproximação, sendo necessário garantir estabilidade frente às incertezas e perturbações externas, conforme discutido por Zhou, Doyle e Glover (1996). Seu objetivo principal é garantir que o sistema funcione de forma estável e eficiente mesmo que existam diferenças entre o modelo real da planta e o modelo nominal utilizado no projeto.

Essa abordagem surgiu da observação de que o mundo real raramente se comporta como o modelo ideal. No dia a dia, qualquer sistema sofre com variações de parâmetros e perturbações externas, como as vibrações mecânicas e o aquecimento em um motor de corrente contínua, que alteram sua dinâmica. O controle robusto busca preservar o desempenho e a estabilidade do sistema mesmo na presença dessas incertezas, evitando que pequenas variações provoquem degradação significativa ou instabilidade.

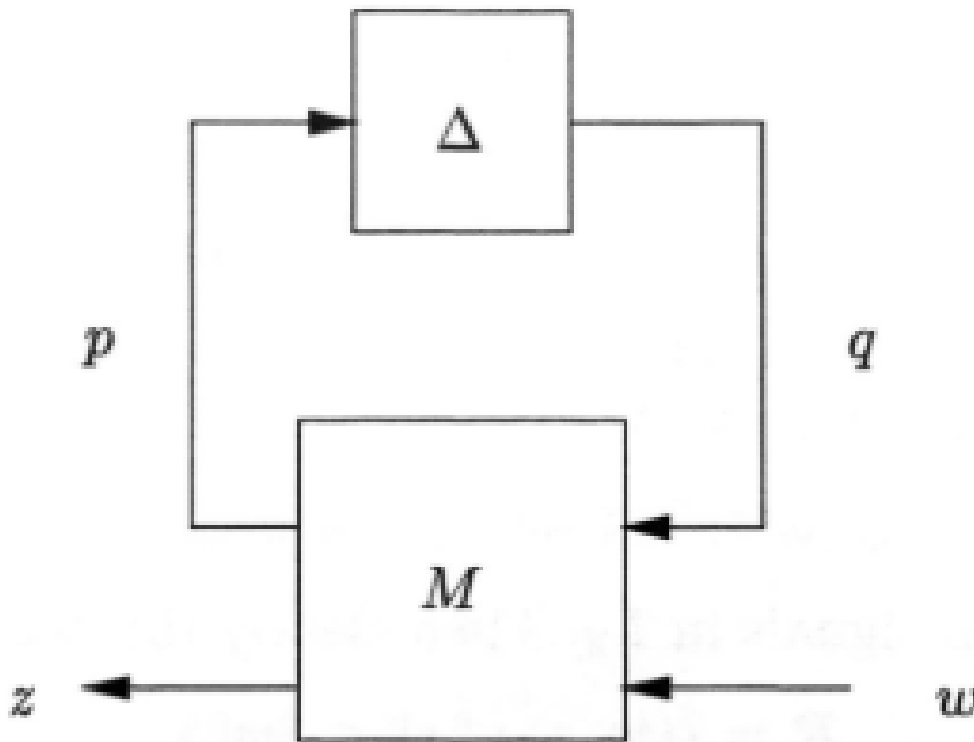
Ao comparar o controlador clássico com o controlador robusto, a diferença torna-se evidente. O projeto clássico utiliza um modelo fixo, tornando-se mais sensível a variações significativas nas condições de operação quando estas não são consideradas durante o projeto. Em contrapartida, o controlador robusto é projetado considerando explicitamente as incertezas do modelo, estabelecendo margens que garantem estabilidade e desempenho mesmo na presença de variações dentro dos limites especificados.

É de fundamental importância para este trabalho destacar a principal diferença de comportamento entre esta estratégia e o controle adaptativo. Enquanto o adaptativo se ajusta ao erro conforme ele aparece, o controle robusto não se altera. Ele é projetado de forma estática para suportar as variações antecipadamente. Dessa forma, o desempenho é garantido dentro de limites previamente definidos, oferecendo uma previsibilidade que estratégias que mudam em tempo real nem sempre conseguem assegurar.

Para ilustrar a representação de sistemas com incertezas, Peet (2017) apresenta uma estrutura baseada em interconexões. Nessa abordagem, o bloco M representa o sistema nominal

previamente conhecido, enquanto o bloco Δ modela as incertezas e as variações paramétricas do modelo. A Figura 12 apresenta essa representação.

Figura 12 – Representação geral de um sistema com incerteza estruturada



Fonte: Peet (2017)

Essa estrutura é amplamente utilizada na análise de sistemas robustos, pois permite separar explicitamente o modelo nominal das incertezas, facilitando o estudo de estabilidade e desempenho.

2.6.2 Modelagem de Incertezas e Conceito de Robustez

Segundo Skogestad e Postlethwaite (2007), as incertezas em um sistema de controle podem ter diferentes origens, desde erros na modelagem matemática até o desconhecimento de parâmetros específicos da planta ou simplificações excessivas durante o projeto. Na prática, é impossível capturar toda a complexidade de um sistema físico em equações matemáticas, o que gera resíduos e discrepâncias que afetam diretamente a precisão do controle.

Essas incertezas são classificadas principalmente em dois grupos, paramétricas e não modeladas. As incertezas paramétricas, também chamadas de estruturadas, são variações em grandezas físicas conhecidas do sistema, como alterações na resistência, indutância ou no torque de carga de um motor CC devido ao aquecimento ou desgaste. Já as incertezas não modeladas,

ou não estruturadas, ocorrem quando partes da dinâmica do sistema são ignoradas ou simplificadas, como pequenas ressonâncias de alta frequência que não são representadas pelo modelo matemático adotado.

Para lidar com esse problema, o projeto robusto baseia-se no conceito de modelo nominal, que representa a dinâmica idealizada da planta utilizada como referência para o projeto do controlador. A partir desse modelo, as incertezas são caracterizadas como variações em torno da condição nominal. Assim, não é preciso eliminar essas variações, mas sim definir o quão longe do valor nominal o sistema pode se deslocar sem perder o controle.

Com base nessa análise, define-se o conceito de robustez. A robustez é a capacidade do modelo nominal de se manter estável e com um nível de desempenho aceitável mesmo quando a planta real se afasta das condições ideais. O objetivo não é apenas garantir a estabilidade, mas também assegurar que o sistema mantenha desempenho satisfatório mesmo diante das variações presentes na operação real.

2.6.3 Técnicas de Controle Robusto

Atualmente, há uma grande variedade de técnicas de controle robusto, e a escolha entre elas depende do equilíbrio entre a complexidade do projeto e o nível de segurança que se deseja garantir para o sistema. De forma geral, essas metodologias podem ser classificadas em duas grandes vertentes: a abordagem baseada em margens de estabilidade, associada ao controle robusto clássico, e a abordagem baseada na otimização de normas, associada ao controle robusto moderno.

A estratégia baseada em margens, frequentemente associada ao controle clássico, foca em garantir que o sistema possua folgas suficientes nas frequências críticas. O objetivo principal é monitorar a Margem de Ganho e a Margem de Fase para assegurar que variações na planta não levem o sistema à instabilidade. Um exemplo dessa abordagem é a técnica de ajuste de malha (Loop Shaping), na qual a resposta em frequência do sistema é moldada de modo a garantir margens adequadas de estabilidade e robustez frente às incertezas do modelo, caracterizando uma abordagem de controle robusto clássico.

Por outro lado, a abordagem moderna se baseia na otimização de normas matemáticas, transferindo o foco das margens para a minimização do impacto de ruídos e incertezas na saída do sistema. Um exemplo desta categoria é a metodologia H_∞ , utilizada como referência para o desenvolvimento de técnicas de controle robusto moderno, que é projetado para lidar com o pior cenário, com a maior variação de parâmetros prevista. Essa metodologia utiliza o conceito de minimização da norma infinita para garantir que, mesmo em condições extremas de perturbação, o erro de rastreamento será mantido num limite aceitável. Essa característica faz da metodologia H_∞ uma das principais abordagens do controle robusto moderno.

2.6.4 Análise de Desempenho e Limitações

Embora o controle robusto apresente elevada capacidade de garantir estabilidade frente a incertezas, sua natureza conservadora pode resultar em perda de desempenho nominal, conforme discutido por Skogestad e Postlethwaite (2007). A escolha dessa estratégia deve ser fundamentada em uma análise criteriosa das exigências da aplicação. Projetar um sistema que suporte variações extremas exige um equilíbrio entre a segurança operacional e o desempenho dinâmico, sendo necessário avaliar até que ponto a rigidez do controlador atende às necessidades da planta.

As principais vantagens do controle robusto estão relacionadas à previsibilidade e à garantia da estabilidade, aspectos que permitem uma comparação direta com o controle adaptativo. Diferente de sistemas que dependem de algoritmos de adaptação, que podem falhar em situações transientes, o controlador robusto possui margens de segurança. Como não realiza ajustes em tempo real, o controlador mantém comportamento previsível, tornando-se uma solução confiável para sistemas onde a estabilidade absoluta é mais importante do que o ajuste fino de desempenho.

Por outro lado, essa abordagem impõe limitações que precisam ser consideradas. O controle robusto tende a apresentar comportamento conservador. Como é projetado para atender ao pior cenário previsto, pode apresentar respostas mais lentas ou desempenho inferior em condições nominais de operação. Além disso, diferente do controle adaptativo, o sistema robusto é estático, não aprende com o processo e não melhora seu desempenho com o passar do tempo. Por fim, outro ponto crítico é a dependência da modelagem das incertezas, pois se as variações reais ultrapassam os limites estipulados no projeto, a robustez do sistema será comprometida.

Por fim, a decisão entre as duas abordagens depende da prioridade do projeto. Enquanto o controle robusto foca em garantir um desempenho mínimo aceitável em qualquer condição prevista, o controle adaptativo busca a otimização contínua para atingir o melhor desempenho possível. Para atender ao objetivo deste estudo comparativo aplicado ao motor de corrente contínua, foram selecionados representantes das duas filosofias de controle, permitindo comparar não apenas o desempenho obtido, mas também as diferenças conceituais entre adaptação em tempo real e robustez obtida por meio de um projeto previamente definido.

3 MODELAGEM DO MOTOR CC

3.1 Escolha do Motor

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi selecionado o motor Maxon RE 35 90W DC Motor, cujo *datasheet* fornece os parâmetros necessários para a modelagem matemática do sistema.

O motor CC foi escolhido por ser uma das plantas mais utilizadas na literatura de controle, permitindo a aplicação e comparação de diferentes metodologias em um sistema amplamente conhecido. A escolha do motor Maxon RE 35 ocorreu pela disponibilidade de parâmetros completos para modelagem matemática, possibilitando a implementação e a avaliação dos controladores em uma planta com dinâmica rápida e representativa de aplicações reais.

3.2 Modelagem Matemática do Motor CC

3.2.1 Parâmetros Mecânicos e Elétricos do Motor CC

Os parâmetros elétricos representam a dinâmica do circuito da armadura do motor, sendo responsáveis pela relação entre a tensão aplicada e a corrente elétrica. Já os parâmetros mecânicos descrevem a dinâmica rotacional do sistema, relacionando torque e velocidade angular.

Para a modelagem matemática do motor, foram selecionados os principais parâmetros fornecidos no *datasheet*. Esses valores foram convertidos para o Sistema Internacional (SI), de modo a facilitar os cálculos. A Tabela 2 apresenta os parâmetros utilizados.

Tabela 2 – Parâmetros do motor

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Resistência da armadura	R	0.577	Ω
Indutância da armadura	L	1.91×10^{-4}	H
Momento de inércia	J	7.9×10^{-6}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
Constante de torque	K_t	0.0292	$\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$
Constante de FEM	K_e	0.0292	$\text{V}\cdot\text{s}/\text{rad}$
Coefficiente de atrito viscoso	B	1.47×10^{-4}	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$

Fonte: Dados do *datasheet* do motor

O coeficiente de atrito viscoso não é fornecido no *datasheet* do motor. Para calcular o mesmo, foi utilizada a relação entre torque e velocidade em regime permanente, onde $\frac{d\omega}{dt} = 0$:

$$B = \frac{T}{w} \quad (3.1)$$

De acordo com os dados do motor:

$$T = 0.108 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.2)$$

$$\omega = 733 \text{ rad/s} \quad (3.3)$$

Dessa forma, obtém-se o valor do coeficiente de atrito viscoso:

$$B = 1.47 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad} \quad (3.4)$$

Esse valor representa as perdas mecânicas do sistema e foi incorporado ao modelo para aumentar sua fidelidade. Além disso, as variáveis $i(t)$ e $\omega(t)$ representam, respectivamente, a corrente da armadura e a velocidade angular do motor, sendo grandezas dependentes do tempo. Diferentemente dos parâmetros do sistema, essas variáveis não possuem valores fixos, sendo determinadas pela dinâmica do motor em resposta ao sinal de entrada aplicado.

3.2.2 Equação Elétrica

A equação elétrica do motor descreve o comportamento do circuito da armadura e é expressa por:

$$V(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + K_e \omega(t) \quad (3.5)$$

Nessa equação, a tensão aplicada $V(t)$ atua como variável de entrada, enquanto a corrente da armadura $i(t)$ é determinada em função da dinâmica elétrica do sistema.

Substituindo os valores dos parâmetros na equação, obtém-se:

$$V(t) = (1.91 \times 10^{-4}) \frac{di(t)}{dt} + 0.577 i(t) + 0.0292 \omega(t) \quad (3.6)$$

Essa equação representa a relação entre a tensão aplicada, a corrente elétrica e a força contraeletromotriz gerada pela rotação do motor.

3.2.3 Equação Mecânica

A equação mecânica descreve a dinâmica rotacional do motor e é expressa por:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) = K_t i(t) \quad (3.7)$$

Nessa equação, a corrente da armadura $i(t)$ atua como variável de entrada, enquanto a velocidade angular $\omega(t)$ é determinada pela dinâmica mecânica do sistema.

Substituindo os valores dos parâmetros na equação, obtém-se:

$$(7.9 \times 10^{-6}) \frac{d\omega(t)}{dt} + (1.47 \times 10^{-4}) \omega(t) = 0.0292 i(t) \quad (3.8)$$

Essa equação representa o equilíbrio entre o torque gerado pelo motor e as perdas mecânicas associadas ao atrito viscoso.

3.2.4 Função de Transferência do Motor

A partir das equações elétrica e mecânica, aplica-se a Transformada de Laplace e elimina-se a variável corrente, obtendo-se a função de transferência que relaciona a velocidade angular à tensão de entrada:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{LJs^2 + (RJ + LB)s + (RB + K_t K_e)} \quad (3.9)$$

Substituindo os valores dos parâmetros, obtém-se:

$$LJ = 1.5089 \times 10^{-9} \quad (3.10)$$

$$RJ + LB = 4.5864 \times 10^{-6} \quad (3.11)$$

$$RB + K_t K_e = 9.3746 \times 10^{-4} \quad (3.12)$$

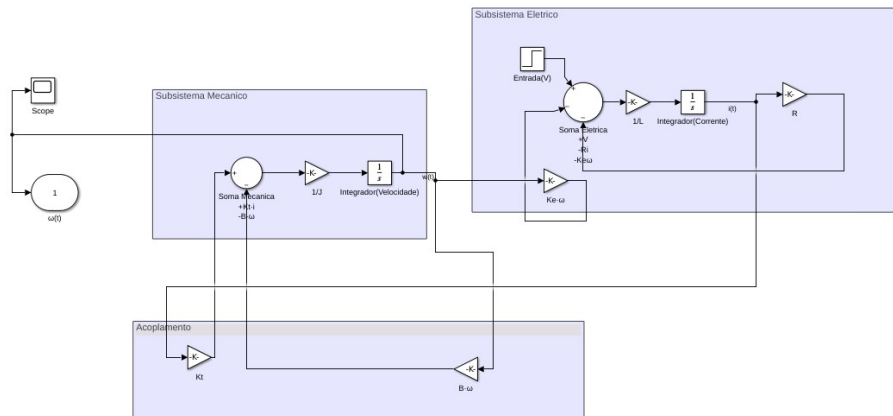
Assim, obtém-se a função de transferência do motor:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{0.0292}{1.5089 \times 10^{-9} s^2 + 4.5864 \times 10^{-6} s + 9.3746 \times 10^{-4}} \quad (3.13)$$

3.3 Modelagem no Simulink

A modelagem do motor foi implementada no ambiente Simulink utilizando blocos matemáticos baseados nas equações diferenciais do sistema. A Figura 13 apresenta o diagrama implementado.

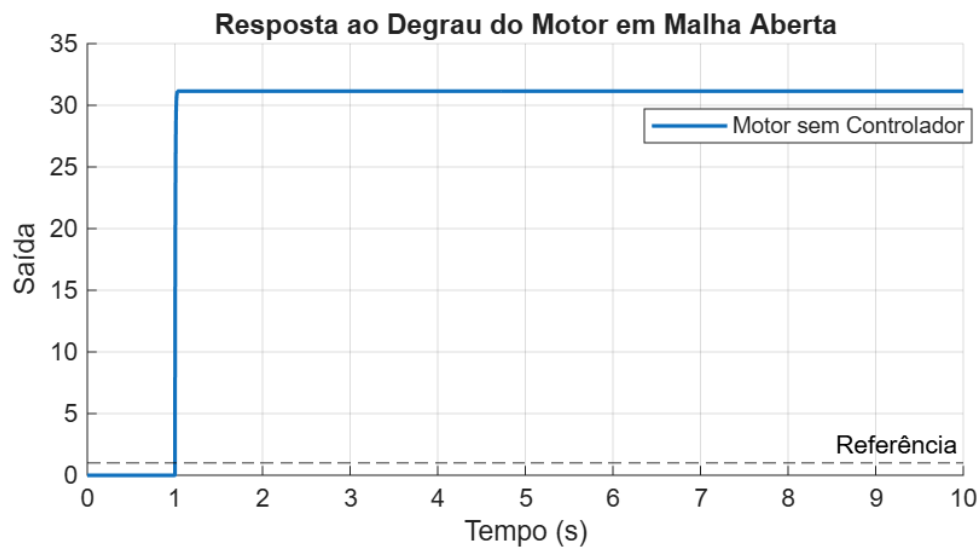
Figura 13 – Modelagem do Motor de Corrente Contínua via Simulink



Fonte: Feito pelo Autor

A partir da modelagem, foi obtida a resposta do motor em malha aberta para uma entrada em degrau de tensão. Observa-se que a velocidade angular cresce rapidamente até atingir o regime permanente, evidenciando o comportamento dinâmico do sistema modelado. A Figura 14 apresenta essa resposta.

Figura 14 – Resposta ao Degrau do Motor em Malha Aberta



Fonte: Feito pelo Autor

A resposta obtida via Simulink é consistente com a função de transferência derivada, validando o modelo matemático.

O modelo foi dividido em dois subsistemas, responsáveis pela representação das dinâmicas elétrica e mecânica do motor. O subsistema elétrico descreve o comportamento do circuito de armadura, enquanto o subsistema mecânico representa a dinâmica rotacional do conjunto motor-carga. As respectivas equações são apresentadas a seguir.

- Subsistema da dinâmica elétrica:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L}[V(t) - Ri(t) - K_e\omega(t)]$$

- Subsistema da dinâmica mecânica:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}[K_t i(t) - B\omega(t)]$$

O subsistema da dinâmica elétrica foi implementado com a seguinte composição:

Bloco de soma: Realiza o balanço de tensões na malha da armadura, subtraindo as quedas de tensão de entrada.

Ganho $1/L$: Aplica a constante inversa da indutância para isolar a derivada da corrente.

Integrador: Integra a taxa de variação da corrente, obtendo a variável de estado $i(t)$.

Realimentação $Ri(t)$: Representa a queda de tensão resistiva proporcional à corrente circulante.

Realimentação $K_e\omega(t)$: Representa a queda de tensão gerada pela força contraeletromotriz proporcional à velocidade.

O subsistema da dinâmica mecânica foi implementado com a seguinte composição:

Bloco de soma: Realiza a soma algébrica dos torques, subtraindo o torque de atrito do torque motor gerado.

Ganho K_t : Converte a corrente proveniente da armadura no torque eletromagnético que impulsiona o rotor.

Bloco de ganho $1/J$: Aplica o inverso do momento de inércia para obter a aceleração angular do motor.

Integrador: Integra a aceleração angular, obtendo a velocidade angular $\omega(t)$.

Realimentação $B\omega(t)$: Modela as perdas por atrito viscoso proporcionais à velocidade de rotação.

Os dois subsistemas encontram-se acoplados por meio das relações eletromecânicas do motor, representadas por:

- Torque eletromagnético: $T = K_t i(t)$;
- Força contraeletromotriz: $e = K_e \omega(t)$.

O modelo desenvolvido representa a interação entre as dinâmicas elétrica e mecânica do motor, permitindo analisar a resposta da velocidade angular em função da tensão aplicada. Por fim, o modelo permite a inserção de diferentes estratégias de controle e perturbações externas, constituindo a base para a análise comparativa entre os controladores apresentada nas seções seguintes.

4 PROJETO DOS CONTROLADORES

4.1 Controlador Clássico (PID)

4.1.1 Formulação Matemática do Controlador PID

Conforme apresentado na Seção 2.4, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo é amplamente utilizado em sistemas de controle devido à sua simplicidade de implementação e à sua eficiência na regulação de sistemas dinâmicos.

O sinal de controle no domínio do tempo é definido por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.1)$$

onde:

- $e(t)$ é o erro entre a referência e a saída;
- K_p , K_i e K_d são os ganhos proporcional, integral e derivativo.

Aplicando-se a Transformada de Laplace, obtém-se a função de transferência do controlador:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (4.2)$$

A aplicação do controlador ao sistema resulta na função de transferência em malha fechada:

$$G_{mf}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (4.3)$$

em que $G(s)$ representa a função de transferência da planta, correspondente ao motor de corrente contínua.

4.1.2 Implementação do Controlador PID

Neste trabalho, o controlador PID foi utilizado como referência de desempenho por ser o controlador mais difundido na indústria e frequentemente empregado como base de comparação em trabalhos acadêmicos. A implementação do controlador PID foi realizada no ambiente Simulink, utilizando a função de transferência do motor CC obtida na Seção 3. Os parâmetros do controlador PID foram obtidos por meio de sintonia automática baseada no modelo da planta, utilizando a função *pidtune* do MATLAB, escolhida por fornecer uma sintonia automática baseada na dinâmica da planta e em critérios de desempenho e robustez no domínio da frequência, reduzindo a subjetividade dos ajustes anteriores puramente empíricos.

A estrutura do sistema em malha fechada é composta por um sinal de referência, um bloco somador para o cálculo do erro, o controlador PID e a planta representada pela função de transferência do motor. O sinal de referência é definido por um bloco *Step*, que representa uma entrada degrau unitário. Esse sinal é comparado com a saída do sistema por meio de um bloco somador, gerando o erro $e(t) = r(t) - y(t)$, que é utilizado como entrada para o controlador. O controlador PID é implementado por meio do bloco *PID Controller*, responsável por aplicar a ação proporcional, integral e derivativa sobre o erro do sistema, conforme definido por:

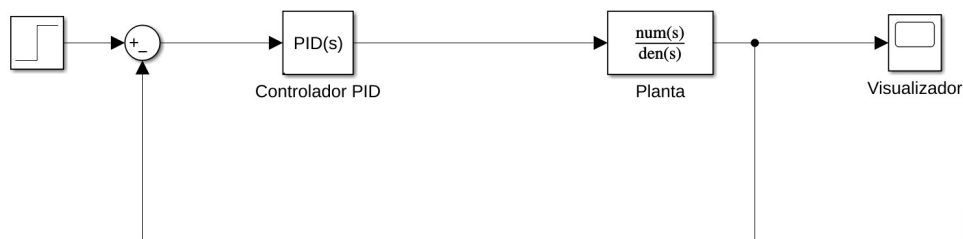
$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.4)$$

Os ganhos do controlador obtidos por meio da sintonia automática foram: $K_p = 0.052597$, $K_i = 18.990345$ e $K_d = 0.000021$. Esses parâmetros definem o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada, influenciando diretamente a rapidez de resposta, o amortecimento e o erro em regime permanente.

O sinal de controle gerado é então aplicado à planta, representada pelo bloco *Transfer Function*, que modela o comportamento dinâmico do motor CC.

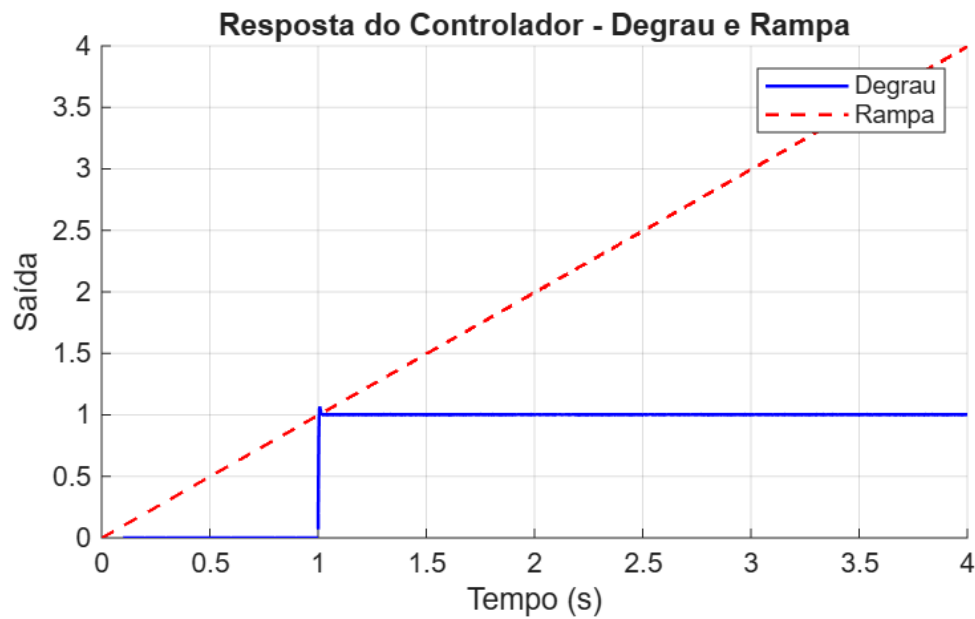
A saída do sistema é realimentada negativamente ao somador, formando assim uma estrutura de controle em malha fechada. Essa realimentação permite a correção contínua do erro e a melhoria do desempenho do sistema. As Figuras 15 e 16 apresentam, respectivamente, o diagrama implementado e a resposta temporal do controlador.

Figura 15 – Diagrama de Blocos do Controlador PID implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 16 – Resposta Temporal do Controlador PID implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 3 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador PID

Parâmetro	Valor
Tempo de Subida (ms)	3,623
Tempo de Acomodação (s)	1,013
Overshoot (%)	6,151
Valor em Regime Permanente	1,000
Erro Estacionário	$2,963 \times 10^{-4}$

Fonte: Autor

Tabela 4 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador PID

Parâmetro	Valor
Erro Final	$2,117 \times 10^{-3}$
Erro Médio	$4,832 \times 10^{-3}$
Erro Máximo	$1,078 \times 10^{-2}$
Inclinação	1,000

Fonte: Autor

As respostas ao degrau e à rampa mostram que o sistema apresenta resposta rápida, atingindo valores próximos ao regime permanente após a aplicação da entrada em degrau. Observa-se, contudo, a presença de sobressinal, com pico superior ao valor de referência, caracterizando um comportamento subamortecido.

Após o pico inicial, de aproximadamente 1.06, há a convergência do sistema para o regime permanente, com erro estacionário próximo de zero. Observam-se pequenas oscilações ao longo da resposta, indicando sensibilidade a componentes de alta frequência.

Na resposta à rampa, observa-se boa capacidade de rastreamento da referência, com erro em regime permanente reduzido e saída próxima da trajetória desejada, embora sejam observadas pequenas variações decorrentes da dinâmica do sistema.

Essa estrutura permite analisar o desempenho do controlador para diferentes tipos de entrada, constituindo a base para a avaliação sob perturbações e para a comparação com os demais controladores.

4.2 Controlador Adaptativo Direto (MRAC)

4.2.1 Formulação Matemática do Controlador MRAC

Conforme apresentado na Seção 2.5, o controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) tem como objetivo ajustar automaticamente os parâmetros do controlador de forma que a saída do sistema acompanhe o comportamento de um modelo de referência.

O erro de rastreamento é definido por:

$$e(t) = y_m(t) - y(t) \quad (4.5)$$

em que $y(t)$ é a saída do sistema e $y_m(t)$ é a saída do modelo de referência.

A lei de controle pode ser expressa pelo produto escalar:

$$u(t) = \theta^T(t) \phi(t) \quad (4.6)$$

onde $\theta(t)$ representa o vetor de parâmetros adaptativos e $\phi(t)$ o vetor de regressores.

Os vetores podem ser definidos por:

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} k_r(t) \\ k_y(t) \end{bmatrix}, \quad \phi(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Nesse contexto, $k_r(t)$ representa o ganho adaptativo aplicado ao sinal de referência $r(t)$, enquanto $k_y(t)$ representa o ganho associado à saída $y(t)$. Assim, a lei de controle pode ser reescrita na forma:

$$u(t) = k_r(t) r(t) + k_y(t) y(t) \quad (4.8)$$

A lei de adaptação dos parâmetros, responsável por atualizar os ganhos em tempo real, é dada por:

$$\dot{\theta}(t) = -\gamma \phi(t) e(t) \quad (4.9)$$

onde γ é o ganho de adaptação. Essa equação é baseada na Regra de MIT, um método que busca minimizar uma função de custo associada ao erro de rastreamento, tipicamente o erro quadrático.

Essa lei é implementada por meio de blocos de ganho e integração, responsáveis pela resolução numérica da equação diferencial de atualização dos parâmetros, conforme descrito na próxima subseção.

4.2.2 Implementação do Controlador MRAC

A escolha do controlador MRAC ocorreu por sua ampla utilização na literatura como uma das arquiteturas adaptativas diretas mais clássicas e difundidas. Além de possuir fundamentação matemática consolidada, o método permite demonstrar de forma clara o processo de adaptação em tempo real dos parâmetros do controlador, atendendo ao objetivo deste trabalho de comparar diferentes filosofias de controle aplicadas a uma mesma planta. O controlador adaptativo direto do tipo MRAC foi implementado no ambiente Simulink, utilizando a planta previamente modelada e um modelo de referência definido para representar o comportamento desejado do sistema.

Para a atualização dos parâmetros adaptativos, foi utilizada a Regra de MIT, escolhida por sua simplicidade de implementação computacional e por representar uma das metodologias clássicas de adaptação por gradiente (Åström; Wittenmark, 1995). Sua formulação permite analisar de forma direta a influência dos ganhos adaptativos sobre a velocidade de convergência e o comportamento transitório do sistema, tornando-a adequada para a avaliação comparativa realizada neste trabalho.

A arquitetura do sistema é composta por um sinal de referência, um modelo de referência, blocos responsáveis pela adaptação dos parâmetros e a planta controlada. O sinal de referência é definido por um bloco *Step*, representando uma entrada degrau unitário, sendo aplicado tanto ao modelo de referência quanto ao controlador.

O modelo de referência foi escolhido como um sistema de segunda ordem estável, com dinâmica mais lenta que a planta. A adoção de um modelo de segunda ordem permite representar simultaneamente características transitórias importantes, como tempo de acomodação, amortecimento e sobressinal, tornando-o mais adequado para avaliar a capacidade de rastreamento do controlador adaptativo quando comparado a modelos de primeira ordem. Além disso, a escolha de uma dinâmica mais lenta evita que o mecanismo de adaptação exija respostas exces-

sivamente rápidas da planta, reduzindo oscilações durante o processo de convergência (Åström; Wittenmark, 1995; Ioannou; Sun, 2012):

$$\frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad (4.10)$$

A saída do modelo de referência é comparada com a saída da planta por meio de um bloco somador, gerando o erro de rastreamento:

$$e(t) = y_m(t) - y(t) \quad (4.11)$$

Esse erro é utilizado como base para o mecanismo de adaptação dos parâmetros do controlador.

O processo de adaptação foi implementado por meio de blocos de multiplicação, ganhos e integradores responsáveis por atualizar continuamente os parâmetros $k_r(t)$ e $k_y(t)$. Esses parâmetros são ajustados com base no erro e nos sinais do sistema, permitindo que o controlador se adapte dinamicamente ao comportamento da planta.

Os ganhos adaptativos e as condições iniciais dos parâmetros foram definidos de forma empírica por meio de simulações sucessivas, observando-se a estabilidade do sistema, a velocidade de convergência e a capacidade de rastreamento da referência. Optou-se por uma configuração que privilegia uma adaptação mais rápida dos parâmetros, ainda que à custa de um transitório inicial mais agressivo, permitindo evidenciar de forma mais clara o comportamento adaptativo do controlador ao longo da simulação. Assim, foram adotadas as condições iniciais $k_r(0) = 1$ e $k_y(0) = 0$, de modo que o controlador inicie com uma ação proporcional sobre a referência e ausência de influência inicial da saída realimentada, permitindo que os parâmetros fossem ajustados pelo mecanismo adaptativo de forma gradual.

O sinal de controle aplicado à planta é obtido pela combinação dos parâmetros adaptativos com os sinais de referência e saída, sendo definido por:

$$u(t) = k_r(t)r(t) - k_y(t)y(t) \quad (4.12)$$

O sinal negativo associado à saída decorre da estrutura da lei de controle adotada, garantindo coerência com a realimentação negativa do sistema.

Esse sinal é então aplicado à planta, representada por um bloco *Transfer Function*, utilizado para implementar computacionalmente a função de transferência obtida na etapa de modelagem do motor, reproduzindo sua dinâmica no ambiente Simulink.

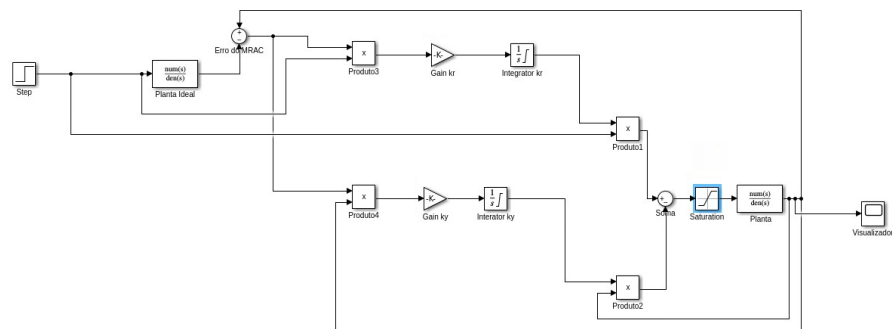
Além disso, foi incluído um bloco de saturação para limitar o sinal de controle, representando as restrições físicas do atuador e evitando valores excessivos durante o processo de

adaptação. Essa limitação torna a simulação mais compatível com sistemas reais e evita que o mecanismo adaptativo produza comandos incompatíveis com a capacidade física do atuador.

A saída da planta é realimentada negativamente ao sistema, permitindo a atualização contínua dos parâmetros e garantindo o funcionamento do mecanismo adaptativo em malha fechada.

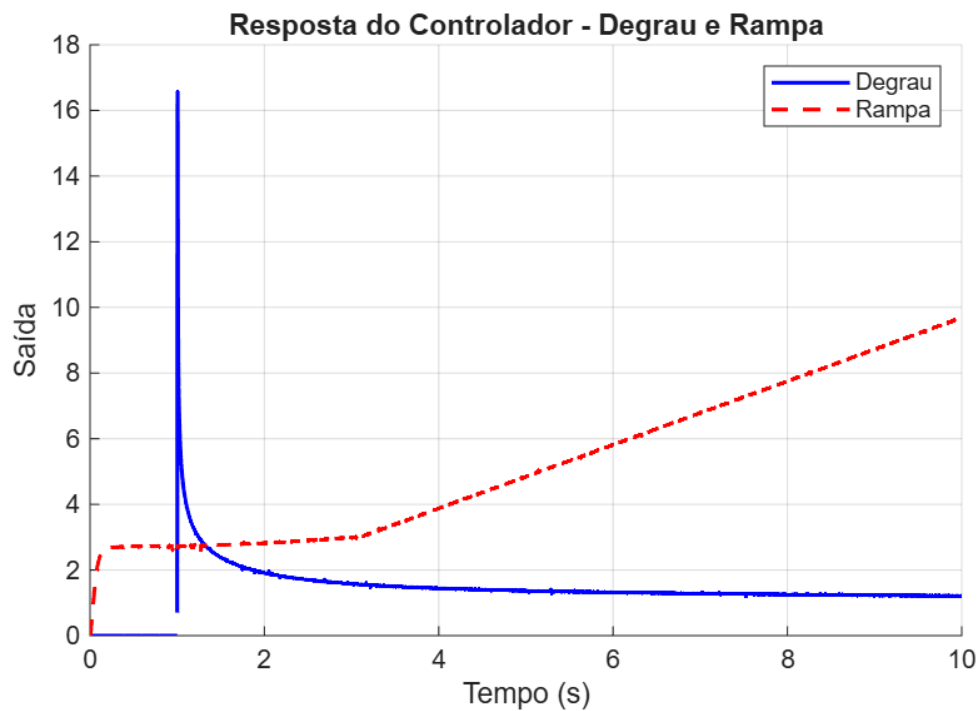
As Figuras 17 e 18 apresentam, respectivamente, o diagrama implementado e a resposta temporal do controlador.

Figura 17 – Diagrama de Blocos do Controlador MRAC implementado via Simulink



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 18 – Resposta Temporal do Controlador MRAC implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 5 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador MRAC

Parâmetro	Valor
Tempo de Subida (ms)	0,342
Tempo de Acomodação (s)	9,490
Overshoot (%)	1268,300
Valor em Regime Permanente	1,211
Erro Estacionário	0,211

Fonte: Autor

Tabela 6 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador MRAC

Parâmetro	Valor
Erro Final	0,311
Erro Médio	0,396
Erro Máximo	2,455
Inclinação	0,969

Fonte: Autor

As respostas ao degrau e à rampa mostram um sistema com resposta rápida, acompanhado de elevado sobressinal, atingindo um pico aproximado de 17. O elevado sobressinal observado está diretamente associado à escolha dos ganhos de adaptação, que resultam em uma resposta inicial agressiva.

Após o pico, há uma redução do valor da saída de forma gradual, caracterizando um regime transitório prolongado, em que o sistema ajusta o valor dos parâmetros de forma progressiva até chegar na referência. Esse comportamento evidencia a dinâmica adaptativa do controlador, que corrigiu o erro ao longo do tempo.

Observam-se pequenas oscilações e variações em torno do valor de regime, decorrentes do mecanismo de adaptação, da sensibilidade a ruídos e das incertezas do sistema. Apesar disso, a saída tende a se estabilizar próxima ao valor de referência, embora permaneça um erro residual.

Observando a resposta à rampa, percebe-se a capacidade de acompanhamento da referência, embora tenha um comportamento menos suave, por conta do tempo necessário para convergência dos parâmetros adaptativos.

Os resultados obtidos indicam que, embora o controlador apresente elevada capacidade adaptativa, seu desempenho inicial é caracterizado por transitórios elevados e maior sensibilidade, aspectos que influenciam sua resposta na presença de perturbações.

4.3 Controlador Adaptativo Indireto (STR)

4.3.1 Formulação Matemática do Controlador STR

O controle adaptativo indireto, conhecido como *Self-Tuning Regulator* (STR), baseia-se na identificação online dos parâmetros do sistema para o ajuste dinâmico do controlador, conforme discutido na Seção 2.5.

O modelo do processo, representado na forma de regressão linear, é dado por:

$$y(t) = \theta^T(t) \phi(t) \quad (4.13)$$

Nesse modelo, $\theta(t)$ representa o vetor de parâmetros desconhecidos do processo, enquanto $\phi(t)$ representa o vetor de regressores, composto por sinais de entrada e saída passados.

A estimação desses parâmetros em tempo real é realizada por meio do método de Mínimos Quadrados Recursivos (RLS):

$$\theta(t) = \theta(t-1) + K(t) [y(t) - \phi^T(t) \theta(t-1)] \quad (4.14)$$

em que $K(t)$ representa o vetor de ganhos de estimação. O termo entre colchetes representa o erro de predição, que quantifica a diferença entre a saída real medida e a saída estimada pelo modelo no instante anterior.

A partir dos parâmetros estimados em $\theta(t)$, os ganhos do controlador são recalculados a cada passo de amostragem, conforme o princípio da equivalência de certeza. Dessa forma, a lei de controle é continuamente atualizada para se adaptar às variações da planta.

4.3.2 Implementação do Controlador STR

A escolha do controlador STR ocorreu por representar uma das arquiteturas clássicas de controle adaptativo indireto presentes na literatura. Diferente do MRAC, que ajusta diretamente os parâmetros do controlador a partir do erro de rastreamento, o STR realiza inicialmente a identificação dos parâmetros da planta para depois recalculá-la lei de controle. Dessa forma, sua utilização permite comparar duas abordagens distintas dentro do controle adaptativo, contribuindo para o objetivo comparativo do trabalho.

O controlador adaptativo indireto foi implementado no ambiente Simulink com base na metodologia do Regulador Autoajustável (*Self-Tuning Regulator*, STR), utilizando estimação de parâmetros em tempo real, com identificação ARX e lei de controle por equivalência de certeza. Inicialmente, foram realizados testes com a estrutura clássica do STR aplicada à planta do motor modelada na Seção 3, para avaliar o comportamento do algoritmo de identificação em condições ideais.

Nessas condições, foram observadas limitações relacionadas à convergência do algoritmo de estimação, como a elevada rapidez da dinâmica do sistema e sensibilidade numérica do processo de identificação. Verificou-se que o desempenho do STR é muito dependente de fatores como a discretização da planta, a escolha do período de amostragem e o ajuste dos parâmetros do algoritmo de estimação. A ausência de excitação persistente adequada e a escolha do fator de esquecimento também influenciaram diretamente o desempenho do controlador e a convergência do algoritmo de identificação.

Com base na análise do primeiro teste, foram realizados ajustes na modelagem e na implementação do algoritmo, incluindo o bloco de discretização da planta do motor e o refinamento dos parâmetros do estimador, além da adição de um bloco integrador para melhoria da correção do erro. A planta discreta utilizada nas simulações foi obtida por meio da discretização via método de retenção de ordem zero (ZOH) da planta contínua do motor CC, resultando na seguinte função de transferência:

$$G(z) = \frac{4.199z + 1.594}{z^2 - 0.8619z + 0.04786} \quad (4.15)$$

A estrutura do sistema em malha fechada é composta por um sinal de referência, um bloco somador para o cálculo do erro, o controlador adaptativo implementado por meio de um bloco *Matlab Function* e a planta representada por uma função de transferência discreta, através do bloco *Discrete Transfer Function*. O sinal de referência é definido por um bloco *Step*, representando uma entrada degrau unitário, sendo comparado com a saída do sistema para a obtenção do erro.

A estimação dos parâmetros da planta é realizada por meio do algoritmo *Recursive Least Squares* (RLS), que atualiza continuamente os coeficientes do modelo discreto com base nos sinais de entrada e saída do sistema. O modelo considerado é dado por:

$$y(k) = -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) \quad (4.16)$$

Para a implementação do algoritmo RLS, os parâmetros do estimador foram definidos de forma empírica por meio de simulações sucessivas, buscando um compromisso entre velocidade de adaptação, estabilidade e convergência das estimativas. O fator de esquecimento foi ajustado para permitir adaptação contínua do modelo identificado, sem tornar o algoritmo muito sensível a variações instantâneas, sendo ele $\lambda = 0.995$. Além disso, foi considerada uma elevada incerteza inicial sobre os parâmetros da planta, para uma convergência mais rápida durante os instantes iniciais de identificação. Além de um intervalo inicial sem atuação do controlador, para obter estimativas preliminares antes da aplicação da lei de controle.

A partir do modelo estimado, o sinal de controle é calculado com base no princípio da equivalência de certeza, utilizando os parâmetros identificados em tempo real. A lei de controle empregada pode ser expressa por:

$$u(k) = \frac{r(k) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - b_2 u(k-2)}{b_1} \quad (4.17)$$

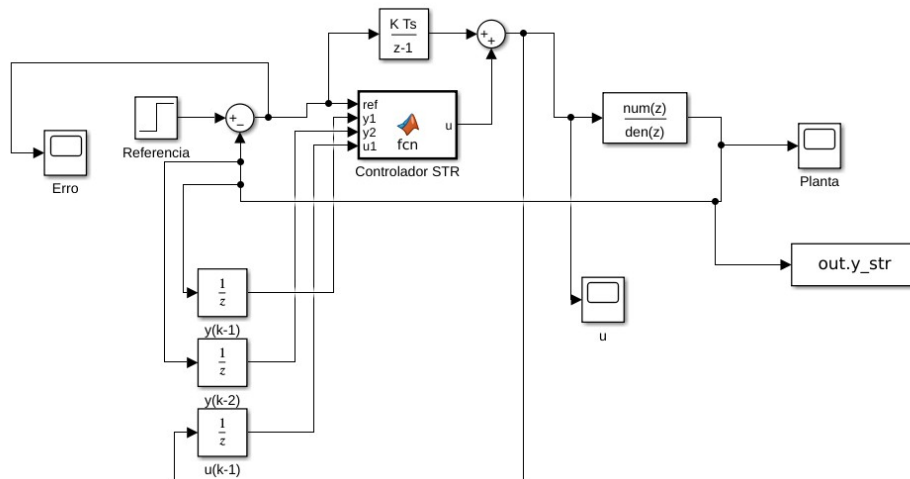
Os sinais passados de entrada e saída necessários para a estimação e para o cálculo da lei de controle são obtidos por meio de blocos de atraso (*Unit Delay*), responsáveis por armazenar os sinais $y(k-1)$, $y(k-2)$ e $u(k-1)$.

Além disso, foi incluída uma saturação no sinal de controle, limitando sua amplitude e representando restrições físicas do sistema, evitando valores excessivos durante o processo adaptativo. Essa limitação contribui para evitar instabilidades durante o regime transitório inicial, restringindo ações excessivas do controlador enquanto os parâmetros ainda estão em processo de convergência.

A saída da planta é realimentada negativamente ao somador, permitindo a atualização contínua dos parâmetros estimados e garantindo o funcionamento do mecanismo adaptativo em malha fechada.

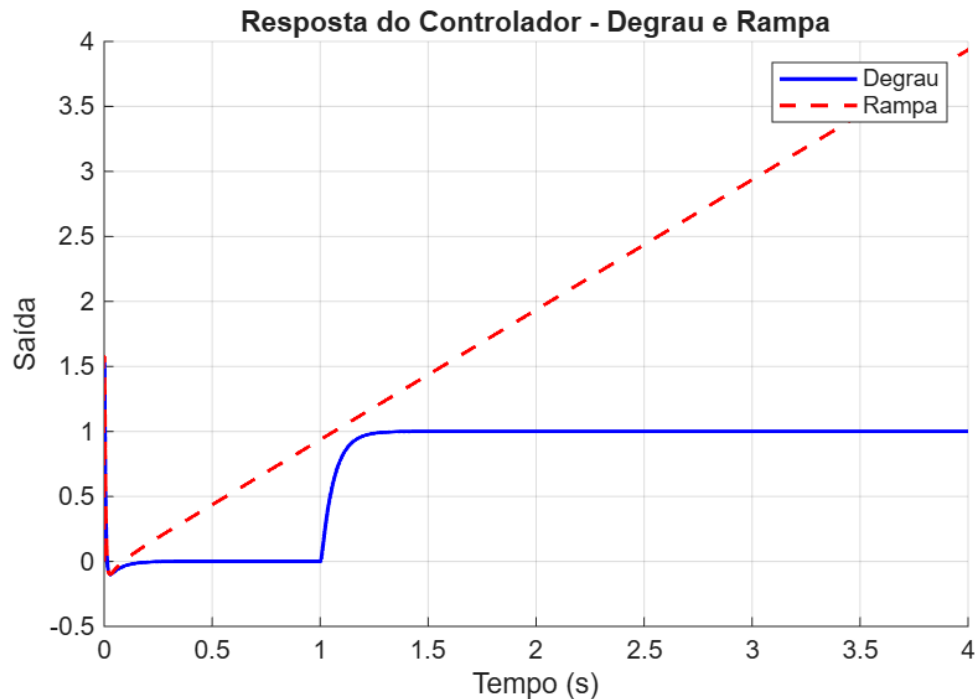
As Figuras 19 e 20 apresentam, respectivamente, o diagrama implementado e a resposta temporal do controlador.

Figura 19 – Diagrama de Blocos do Controlador Adaptativo Indireto baseado na metodologia do STR implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 20 – Resposta Temporal Controlador Adaptativo Indireto baseado na metodologia do STR implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 7 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador STR

Parâmetro	Valor
Tempo de Subida (ms)	0,508
Tempo de Acomodação (s)	1,232
Overshoot (%)	57,490
Valor em Regime Permanente	1,000
Erro Estacionário	$6,661 \times 10^{-15}$

Fonte: Autor

Tabela 8 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador STR

Parâmetro	Valor
Erro Final	0,064
Erro Médio	0,065
Erro Máximo	1,574
Inclinação	0,994

Fonte: Autor

As respostas ao degrau e à rampa mostram um sistema com rápida estabilização, comportamento bem amortecido e ausência de oscilações persistentes após o regime transitório inicial.

A abordagem baseada na metodologia STR é capaz de controlar de forma adequada a planta do motor CC após a devida parametrização.

Observa-se um elevado sobressinal inicial, de aproximadamente 1,6, precedido por uma pequena inversão transitória da resposta, atingindo aproximadamente $-0,1$. Esse comportamento é decorrente da fase inicial de adaptação do algoritmo, na qual a estimação dos parâmetros ainda não apresenta convergência suficiente, resultando em ações de controle mais agressivas, seguidas por amortecimento progressivo à medida que as estimativas convergem.

À medida que a identificação evolui e os parâmetros convergem, o sistema passa a apresentar resposta estável e suavemente amortecida, atingindo o valor de referência com erro estacionário nulo. Após essa fase, não há oscilações relevantes, demonstrando estabilidade em malha fechada e eficiência do mecanismo adaptativo.

Na resposta à rampa, observa-se bom desempenho de acompanhamento da referência após a fase inicial de adaptação, mantendo a saída próxima da trajetória desejada. Também é observado o sobressinal seguido de inversão durante o início do processo, associado ao ajuste inicial dos parâmetros.

Esses resultados demonstram a capacidade do método STR de se adaptar às características da planta, apesar das imperfeições observadas durante os instantes iniciais de operação.

4.4 Controlador Robusto Clássico (*Loop Shaping*)

4.4.1 Formulação Matemática do Controlador *Loop Shaping*

O controle robusto clássico por *Loop Shaping* baseia-se no ajuste da magnitude da função de transferência em malha aberta, $L(s)$, no domínio da frequência, visando atender aos requisitos de desempenho e robustez apresentados na Seção 2.6.

A função de malha aberta é definida por:

$$L(s) = C(s)G(s) \quad (4.18)$$

em que $C(s)$ representa o compensador e $G(s)$ representa a planta. Para garantir a robustez e o desempenho, o projeto foca nas funções de sensibilidade $S(s)$ e sensibilidade complementar $T(s)$.

Sensibilidade (S): Define a rejeição de distúrbios e o erro de rastreamento.

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (4.19)$$

Sensibilidade Complementar (T): Define a robustez frente a incertezas do modelo e a atenuação de ruído.

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (4.20)$$

O projeto consiste em ajustar o módulo $|L(j\omega)|$ de forma que:

- Em baixas frequências, o ganho seja elevado para garantir que $|S(j\omega)|$ seja pequeno, resultando em um bom rastreamento de referência e rejeição de carga;
- Em altas frequências, o ganho seja reduzido para garantir que $|T(j\omega)|$ seja pequeno, conferindo robustez contra ruídos de medição e dinâmicas não modeladas.

4.4.2 Implementação do Controlador *Loop Shaping*

A escolha da técnica de *Loop Shaping* foi feita para representar uma das metodologias clássicas de controle robusto baseadas na análise em frequência. Sua utilização permite moldar diretamente a resposta em frequência do sistema, possibilitando o ajuste de critérios como estabilidade, robustez e desempenho transitório, contribuindo para o objetivo comparativo deste trabalho.

A implementação do controlador baseado na técnica de *Loop Shaping* foi realizada no ambiente Simulink utilizando a função de transferência do motor CC obtida na Seção 3.

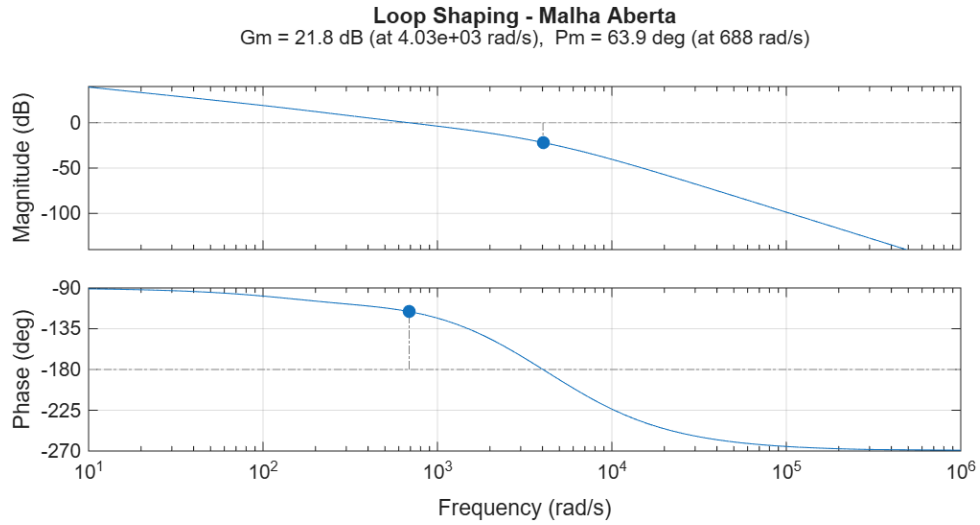
Os parâmetros do controlador foram definidos com base na análise da resposta em frequência da malha aberta, conforme a metodologia de *Loop Shaping*, visando garantir estabilidade e desempenho adequado do sistema.

A estrutura do sistema em malha fechada é composta por um sinal de referência, um bloco somador para o cálculo do erro, o controlador e a planta representada pela função de transferência do motor.

O sinal de referência é definido por um bloco *Step*, representando uma entrada degrau unitário. Esse sinal é comparado com a saída do sistema por meio de um bloco somador, gerando o erro $e(t) = r(t) - y(t)$, que é utilizado como entrada para o controlador.

O controlador projetado via *Loop Shaping* é implementado por meio de um bloco *Transfer Function*, responsável por moldar a dinâmica do sistema com base nos critérios definidos na análise em frequência. A escolha dos parâmetros do controlador foi feita com base no diagrama de Bode, buscando margens adequadas de ganho e fase, que garantam a estabilidade e desempenho robusto do sistema.

Figura 21 – Diagrama de Bode



Fonte: Feito pelo Autor

Com base nas características do diagrama de Bode apresentado na Figura 21, os parâmetros do controlador foram ajustados de forma iterativa, buscando posicionar a frequência de cruzamento em uma região adequada e garantir margens de estabilidade satisfatórias.

A análise do diagrama de Bode indicou uma margem de fase de 63.9° e uma margem de ganho de 21.8 dB, valores que caracterizam um sistema estável, com bom amortecimento e robustez frente a incertezas.

A frequência de cruzamento de ganho foi identificada em aproximadamente 688 rad/s, sendo utilizada como referência para o posicionamento dos polos e zeros do controlador. Foi inserido um zero em baixa frequência, em torno de 300 rad/s, com o objetivo de aumentar a fase do sistema na região de cruzamento, melhorando a margem de fase. Além disso, foi adicionado um polo em alta frequência, em torno de 6000 rad/s, para limitar o ganho em altas frequências e garantir robustez frente a ruídos e incertezas.

A partir desses critérios, foi definido um controlador capaz de moldar a resposta em frequência do sistema, elevando o ganho em baixas frequências e atenuando o ganho em altas frequências. Como resultado do processo de projeto, foi obtido o controlador:

$$C(s) = \frac{600(s + 300)}{s(s + 6000)} \quad (4.21)$$

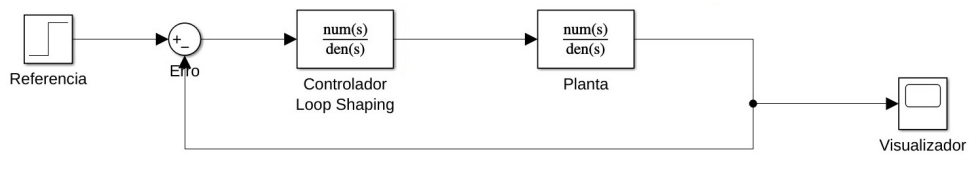
Este controlador apresenta uma ação integrativa, responsável por eliminar o erro em regime permanente, além de um zero em baixa frequência, que contribui para melhoria do desempenho transitório, e um polo em alta frequência, que atua na atenuação de ruídos e na limitação do ganho do sistema.

O sinal de controle gerado é aplicado diretamente na planta, também representada por um bloco *Transfer Function*, que modela o comportamento dinâmico do motor CC.

A saída da planta é realimentada negativamente ao somador, formando uma estrutura de controle em malha fechada. Essa realimentação permite a correção contínua do erro e a avaliação do desempenho do sistema.

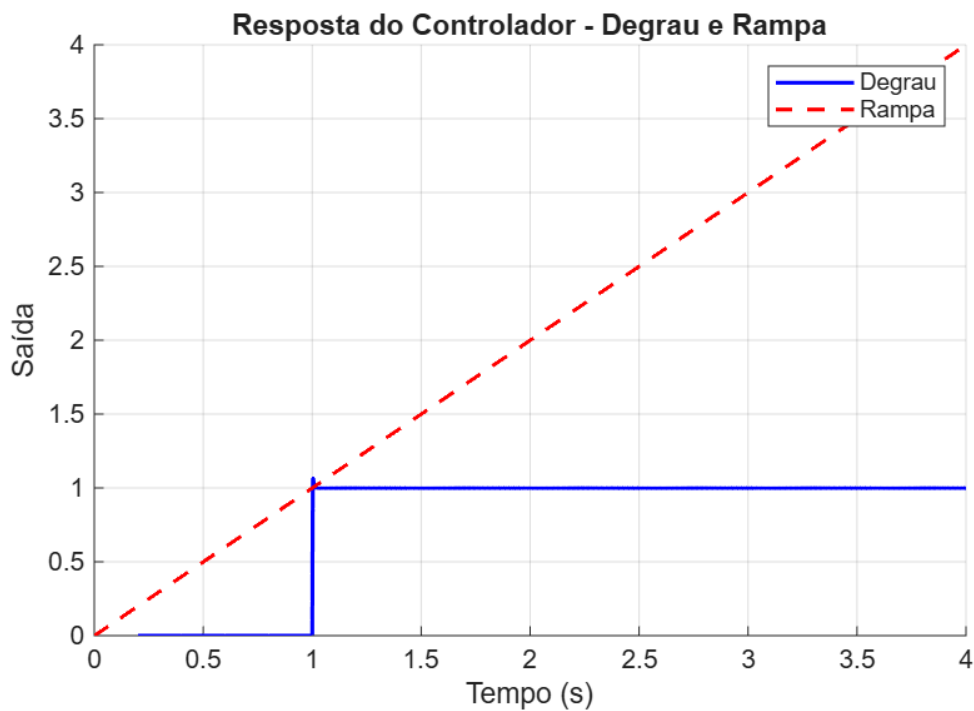
As Figuras 22 e 23 apresentam, respectivamente, o diagrama implementado e a resposta temporal do controlador.

Figura 22 – Diagrama de Blocos do Controlador *Loop Shaping* implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 23 – Resposta Temporal do Controlador *Loop Shaping* implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 9 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador *Loop Shaping*

Parâmetro	Valor
Tempo de Subida (ms)	1,869
Tempo de Acomodação (s)	1,008
Overshoot (%)	6,747
Valor em Regime Permanente	1,000
Erro Estacionário	$1,911 \times 10^{-4}$

Fonte: Autor

Tabela 10 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador *Loop Shaping*

Parâmetro	Valor
Erro Final	$1,009 \times 10^{-3}$
Erro Médio	$8,608 \times 10^{-4}$
Erro Máximo	$1,313 \times 10^{-3}$
Inclinação	1,000

Fonte: Autor

As respostas ao degrau e à rampa evidenciam um comportamento estável e eficiente, com rápida convergência. O tempo de subida é bem menor, atingindo o regime permanente quase no mesmo instante em que se aplica o degrau unitário, evidenciando boa velocidade de resposta.

Observa-se um pequeno sobressinal inicial, indicando uma leve superação do valor de referência logo após a aplicação do degrau, rapidamente amortecida. Não apresenta oscilações persistentes, característica de um sistema bem amortecido por toda resposta.

Após o regime transitório inicial, a saída permanece estável no valor de regime permanente, com erro estacionário praticamente nulo, evidenciando boa capacidade de rastreamento da referência.

Na resposta à rampa, observa-se desempenho consistente, com acompanhamento adequado da entrada desde os instantes iniciais, sem variações significativas ou atraso perceptível, reforçando a estabilidade e a robustez do controlador frente a diferentes tipos de entrada.

Os resultados obtidos indicam que o controlador apresenta resposta rápida, bom amortecimento e adequada capacidade de acompanhamento da referência.

4.4.3 Controlador Robusto Moderno baseado na metodologia H_∞

4.4.3.1 Formulação Matemática da metodologia H_∞

A metodologia H_∞ constitui uma abordagem de controle robusto moderno cujo objetivo é minimizar o ganho máximo do sistema, também denominado pior caso, frente a perturbações externas e incertezas de modelagem, conforme apresentado na Seção 2.6.

Na formulação da metodologia H_∞ , o problema de projeto é definido pela busca de um controlador que satisfaça a seguinte condição:

$$\|T(s)\|_\infty < \gamma \quad (4.22)$$

Onde:

- $T(s)$ é a função de transferência do sistema em malha fechada;
- $\|T(s)\|_\infty$ representa a norma H_∞ da função de transferência em malha fechada, que corresponde ao pico máximo do ganho do sistema no diagrama de magnitude (valor singular máximo);
- γ é um escalar positivo que define o limite de desempenho e robustez.

Na formulação clássica da metodologia H_∞ , o controlador $K(s)$ é projetado de forma a satisfazer essa condição, garantindo robustez frente a incertezas do modelo.

Diferente das técnicas clássicas, a formulação H_∞ é resolvida por meio de algoritmos de otimização matemática. Quando implementada em sua forma completa, essa metodologia produz um controlador capaz de garantir que, mesmo sob as piores condições de operação ou variações nos parâmetros da planta, a influência das perturbações na saída permaneça limitada pelo valor de γ .

4.4.3.2 Implementação do Controlador Robusto Moderno baseado na metodologia H_∞

A escolha da metodologia baseada em H_∞ ocorreu por representar uma das principais abordagens modernas de controle robusto presentes na literatura. Diferentemente das técnicas robustas clássicas, o controle H_∞ busca otimizar o desempenho global do sistema em presença de incertezas e perturbações, usando critérios baseados nas funções de sensibilidade. Dessa forma, sua utilização contribui para o objetivo deste trabalho ao permitir a comparação entre diferentes filosofias de controle robusto aplicadas à mesma planta.

A implementação do controlador robusto moderno, inspirado na metodologia H_∞ , foi realizada no ambiente Simulink utilizando a função de transferência do motor CC obtida na Seção 3.

A estrutura do sistema em malha fechada é composta por um sinal de referência, um bloco somador para o cálculo do erro, o controlador robusto e a planta representada pela função de transferência do motor. O sinal de referência é definido por um bloco *Step*, representando uma entrada degrau unitário, sendo comparado com a saída do sistema por meio de um bloco somador, gerando o erro $e(t) = r(t) - y(t)$, que é utilizado como entrada para o controlador.

O controlador foi implementado a partir de uma abordagem baseada em controle robusto moderno, utilizando princípios da metodologia H_∞ , porém sem a utilização de ferramentas automáticas de síntese, como o *Robust Control Toolbox*. Dessa forma, foi adotada uma estrutura de controlador de ordem fixa, composta por ganho proporcional, ação integrativa, compensador dinâmico e filtro passa-baixa.

O sinal de erro é inicialmente amplificado por um ganho proporcional, ajustado para $K = 0.015$, responsável por controlar a intensidade da ação de controle. Esse valor foi definido de forma iterativa, considerando a alta sensibilidade da planta, de modo a evitar excesso de amplificação e garantir estabilidade da malha fechada.

Foi incluída também uma ação integrativa por meio do termo $\frac{1}{s}$, com o objetivo de garantir erro nulo em regime permanente. A presença do integrador contribui diretamente para a redução da função de sensibilidade $S(s)$ em baixas frequências, melhorando o rastreamento da referência e a rejeição de perturbações constantes.

Após a ação integrativa, o sinal é processado por um compensador dinâmico representado pela função de transferência:

$$\frac{s + 15}{s + 60} \quad (4.23)$$

Nesse caso, a escolha dos parâmetros do compensador foi guiada pelo comportamento observado nas funções de sensibilidade $S(s)$ e sensibilidade complementar $T(s)$. Essas funções são representadas pelas seguintes equações:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}, \quad T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}, \quad L(s) = C(s)G(s) \quad (4.24)$$

em que $L(s)$ representa a função de transferência em malha aberta do sistema.

A análise do diagrama indicou a necessidade de reduzir o pico e a magnitude de $S(s)$ em baixas frequências, o que está associado à melhoria do rastreamento da referência e rejeição de perturbações.

Diferente do *Loop Shaping*, em que o ajuste foi feito pelas margens de estabilidade e frequência de cruzamento, o ajuste do controlador moderno foi orientado pelo formato das funções $S(s)$ e $T(s)$, para reduzir os picos de sensibilidade e limitar amplificações do ganho em altas frequências. O projeto do controlador foi baseado na minimização indireta da norma H_∞ da função de transferência generalizada, buscando limitar as funções de sensibilidade $S(s)$ e $T(s)$, ainda que sem o uso de métodos formais de síntese.

Para isso, foi introduzido um zero em baixa frequência, em $\omega = 15$ rad/s, elevando o ganho nessa região e contribuindo para a diminuição da sensibilidade do sistema. Por outro lado, foi observada a necessidade de limitar o crescimento da função $T(s)$ em altas frequências,

evitando amplificação de ruídos e efeitos de dinâmicas não modeladas.

Em seguida, foi inserido um polo em frequência mais elevada, em $\omega = 60$ rad/s, com o objetivo de reduzir o ganho nessa faixa e melhorar a robustez do sistema. Os valores adotados foram ajustados de forma iterativa, considerando a distribuição da resposta em frequência do sistema.

Observou-se que as dinâmicas dominantes da planta se concentram em baixas frequências, o que motivou a escolha do zero em $\omega = 15$ rad/s, atuando diretamente na região onde a redução da função de sensibilidade é mais crítica.

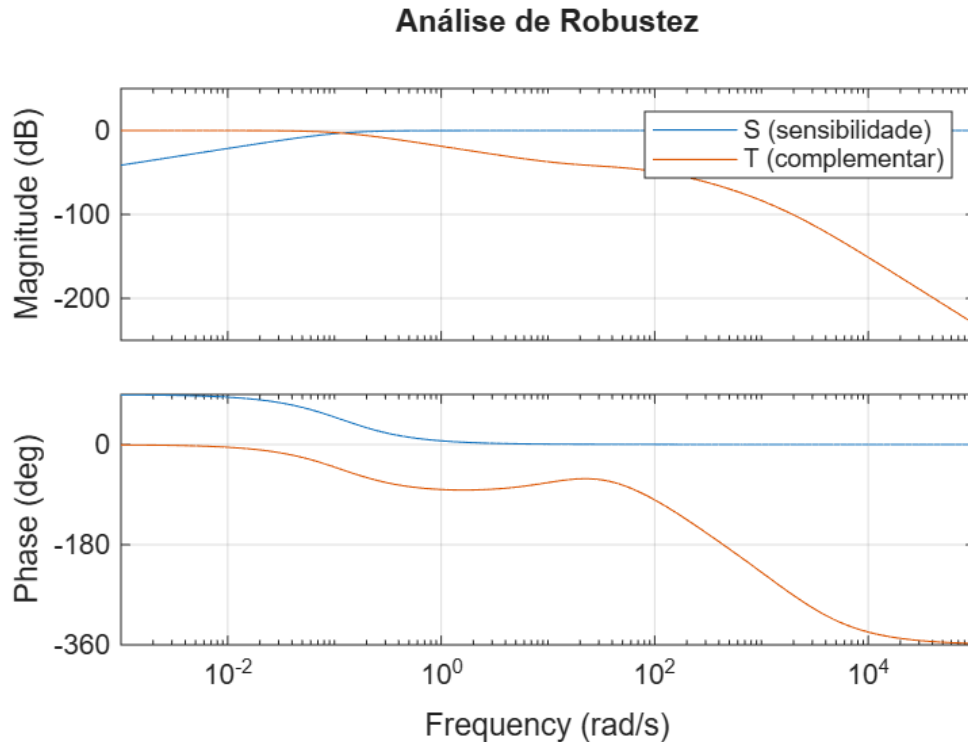
O polo foi posicionado em uma frequência maior, em $\omega = 60$ rad/s, delimitando a faixa de atuação do compensador e evitando amplificação excessiva em frequências mais elevadas. Já o filtro passa-baixa foi definido com frequência de corte ainda mais alta, garantindo que sua atuação ocorra fora da faixa dominante do sistema, afetando apenas componentes de alta frequência associadas a ruídos e incertezas não modeladas, sendo representado por:

$$\frac{1}{0.001s + 1} \quad (4.25)$$

Possuindo uma frequência de corte superior à faixa de atuação dominante do sistema, esse filtro tem como objetivo atenuar componentes de alta frequência, reduzindo a sensibilidade a ruídos de medição e dinâmicas não modeladas, sem comprometer a resposta do sistema na faixa de interesse.

A Figura 24 apresenta a análise das funções de sensibilidade utilizadas no processo de ajuste do controlador.

Figura 24 – Análise de Robustez do Controlador Moderno baseado na metodologia H_∞ implementado via Simulink



Fonte: Feito pelo Autor

Observa-se no diagrama que $S(s)$ apresenta redução de magnitude em baixas frequências, indicando boa rejeição de perturbações, enquanto $T(s)$ se reduz em altas frequências, diminuindo a influência de ruídos.

O sinal de controle resultante é aplicado à planta, sendo sua saída realimentada negativamente ao somador, formando a estrutura de controle em malha fechada.

A definição dos parâmetros do controlador foi realizada com base na análise da resposta em frequência do sistema, e também na avaliação das funções de sensibilidade (S) e sensibilidade complementar (T). Embora a estrutura do controlador possa ser interpretada como uma abordagem de *Loop Shaping*, os ajustes não foram realizados com base apenas nas margens de ganho e fase. Em contrapartida, buscou-se limitar os picos das funções S e T , garantindo um compromisso adequado entre desempenho e robustez, conforme os princípios do controle H_∞ .

O projeto do controlador não se baseia apenas em critérios clássicos de estabilidade, mas sim na forma global da resposta em frequência do sistema em malha fechada, caracterizando uma abordagem de controle robusto moderno.

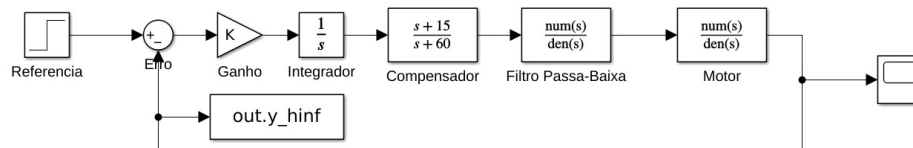
Embora a metodologia H_∞ clássica envolva procedimentos formais de síntese baseados em otimização matemática, a abordagem adotada neste trabalho foi realizada de forma manual, por meio do ajuste dos elementos do controlador com base na resposta em frequência do sistema.

Foi buscado reproduzir, de maneira aproximada, características típicas do controle robusto moderno, como a redução da função de sensibilidade em baixas frequências, associada à rejeição das perturbações, e a limitação da amplificação em altas frequências, relacionada à atenuação de ruído e robustez frente às incertezas do modelo, sem a utilização de ferramentas automáticas de projeto.

Dessa forma, o controlador implementado pode ser caracterizado como uma abordagem de controle robusto moderno de estrutura fixa, inspirada na metodologia H_∞ , sendo adequada para análise comparativa com os demais métodos e para a avaliação do desempenho frente à inserção de perturbações, que serão explicadas na próxima subseção.

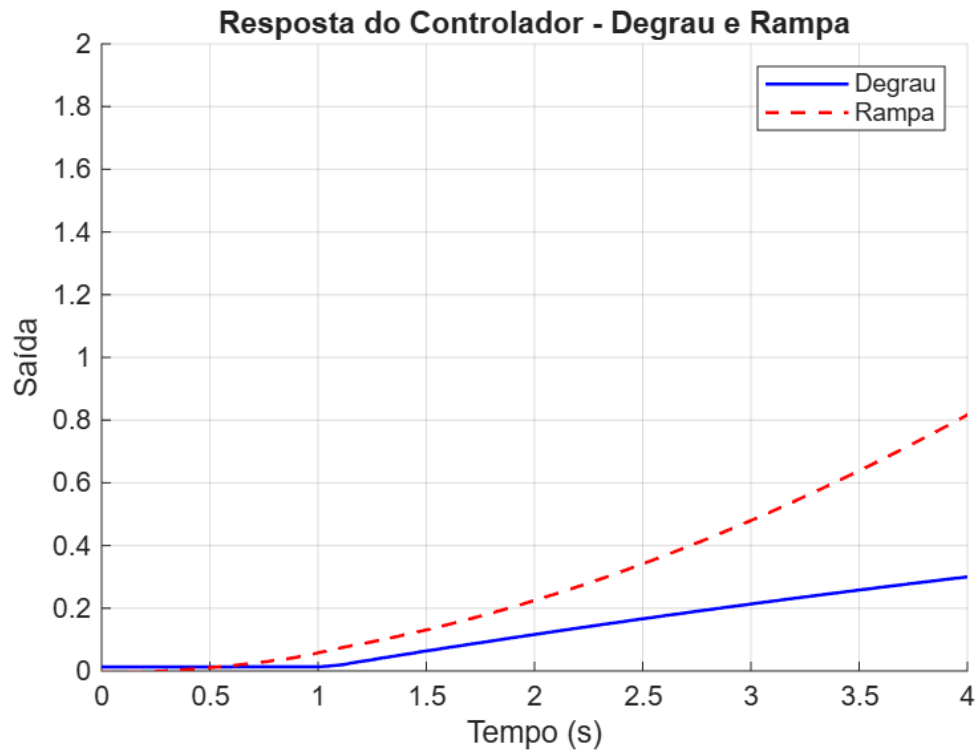
As Figuras 25 e 26 apresentam, respectivamente, o diagrama de blocos implementado e sua resposta temporal.

Figura 25 – Diagrama de Blocos do Controlador Moderno baseado na metodologia H_∞ implementado via Simulink



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 26 – Resposta Temporal do Controlador Moderno baseado na metodologia H_∞ implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 11 – Parâmetros da resposta ao degrau para o controlador moderno baseado na metodologia H_∞

Parâmetro	Valor
Tempo de Subida (s)	18,260
Tempo de Acomodação (s)	33,600
Overshoot (%)	0,551
Valor em Regime Permanente	0,998
Erro Estacionário	0,002

Fonte: Autor

Tabela 12 – Parâmetros da resposta à rampa para o controlador moderno baseado na metodologia H_∞

Parâmetro	Valor
Erro Final	8,535
Erro Médio	7,090
Erro Máximo	8,535
Inclinação	0,829

Fonte: Autor

Pelas respostas ao degrau e à rampa, é visto um sistema de comportamento estável e fortemente amortecido, com sobressinal desprezível. A resposta evolui de forma monotônica, sem variações, até o valor de regime permanente, o que evidencia um comportamento conservador e com baixa sensibilidade a variações dinâmicas.

Entretanto, a resposta do sistema é mais lenta em relação aos demais controladores, com um tempo de subida mais elevado. Esse comportamento reflete a priorização da robustez e da rejeição de incertezas em detrimento da rapidez da resposta.

No intervalo de tempo reduzido mostrado, é vista a fase inicial da resposta, com crescimento progressivo da saída em direção à referência, sem oscilações.

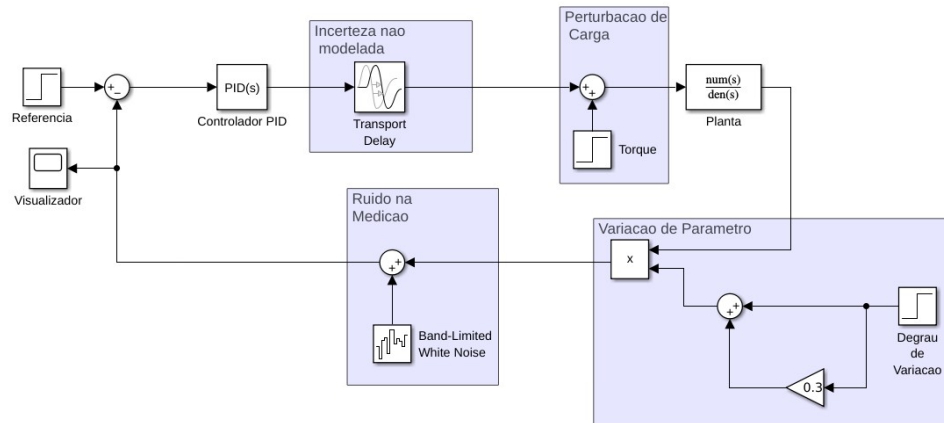
Observando a resposta à rampa, observa-se uma capacidade de acompanhamento limitada, com crescimento contínuo da saída, porém com a presença de erro ao longo do tempo. Esse comportamento é esperado para sistemas do tipo 1, que possuem apenas um integrador $1/s$ no sistema, em que mesmo na presença de ação integrativa, o controlador é capaz de eliminar erro em regime permanente para entradas do tipo degrau, mas apresenta limitação no rastreamento de sinais de maior ordem.

Esse comportamento é esperado para essa abordagem, pois busca limitar a amplificação em frequência e aumentar a robustez do sistema, ainda que com uma resposta mais lenta e menos agressiva do que os demais.

4.5 Perturbações aplicadas ao Sistema

Para avaliar o desempenho e a robustez dos controladores projetados, foram implementadas diferentes perturbações aplicadas ao sistema. Essas perturbações representam condições típicas de operação encontradas em sistemas reais, como variações de carga, ruídos de medição, incertezas nos parâmetros da planta e dinâmicas não modeladas. A inserção dessas perturbações permitiu analisar a capacidade de cada controlador em manter a estabilidade, reduzir o erro e preservar um desempenho satisfatório mesmo sob condições adversas. A Figura 27 apresenta a estrutura do sistema em malha fechada com as perturbações consideradas, ilustradas por meio do controlador PID.

Figura 27 – Diagrama de Blocos do Controlador PID com as perturbações implementado via Simulink.



Fonte: Feito pelo Autor

4.5.1 Perturbação de Carga

A perturbação de carga foi implementada por meio de um sinal degrau aplicado na entrada da planta, através do bloco *Step*. Essa perturbação simula variações abruptas no esforço aplicado ao sistema correspondendo, neste contexto, ao aumento de torque aplicado ao eixo do motor. Neste trabalho, foi aplicado um degrau de torque de 0,2 N·m, valor escolhido para representar uma variação significativa de carga sem comprometer a estabilidade da simulação. A inserção dessa perturbação permite avaliar a capacidade do controlador em rejeitar distúrbios externos e manter o sistema estável.

4.5.2 Ruído na Medição

O ruído na medição foi representado por um sinal de ruído branco limitado em banda, inserido no caminho de realimentação do sistema, feito através do bloco *Band Limited White Noise*. Essa perturbação simula imperfeições nos sensores e interferências externas, com o objetivo de avaliar a sensibilidade do sistema a sinais de alta frequência. Foi adotada uma potência de ruído igual a 0,1, produzindo um nível de perturbação suficiente para avaliar a influência das imperfeições de medição sobre o desempenho dos controladores.

4.5.3 Variação de Parâmetro

A variação de parâmetro foi implementada por meio de um degrau percentual aplicado ao ganho do sistema, representando alterações nas características físicas da planta ao longo do tempo, por meio da combinação dos blocos *Step* e *Gain* para simular diferentes variações. Essa abordagem permite representar efeitos como alterações na resistência elétrica, variações de inércia ou desgaste mecânico do motor, possibilitando a análise da capacidade adaptativa dos contro-

ladores. Neste estudo, foi considerada uma variação de 30% nos parâmetros da planta, simulando alterações significativas nas características físicas do sistema ao longo da operação.

4.5.4 Incerteza não modelada

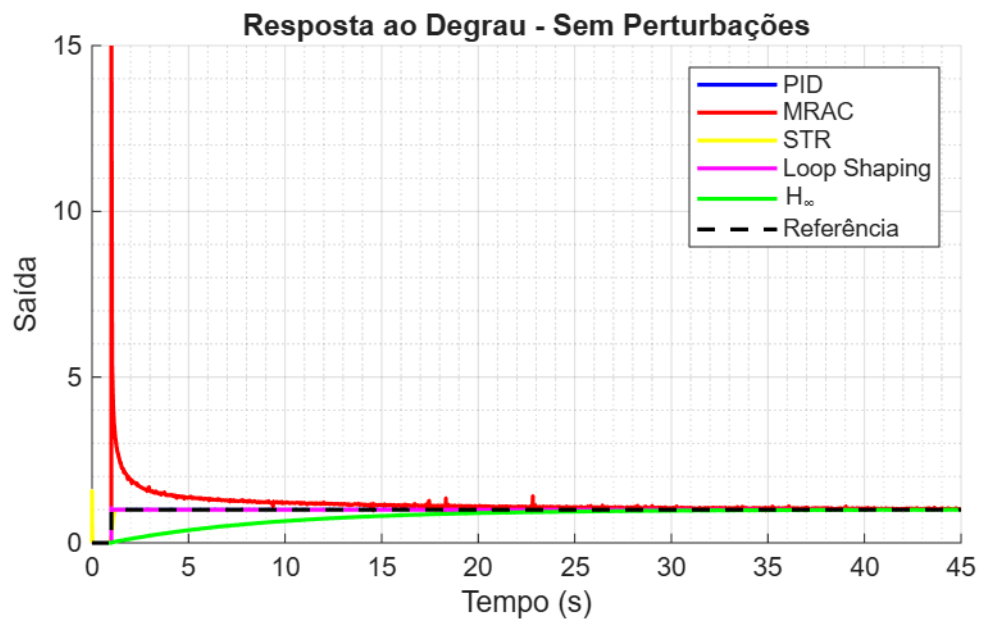
A incerteza não modelada foi representada por um atraso de transporte inserido entre o controlador e a planta, utilizando o bloco *Transport Delay*. Esse atraso simula a presença de dinâmicas não consideradas no modelo, como atrasos de processamento ou efeitos de alta frequência, permitindo avaliar a robustez do sistema frente a imperfeições na modelagem. Para representar essa condição, foi inserido um atraso de transporte de 0,0001 s entre o controlador e a planta, simulando pequenas dinâmicas não modeladas frequentemente presentes em sistemas reais. Embora esse atraso seja pequeno em termos absolutos, sua inclusão é suficiente para representar discrepâncias entre o modelo matemático e a planta real, permitindo avaliar a robustez dos controladores frente a erros de modelagem.

5 RESULTADOS

5.1 Resposta sem Perturbações

A análise das respostas ao degrau e à rampa foi realizada inicialmente considerando apenas o modelo nominal da planta, ou seja, sem a aplicação de perturbações externas, variações paramétricas ou ruídos de medição. Essa condição permite avaliar o comportamento intrínseco de cada controlador em condições ideais de operação.

Figura 28 – Respostas ao Degrau dos Controladores sem Perturbação



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 29 – Respostas à Rampa dos Controladores sem Perturbação

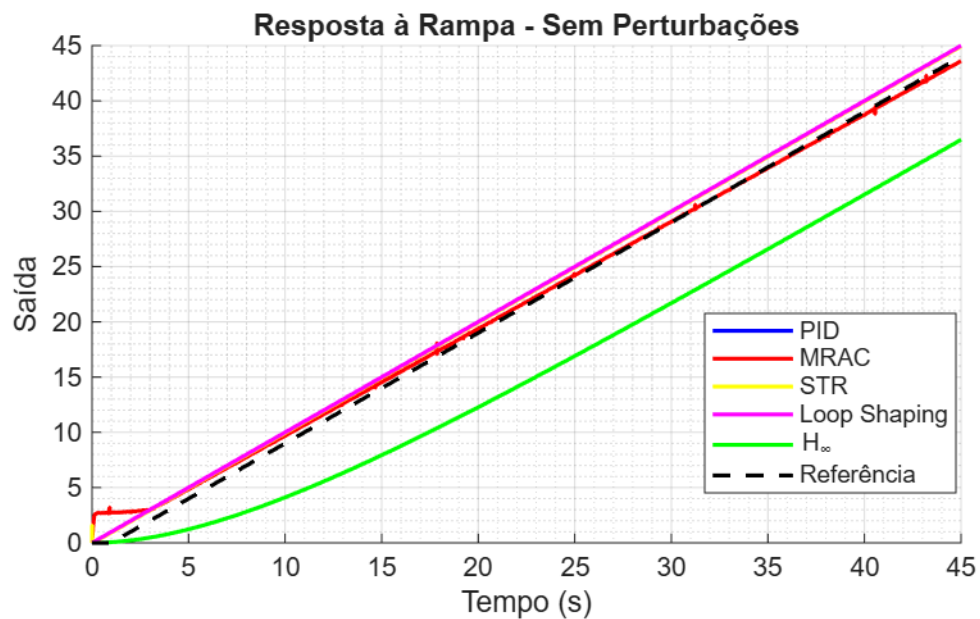


Tabela 13 – Resultados da resposta ao degrau sem perturbação

Controlador	Tempo de Subida (s)	Tempo de Acomodação (s)	Sobressinal (%)	Valor em Regime Permanente	Erro Estacionário
PID	$3,623 \times 10^{-3}$	1,013	6,151	1,000	$2,963 \times 10^{-4}$
MRAC	$3,139 \times 10^{-4}$	44,884	1519,400	1,024	0,024
STR	$5,080 \times 10^{-4}$	1,232	57,490	1,000	$6,661 \times 10^{-15}$
Loop Shaping	$1,835 \times 10^{-3}$	1,008	6,741	1,000	$2,612 \times 10^{-4}$
H_{∞}	18,010	32,602	0,664	0,995	0,005

Fonte: Autor

Tabela 14 – Resultados da resposta à rampa sem perturbação

Controlador	Erro Final	Erro Médio	Erro Máximo	Inclinação
PID	0,002	0,005	0,011	1,000
MRAC	1,400	0,761	2,456	0,969
STR	0,064	0,064	1,574	0,999
Loop Shaping	$1,033 \times 10^{-3}$	$8,616 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	1,000
H_{∞}	8,517	6,936	8,523	0,811

Fonte: Autor

A partir dos resultados obtidos, é possível observar diferenças significativas entre os controladores analisados, uma vez que cada metodologia apresenta características próprias relacionadas à rapidez da resposta, sobressinal, capacidade de rastreamento e robustez. Enquanto alguns controladores apresentam respostas mais rápidas e agressivas, outros demonstram comportamento mais conservador, priorizando estabilidade e suavidade no regime transitório.

Observando os resultados do controlador PID, observa-se uma boa capacidade de acompanhamento da referência, apresentando baixo erro estacionário, pequeno sobressinal e rápida convergência para o regime permanente. Apesar da presença de pequenas oscilações ao longo do percurso, associadas à sensibilidade aos componentes de alta frequência e ruídos numéricos, o controlador apresentou um dos comportamentos mais equilibrados no cenário nominal analisado.

Em relação ao controlador MRAC, observa-se um comportamento fortemente adaptativo e agressivo durante o regime transitório. O controlador apresentou o menor tempo de subida dentre os controladores analisados, porém há um elevado sobressinal, superior a 1500%, além de um longo tempo de acomodação. Esse comportamento ocorre devido ao processo contínuo de adaptação dos parâmetros do controlador, resultando em oscilações significativas antes da estabilização da saída em torno da referência. Além disso, observa-se maior sensibilidade a ruídos e pequenas variações ao longo da resposta temporal.

Observa-se que o controlador STR também apresenta comportamento adaptativo agressivo durante os instantes iniciais da resposta. O controlador apresentou rápida convergência para a referência, porém acompanhado de sobressinal relativamente elevado. Esse comportamento está associado ao processo de estimação dos parâmetros do sistema durante o transitório inicial, até que os parâmetros estimados converjam para valores compatíveis com a dinâmica da planta. Após esse período, observa-se a estabilização da saída próxima ao valor desejado, com menor influência de oscilações em comparação ao MRAC.

Quanto ao controlador baseado na metodologia Loop Shaping, observa-se um dos desempenhos mais equilibrados entre os controladores analisados. O sistema apresentou boa capacidade de seguimento da referência, baixo sobressinal, rápida acomodação e erro estacionário praticamente nulo. Além disso, observam-se poucas oscilações ao longo da resposta temporal, indicando maior suavidade e estabilidade do sistema em condições nominais.

Por fim, o controlador robusto moderno baseado na metodologia H^∞ apresentou um comportamento significativamente mais conservador em relação aos outros controladores. Embora tenha apresentado baixo sobressinal e boa estabilidade durante toda a resposta, apresentou elevados tempos de subida e acomodação, além de maior dificuldade no acompanhamento da entrada em rampa, evidenciada pelo elevado erro final e pela inclinação inferior à dos demais controladores. Esse comportamento demonstra a priorização da robustez e estabilidade do sistema em detrimento da rapidez da resposta.

De forma geral, os resultados obtidos na condição nominal evidenciam que cada estratégia de controle apresenta vantagens e limitações específicas, dependendo do critério de desempenho considerado. Enquanto o PID e o controlador baseado na metodologia Loop Shaping apresentaram melhor compromisso entre rapidez, estabilidade e erro estacionário, os controladores adaptativos exibiram respostas mais agressivas durante o regime transitório devido ao processo de adaptação de seus parâmetros. Já o controlador robusto moderno baseado na meto-

dologia H_∞ priorizou robustez e estabilidade, em detrimento da velocidade de resposta.

Nas seções seguintes, todos os controladores serão submetidos às perturbações descritas anteriormente, permitindo avaliar suas características de desempenho e robustez frente às diferentes condições de operação propostas neste trabalho.

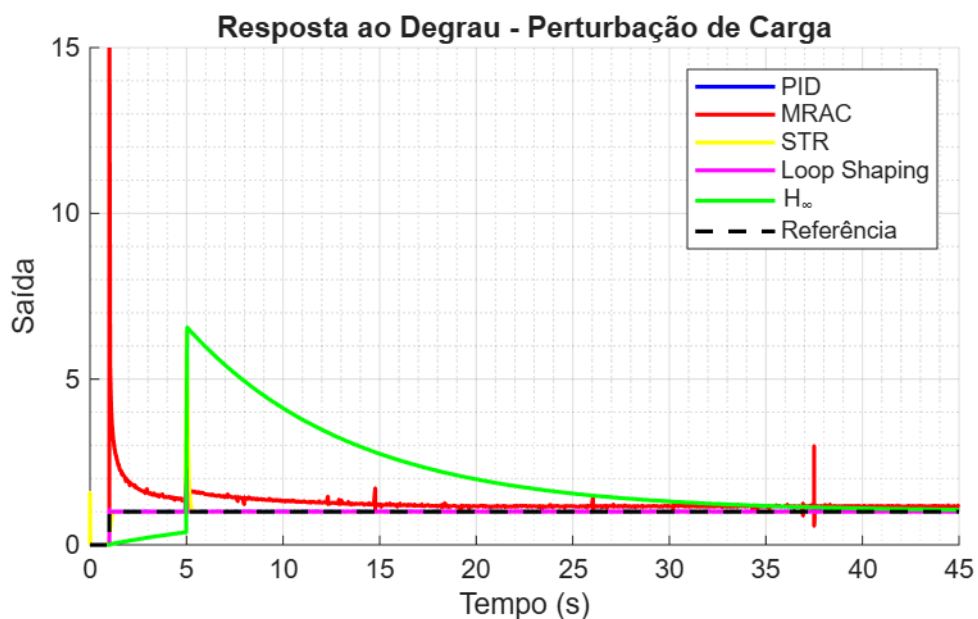
5.2 Análise sob Perturbações

Além da avaliação em condições nominais, torna-se necessário analisar o comportamento dos controladores diante de diferentes perturbações aplicadas ao sistema. Essa análise permite avaliar aspectos como a capacidade de rejeição de perturbações, a manutenção da estabilidade e o desempenho no rastreamento da referência sob condições de operação mais próximas das encontradas em aplicações reais. Dessa forma, os controladores foram submetidos a diferentes cenários de perturbação, possibilitando identificar suas vantagens, limitações e o impacto de cada interferência sobre o desempenho do sistema.

5.2.1 Perturbação de Carga

Conforme apresentado anteriormente, a perturbação de carga simula alterações abruptas no esforço aplicado ao sistema, como variações de torque em motores elétricos ou mudanças repentinas de carga mecânica. Esse tipo de perturbação permite avaliar a capacidade dos controladores de rejeitar interferências externas e restabelecer o rastreamento da referência após o regime transitório provocado pela perturbação. As Figuras e Tabelas a seguir apresentam os resultados obtidos.

Figura 30 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Perturbação de Carga



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 31 – Respostas à Rampa dos Controladores com Perturbação de Carga

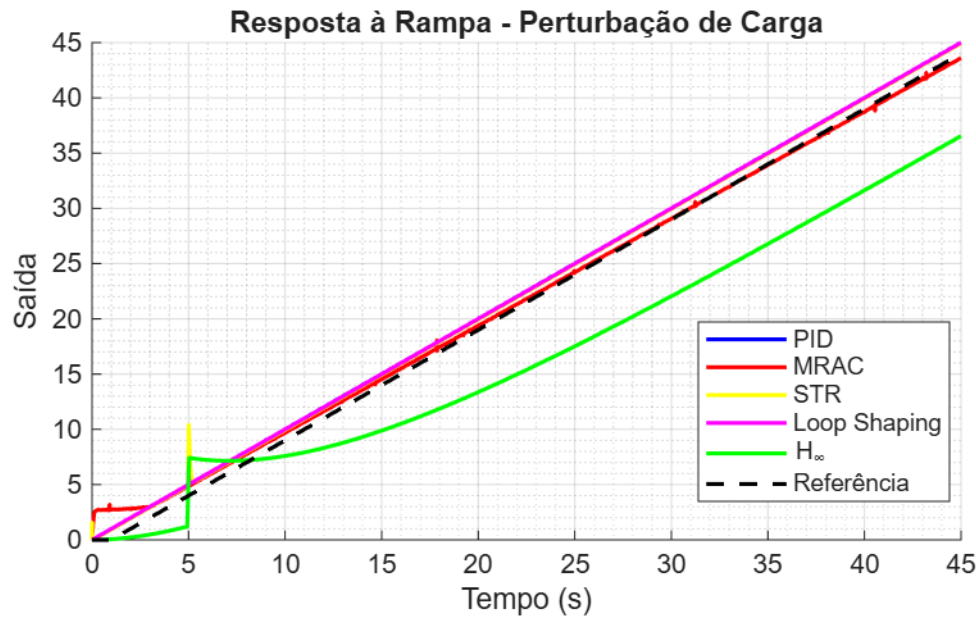


Tabela 15 – Resultados da resposta ao degrau com perturbação de carga

Controlador	Tempo de Subida (s)	Tempo de Acomodação (s)	Sobressinal (%)	Valor em Regime Permanente	Erro Estacionário
PID	$3,624 \times 10^{-3}$	5,018	169,260	1,001	$4,588 \times 10^{-4}$
MRAC	$3,346 \times 10^{-4}$	44,944	1325,000	1,163	0,163
STR	$5,080 \times 10^{-4}$	5,344	547,810	1,000	$2,309 \times 10^{-14}$
Loop Shaping	$1,837 \times 10^{-3}$	5,015	131,440	1,000	$2,615 \times 10^{-4}$
H ∞	3,147	42,876	522,670	1,054	0,054

Fonte: Autor

Tabela 16 – Resultados da resposta à rampa com perturbação de carga

Controlador	Erro Final	Erro Médio	Erro Máximo	Inclinação
PID	$1,211 \times 10^{-3}$	0,003	1,704	1,000
MRAC	1,207	0,586	2,456	0,973
STR	0,064	0,072	5,414	0,999
Loop Shaping	$7,594 \times 10^{-4}$	$1,010 \times 10^{-3}$	1,317	1,000
H ∞	8,455	5,868	8,455	0,812

Fonte: Autor

Com base nos resultados obtidos após a aplicação da perturbação de carga, observa-se um aumento geral das oscilações e maior dificuldade de alguns controladores em manter o rastreamento ideal da referência, principalmente durante o instante em que ocorre a interferência do sistema.

O controlador PID continuou apresentando comportamento equilibrado, mantendo boa capacidade de rastreamento tanto para a resposta ao degrau quanto para a resposta à rampa. Apesar do aumento do sobressinal e da presença de pequenas oscilações após a perturbação, o sistema conseguiu retornar ao regime permanente de forma rápida, mantendo um baixo erro estacionário.

O controlador MRAC apresentou um comportamento bastante agressivo diante da perturbação aplicada, com elevado sobressinal e maior sensibilidade a oscilações e ruídos ao longo da resposta temporal. Entretanto, sua característica adaptativa permitiu melhor capacidade de acompanhamento da entrada em rampa em relação aos demais controladores, demonstrando a influência do mecanismo de adaptação contínua dos parâmetros do controlador.

O controlador STR manteve um comportamento semelhante ao observado no cenário nominal, com rápida adaptação e convergência para a referência após a perturbação. Apesar do elevado sobressinal durante o transitório, o sistema conseguiu estabilizar sua resposta rapidamente, mantendo erro estacionário praticamente nulo.

O controlador baseado na metodologia Loop Shaping apresentou novamente um dos comportamentos mais equilibrados entre os controladores analisados. O sistema apresentou boa estabilidade, baixo erro estacionário e rápida recuperação após a perturbação de carga, mantendo o rastreamento da referência de forma suave e com poucas oscilações.

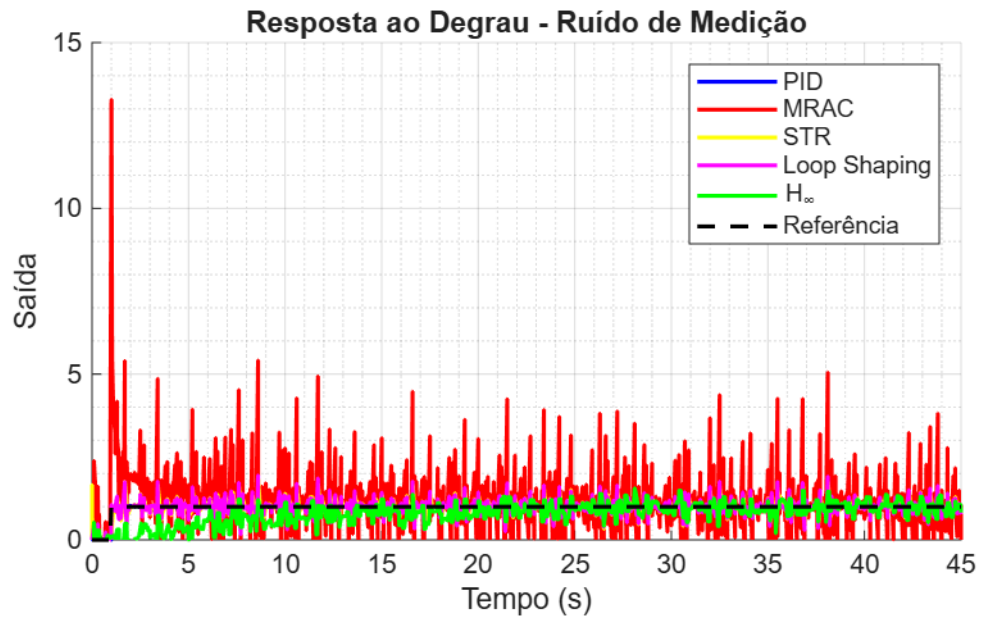
O controlador baseado na metodologia H^∞ apresentou novamente um comportamento mais conservador diante da perturbação aplicada. Apesar da resposta mais lenta em relação aos demais, apresentou menor sensibilidade a oscilações rápidas e maior suavidade no comportamento do sistema. Entretanto, apresentou maior dificuldade no acompanhamento da entrada em rampa, evidenciada pelo elevado erro final e pela menor inclinação da resposta.

Esses resultados demonstram que a presença da perturbação de carga afetou de forma distinta cada abordagem de controle. Enquanto os adaptativos apresentam respostas mais agressivas e sensíveis durante o transitório, os controladores PID e Loop Shaping mantiveram comportamento equilibrado no rastreamento da referência, enquanto o H^∞ demonstrou maior robustez e suavidade na resposta, apesar da dinâmica lenta.

5.2.2 Ruído na Medição

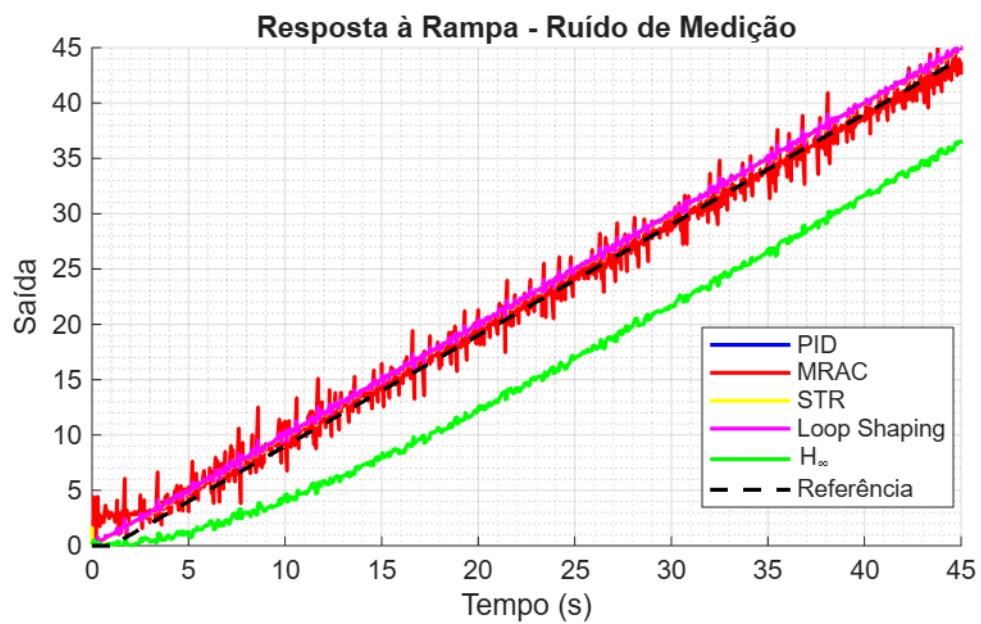
Com o objetivo de simular imperfeições presentes em sensores e interferências externas nos sinais de realimentação, os controladores foram submetidos à presença de ruído branco limitado em banda. Esse tipo de perturbação permite avaliar a sensibilidade dos controladores a oscilações de alta frequência, além de analisar sua capacidade de manter a estabilidade e o rastreamento da referência mesmo na presença de interferências contínuas. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras e Tabelas a seguir.

Figura 32 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Ruído na Medição



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 33 – Respostas à Rampa dos Controladores com Ruído na Medição



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 17 – Resultados da resposta ao degrau com ruído na medição

Controlador	Tempo de Subida (s)	Tempo de Acomodação (s)	Sobressinal (%)	Valor em Regime Permanente	Erro Estacionário
PID	1,003	45,000	154,770	0,763	0,237
MRAC	$5,636 \times 10^{-6}$	45,000	9157,700	-0,026	1,026
STR	$3,949 \times 10^{-4}$	45,000	140,120	0,780	0,220
Loop Shaping	1,002	45,000	154,300	0,764	0,236
H_{∞}	6,001	45,000	89,053	0,825	0,175

Fonte: Autor

Tabela 18 – Resultados da resposta à rampa com ruído na medição

Controlador	Erro Final	Erro Médio	Erro Máximo	Inclinação
PID	0,238	0,014	0,943	0,993
MRAC	2,449	0,771	4,372	0,938
STR	0,285	0,137	1,654	0,992
Loop Shaping	0,237	$7,948 \times 10^{-3}$	0,943	0,993
H_{∞}	8,685	6,941	9,213	0,805

Fonte: Autor

A partir dos resultados obtidos, observa-se que a presença de ruído na medição afetou significativamente todos os controladores analisados, aumentando as oscilações e dificultando o rastreamento ideal da referência. Entretanto, os impactos ocorreram de maneiras distintas para cada metodologia de controle, demonstrando diferenças importantes entre controladores adaptativos, clássicos e robustos.

Ao analisar os resultados do controlador PID, percebe-se um aumento significativo das oscilações ao longo da resposta temporal, com maior sensibilidade à presença de ruídos no sinal de realimentação. Apesar disso, o controlador manteve um comportamento relativamente estável, com boa capacidade de rastreamento da entrada em rampa, com inclinação próxima da unidade. Entretanto, o erro estacionário e o sobressinal aumentaram consideravelmente em relação ao cenário anterior.

O controlador MRAC apresentou o comportamento mais sensível à presença de ruído branco, evidenciado pelas elevadas oscilações observadas tanto na resposta ao degrau quanto na resposta à rampa. O elevado sobressinal, superior a 9000%, demonstra a forte influência do ruído sobre o mecanismo adaptativo do controlador, causando alterações excessivas nos parâmetros ajustados em tempo real. Ainda assim, o controlador conseguiu manter capacidade de acompanhamento de referência da rampa, embora acompanhado de intensa variação e instabilidade ao longo da resposta temporal.

Para o STR, observa-se um comportamento mais estável em relação ao MRAC, mesmo

sendo também um controlador adaptativo. Apesar do aumento das oscilações e da degradação do desempenho em relação ao cenário nominal, o controlador conseguiu manter boa inclinação da resposta à rampa e capacidade de rastreamento da referência, demonstrando maior robustez ao ruído, quando comparado ao MRAC, além de ser um dos três controladores que mantiveram uma inclinação acima de 0.99 frente à perturbação.

O controlador baseado na metodologia Loop Shaping apresentou novamente um dos comportamentos mais equilibrados entre os controladores analisados. O sistema apresentou menor influência visual das oscilações causadas pelo ruído, além de manter boa capacidade de rastreamento da referência e erro médio reduzido na resposta à rampa. Esses resultados mostram uma boa tolerância para a presença de interferências no sinal de medição, mantendo estabilidade e suavidade mesmo sob perturbação contínua.

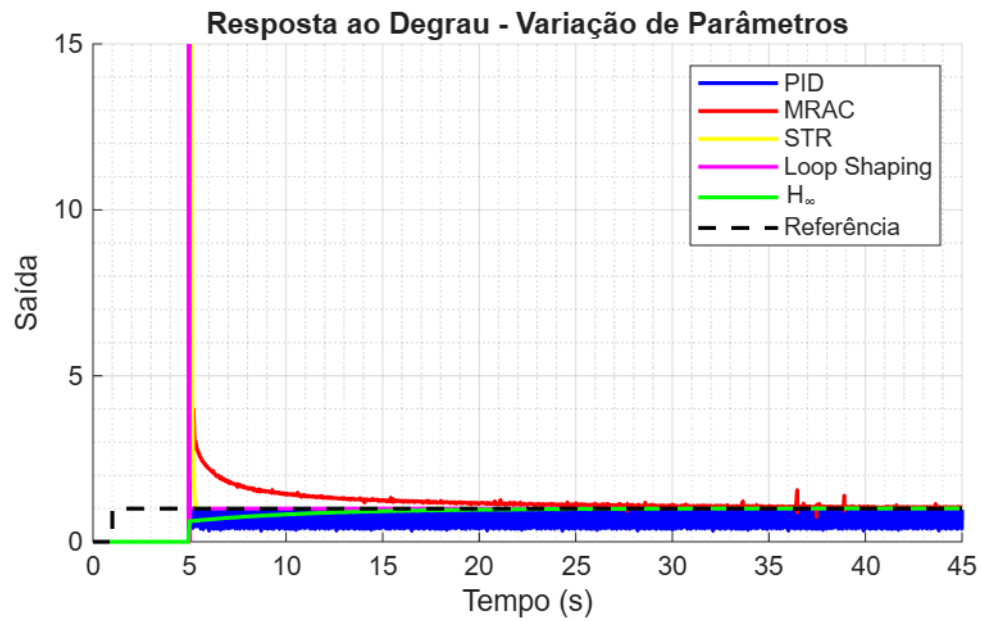
O controlador baseado na metodologia H_∞ apresentou o comportamento mais conservador dentre os controladores analisados. Porém, apesar da dinâmica mais lenta e da dificuldade no acompanhamento da entrada em rampa, o controlador apresentou menor sensibilidade às oscilações provocadas pelo ruído, evidenciada pelo menor sobressinal e pela resposta mais suave ao longo do tempo. Esse comportamento está relacionado às características da metodologia, voltadas à redução dos efeitos de perturbações e incertezas sobre o sistema.

Os resultados demonstram que a presença de ruído na medição impacta significativamente o desempenho dos controladores adaptativos, devido à elevada sensibilidade do mecanismo de adaptação às variações rápidas do sinal. Por outro lado, os controladores robustos apresentam maior tolerância a essas interferências, enquanto controladores como o PID mantiveram um comportamento intermediário, conciliando rastreamento da referência e estabilidade do sistema mesmo sob perturbação contínua.

5.2.3 Variação paramétrica

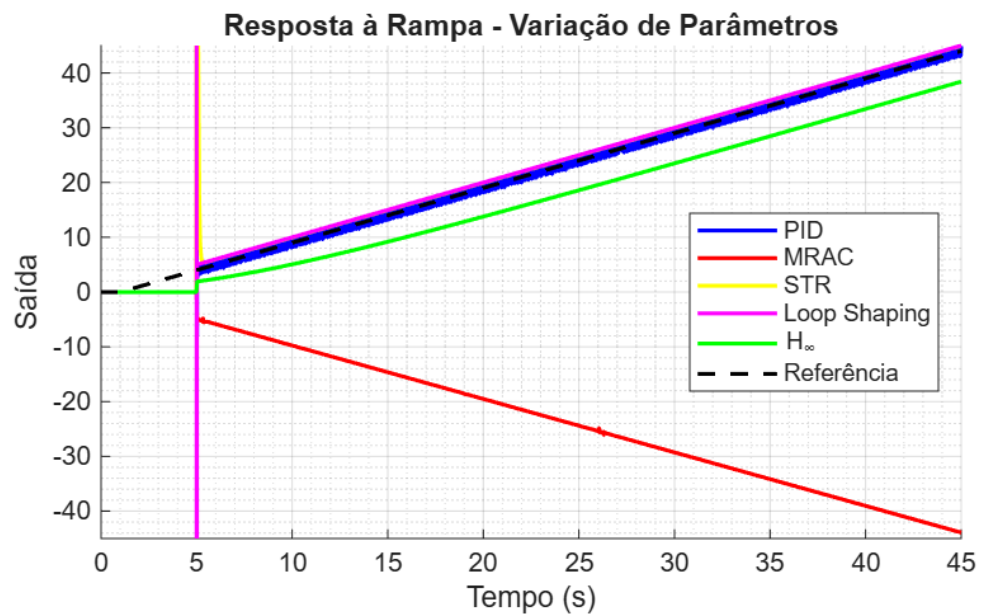
A variação paramétrica representa alterações internas nos parâmetros da planta ao longo da operação, simulando efeitos comuns em sistemas reais, como mudanças na resistência elétrica, variações térmicas, desgaste mecânico, alterações no atrito e mudanças nas características dinâmicas do motor. Esse tipo de perturbação é um dos mais importantes para a análise do desempenho dos controladores, pois permite avaliar a capacidade do sistema de manter a estabilidade e o rastreamento da referência mesmo diante de mudanças significativas na dinâmica da planta. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras e Tabelas a seguir.

Figura 34 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Variação Paramétrica



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 35 – Respostas à Rampa dos Controladores com Variação Paramétrica



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 19 – Resultados da resposta ao degrau com variação paramétrica

Controlador	Tempo de Subida (s)	Tempo de Acomodação (s)	Sobressinal (%)	Valor em Regime Permanente	Erro Estacionário
PID	0,000	45,000	$3,175 \times 10^5$	0,968	0,032
MRAC	$1,776 \times 10^{-15}$	44,790	3407,700	1,033	0,033
STR	$9,891 \times 10^{-6}$	5,361	7990,600	1,000	$3,109 \times 10^{-15}$
Loop Shaping	0,000	5,035	$4,856 \times 10^5$	1,000	0,000
H_∞	8,440	24,301	0,943	1,000	$5,900 \times 10^{-6}$

Fonte: Autor

Tabela 20 – Resultados da resposta à rampa com variação paramétrica

Controlador	Erro Final	Erro Médio	Erro Máximo	Inclinação
PID	0,069	3,058	9598,900	0,998
MRAC	88,913	46,604	88,915	-0,976
STR	0,049	0,593	247,610	0,999
Loop Shaping	$8,232 \times 10^{-4}$	523,750	15 251,000	1,000
H_∞	6,579	5,620	6,587	0,854

Fonte: Autor

Com base nesses resultados, observa-se que a variação paramétrica foi uma das perturbações que mais impactaram o desempenho dos controladores analisados, provocando aumentos expressivos no sobressinal, degradação do rastreamento da referência e maiores dificuldades na estabilização do sistema. Diferentemente das perturbações anteriores, nesse cenário a alteração ocorre diretamente na dinâmica da planta, afetando significativamente o comportamento dos controladores originalmente ajustados para condições nominais.

No controlador PID, observou-se elevada sensibilidade às mudanças paramétricas da planta, evidenciada pelo sobressinal extremamente elevado e pela presença de oscilações acentuadas durante o regime transitório. Esse comportamento ocorre devido à dependência direta do controlador em relação ao modelo utilizado na sintonia dos ganhos. Apesar disso, o controlador manteve rastreamento relativamente próximo da referência na resposta à rampa, apresentando inclinação próxima da unidade e erro final reduzido em comparação aos demais.

Quanto ao controlador MRAC, observou-se novamente um comportamento fortemente adaptativo, com resposta inicial rápida e elevado sobressinal. Entretanto, diferentemente dos cenários anteriores, a variação paramétrica provocou maior instabilidade no mecanismo adaptativo, resultando em maior erro estacionário e em uma inversão de sinal na resposta à rampa. Esse comportamento evidencia a elevada sensibilidade do processo de adaptação quando submetido a alterações bruscas na dinâmica do sistema, embora o controlador ainda tenha demonstrado capacidade de reagir rapidamente às mudanças impostas à planta.

O controlador STR também apresentou uma adaptação agressiva durante o regime tran-

sitório inicial, acompanhada de elevado sobressinal. Entretanto, apresentou um dos menores erros estacionários entre os controladores analisados, além de boa capacidade de rastreamento da referência na entrada em rampa após o período inicial de adaptação. Esse resultado evidencia a capacidade do mecanismo de estimação paramétrica de ajustar continuamente os parâmetros do controlador em função das mudanças observadas na planta.

Quanto ao controlador baseado na metodologia Loop Shaping, observou-se boa capacidade de rastreamento da referência em regime permanente, porém acompanhada de elevado sobressinal durante o regime transitório inicial. Esse comportamento indica que, embora o controlador mantenha boa estabilidade após a acomodação do sistema, as mudanças paramétricas afetaram significativamente sua resposta inicial, exigindo maior esforço de compensação para retornar ao regime permanente.

O controlador baseado na metodologia H_∞ apresentou novamente um comportamento mais conservador e robusto em relação aos demais controladores. Apesar da resposta mais lenta e da dificuldade no rastreamento da entrada em rampa, foi o único a manter baixo sobressinal e maior estabilidade geral diante das mudanças paramétricas impostas à planta. Esse comportamento evidencia a principal característica da metodologia H_∞ , que consiste na priorização da robustez do sistema diante de incertezas e variações.

Os resultados demonstram que a variação paramétrica foi eficaz em evidenciar as diferenças entre os controladores clássicos, adaptativos e robustos. Enquanto os controladores adaptativos apresentaram maior capacidade de reagir às mudanças na planta por meio da atualização contínua de seus parâmetros, os controladores clássicos sofreram maior degradação do desempenho transitório. O controlador baseado na metodologia H_∞ , por sua vez, apresentou maior robustez e estabilidade frente às variações impostas, porém acompanhado de uma dinâmica mais lenta. Dessa forma, os resultados demonstram que a escolha do controlador mais adequado depende diretamente das características da aplicação e do tipo de perturbação predominante no sistema.

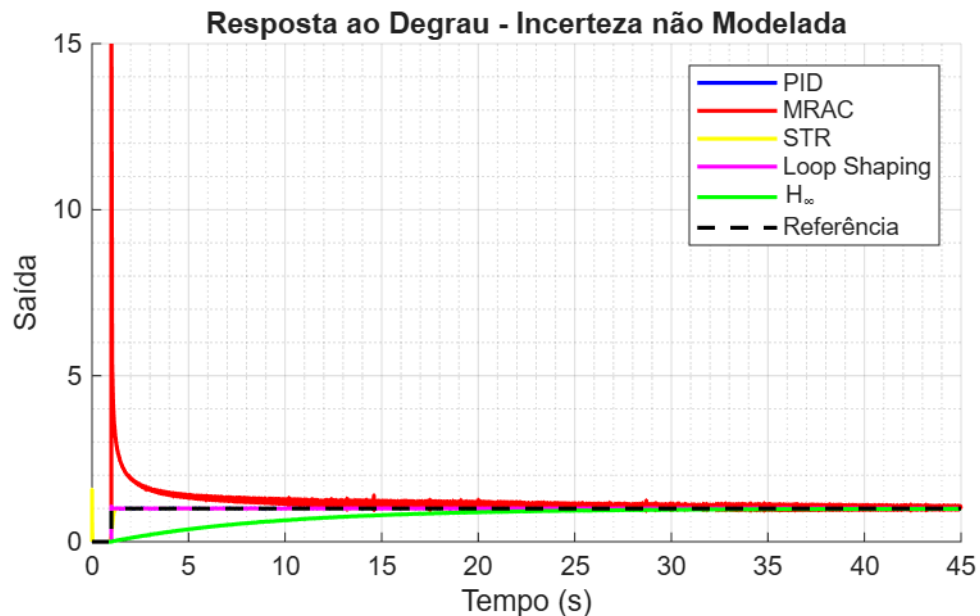
5.2.4 Incerteza não modelada

A incerteza não modelada foi utilizada para representar dinâmicas não consideradas durante a modelagem matemática da planta, como atrasos, dinâmicas de alta frequência, efeitos não lineares e pequenas variações internas do sistema. Esse tipo de perturbação é importante para avaliar a robustez dos controladores frente a comportamentos reais que não foram previstos durante o desenvolvimento do modelo. Além disso, essa análise permite observar a capacidade dos controladores de manter a estabilidade e o desempenho mesmo diante de diferenças entre a planta real e o modelo utilizado para o projeto.

Durante os testes iniciais, observou-se que determinados níveis de incerteza provocavam crescimento excessivo das respostas, principalmente nos controladores PID e MRAC, levando os

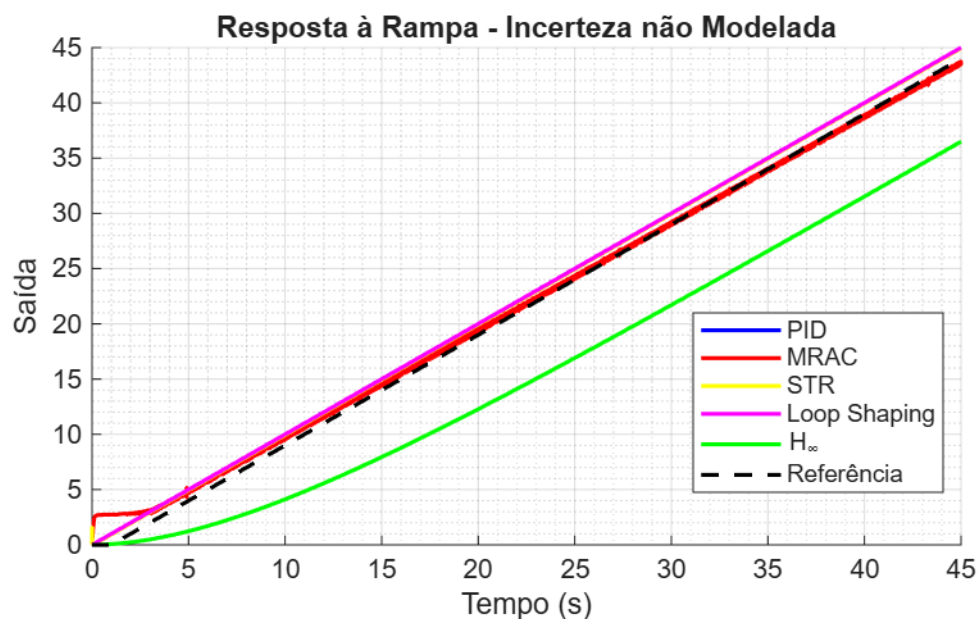
sinais a valores extremamente elevados. Dessa forma, foi selecionado um nível de perturbação que permitisse a observação do comportamento de todos os controladores sem causar perda completa da estabilidade do sistema. A seguir, são apresentadas as figuras e tabelas com os resultados obtidos:

Figura 36 – Respostas ao Degrau dos Controladores com Incerteza não Modelada



Fonte: Feito pelo Autor

Figura 37 – Respostas à Rampa dos Controladores com Incerteza não Modelada



Fonte: Feito pelo Autor

Tabela 21 – Resultados da resposta ao degrau com incerteza não modelada

Controlador	Tempo de Subida (s)	Tempo de Acomodação (s)	Sobressinal (%)	Valor em Regime Permanente	Erro Estacionário
PID	$3,406 \times 10^{-3}$	1,013	6,173	1,000	$7,715 \times 10^{-5}$
MRAC	$2,530 \times 10^{-4}$	45,000	1586,200	1,003	0,003
STR	$5,080 \times 10^{-4}$	1,229	57,490	1,000	$6,661 \times 10^{-15}$
Loop Shaping	$1,676 \times 10^{-3}$	1,008	7,588	0,999	$8,081 \times 10^{-4}$
H_{∞}	18,493	35,177	0,023	0,994	0,006

Fonte: Autor

Tabela 22 – Resultados da resposta à rampa com incerteza não modelada

Controlador	Erro Final	Erro Médio	Erro Máximo	Inclinação
PID	0,002	0,003	0,015	1,000
MRAC	1,564	0,757	2,457	0,965
STR	0,064	0,064	1,574	0,999
Loop Shaping	0,001	0,001	0,006	1,000
H_{∞}	8,514	6,933	8,515	0,811

Fonte: Autor

A análise dos resultados mostra que a presença de incertezas não modeladas afetou significativamente o comportamento dos controladores, principalmente aqueles mais dependentes do modelo nominal da planta ou com adaptação mais agressiva. Em geral, observa-se um aumento das oscilações, maior dificuldade de amortecimento e aumento da sensibilidade durante o regime transitório.

No controlador PID, observa-se que o sistema manteve boa velocidade de resposta e baixo erro estacionário, porém continuou apresentando sensibilidade às perturbações causadas pelos atrasos e dinâmicas não modeladas. Apesar disso, o controlador conseguiu permanecer estável e manter rastreamento satisfatório tanto para a entrada ao degrau quanto para a entrada a rampa, indicando que a sintonia utilizada ainda apresentou robustez aceitável para pequenas incertezas na planta.

O controlador MRAC apresentou novamente comportamento altamente adaptativo e agressivo, com resposta extremamente rápida acompanhada de elevado sobressinal e oscilações intensas durante o transitório. Mesmo operando próximo aos limites observados nas simulações, o controlador conseguiu retornar para valores próximos da referência ao longo do tempo, evidenciando sua capacidade de adaptação dinâmica frente às mudanças impostas ao sistema. Além disso, foi um dos poucos controladores que conseguiu atingir momentaneamente a referência rampa durante determinados intervalos da simulação, apesar da elevada sensibilidade observada na resposta ao degrau.

O controlador STR apresentou novamente comportamento adaptativo mais estável em relação ao MRAC, mantendo boa capacidade de rastreamento da referência e baixos erros estacionários após o período inicial de adaptação. Mesmo apresentando sobressinal elevado, o controlador conseguiu estabilizar rapidamente sua resposta, demonstrando boa capacidade de reajuste paramétrico diante das alterações introduzidas pela incerteza não modelada.

No controlador baseado na metodologia Loop Shaping, observa-se um dos comportamentos mais equilibrados entre desempenho transitório e estabilidade. O controlador manteve bom rastreamento da referência, baixos erros e resposta relativamente estável mesmo diante das perturbações introduzidas. Esse comportamento demonstra a eficiência da metodologia baseada em modelagem no domínio da frequência para lidar com pequenas variações dinâmicas não previstas na planta.

No controlador baseado na metodologia H_∞ , observa-se o comportamento mais robusto dentre todos os controladores analisados neste cenário. Apesar da resposta lenta e conservadora, o controlador praticamente não apresentou aumento significativo de sobressinal ou oscilações excessivas, mantendo estabilidade durante toda a simulação. Além disso, foi o único controlador que não apresentou tendência de crescimento excessivo ou aproximação de instabilidade diante da perturbação de atraso introduzida pela incerteza não modelada, evidenciando a principal característica da metodologia H_∞ , que consiste em priorizar a robustez e a estabilidade.

Os resultados obtidos mostram que a presença de incertezas não modeladas foi um dos cenários mais críticos para sistemas de controle, principalmente para controladores mais agressivos ou fortemente dependentes do modelo nominal da planta. Enquanto os controladores adaptativos demonstraram maior capacidade de reajuste dinâmico frente às mudanças do sistema, os controladores robustos demonstraram maior estabilidade global e menor sensibilidade. Dessa forma, observa-se novamente que a escolha do controlador ideal depende diretamente do tipo de aplicação, do nível de incerteza esperado no sistema e das prioridades entre rapidez de resposta, capacidade adaptativa e robustez.

6 CONCLUSÃO

Com o desenvolvimento deste trabalho, foi possível observar as diferenças entre as metodologias de controle analisadas, além de compreender suas vantagens, limitações e comportamentos frente às diferentes perturbações aplicadas ao sistema.

Durante a etapa de projeto dos controladores, verificou-se que os controladores PID, STR e Loop Shaping apresentaram os desempenhos mais estáveis e consistentes ao longo das simulações, demonstrando melhor equilíbrio entre rastreamento da referência, tempo de acomodação e estabilidade em regime permanente.

O controlador baseado na metodologia H_∞ foi implementado com foco na obtenção de elevada robustez, priorizando a estabilidade do sistema mesmo diante de perturbações significativas e incertezas. Como consequência, apresentou respostas mais lentas quando comparadas aos demais controladores, porém com menor sensibilidade a oscilações excessivas e variações abruptas.

O controlador adaptativo MRAC foi projetado visando uma adaptação mais agressiva e rápida às mudanças da planta. Apresentou elevados valores de sobressinal e maior sensibilidade às interferências externas, principalmente na presença de ruídos e variações paramétricas. Apesar disso, demonstrou boa capacidade de adaptação dinâmica, conseguindo retornar ao rastreamento da referência mesmo após perturbações severas.

O controlador PID apresentou desempenho geral satisfatório, com respostas rápidas, baixo erro estacionário e boa capacidade de rastreamento. Entretanto, também demonstrou elevada sensibilidade a determinadas perturbações, principalmente relacionadas a ruídos e mudanças paramétricas, evidenciando limitações típicas de controladores clássicos quando submetidos a cenários mais severos.

Os controladores adaptativos demonstraram diferentes níveis de adaptação dinâmica. O MRAC apresentou comportamento mais agressivo e responsivo, enquanto o STR apresentou uma adaptação mais estável e controlada. Ambos demonstraram as vantagens da adaptação automática de parâmetros, principalmente em cenários com mudanças nas características da planta, mesmo ao custo de maiores oscilações transitórias quando comparados aos controladores robustos.

Os controladores robustos apresentaram maior resistência aos efeitos das perturbações e incertezas. O controlador via Loop Shaping destacou-se pelo equilíbrio entre estabilidade, rapidez de resposta e baixo erro em regime permanente, apresentando desempenho consistente na maioria dos cenários analisados. Entretanto, em situações envolvendo incertezas não modeladas e variações paramétricas mais severas, observou-se a ocorrência de picos elevados de resposta, indicando limitações da metodologia frente a alterações extremas da dinâmica da planta.

Na comparação entre os controladores de comportamento mais estável, observa-se que o Loop Shaping apresentou desempenho superior ao PID em diversos cenários, principalmente em

relação à robustez e ao rastreamento de referência. O STR também demonstrou bons resultados, destacando-se pela capacidade de adaptação frente às mudanças da planta. Contudo, devido à necessidade de estimar inicialmente os parâmetros do sistema, apresentou maiores oscilações transitórias durante os instantes iniciais de operação.

Por outro lado, ao comparar os controladores de comportamento mais agressivo, verificou-se que o controlador baseado em H_∞ apresentou respostas mais lentas, porém maior estabilidade e resistência às perturbações. Já o MRAC conseguiu atingir rapidamente valores próximos à referência, porém ao custo de elevadas oscilações e maior sensibilidade às interferências externas. Dessa forma, o MRAC mostrou-se mais adequado para aplicações onde a rapidez de adaptação é priorizada, enquanto o controlador baseado na metodologia H_∞ demonstrou maior eficiência em aplicações que exigem elevada robustez e estabilidade.

Os resultados obtidos ao longo das simulações demonstraram que nenhuma metodologia pode ser considerada universalmente superior. Cada controlador apresentou vantagens específicas de acordo com o tipo de perturbação e as características exigidas pela aplicação. Assim, a escolha do controlador ideal depende diretamente das condições de operação, do nível de robustez desejado, da velocidade de resposta requerida e da tolerância do sistema a oscilações e erros transitórios.

Por fim, este trabalho atingiu seu principal objetivo ao implementar e comparar diferentes metodologias de controle aplicadas ao controle de velocidade de um motor CC, permitindo analisar seus comportamentos frente a diferentes tipos de perturbações e incertezas. Além disso, o estudo pode servir como material introdutório para estudantes de graduação interessados em controle moderno, adaptativo e robusto, reunindo conceitos e aplicações frequentemente abordados em disciplinas mais avançadas e em cursos de pós-graduação.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M. L.; OLIVEIRA, V. A.; LOCATTI, A. R.; DOMINGUES, C. Laboratório de controle usando o ambiente tempo real do matlab para cursos de graduação. In: **Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications (DINCON)**. Serra Negra: [s.n.], 2010. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- ANGELICO, B. A.; SCALASSARA, P. R.; VARGAS, A. N. **Análise de erro estacionário**. Curitiba: [s.n.], 2013. Citado na página 23.
- BOJORGE, N. **Estabilidade: método do critério de Routh-Hurwitz, substituição direta e lugar das raízes**. Curitiba: [s.n.], 2017. Citado na página 24.
- CAROTA, G. A. e. a. Proposta de um controlador proporcional-integral-derivativo (pid) ajustável para um sistema de irrigação. **Cadernos UniFOA**, Volta Redonda, v. 20, n. 55, p. 1–12, 2025. Citado na página 35.
- CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 18, 29 e 30.
- CHEN, C.-T. **Linear System Theory and Design**. 4. ed. New York: Oxford University Press, 2012. Citado na página 27.
- CONTE, E. G. D. **Desenvolvimento de um sistema para monitorar e simular a manufatura CNC**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 13. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 17, 20 e 23.
- FITZGERALD, A. E.; JR., C. K.; UMANS, S. D. **Electric machinery**. 7. ed. New York: McGraw-Hill, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 30.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. 7. ed. Boston: Pearson, 2015. Citado na página 21.
- GOMES, Y. C.; ARAÚJO, T. V. G. P.; LIMA, A. M. N. Abordagem didática com controle adaptativo. In: **Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE)**. Passo Fundo: [s.n.], 2006. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- GOODWIN, G. C.; SIN, K. S. **Adaptive Filtering Prediction and Control**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984. Citado na página 39.
- HUBERT, M. A.; REGNER, R. R.; RASIA, L. A.; VALDIERO, A. C. Bancada para validação experimental da modelagem matemática da dinâmica da roda de tração de um veículo elétrico. In: **Salão do Conhecimento UNIJUÍ**. Ijuí: [s.n.], 2018. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- IOANNOU, P. A.; SUN, J. **Robust Adaptive Control**. Mineola: Dover Publications, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 17, 36, 37 e 55.
- KHALIL, H. K. **Nonlinear Systems**. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. Citado na página 28.
- KUO, B. C.; GOLNARAGHI, F. **Sistemas de Controle Automático**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010. Citado na página 17.

LIMA, R. P. G. *et al.* Estudo experimental de robustez de um controlador pid adaptativo por modelo de referência (pid-mrac) com entradas do tipo caóticas. In: **Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente e X Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos**. Ipojuca: Sociedade Brasileira de Automática, 2023. Citado na página 18.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for the User**. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. Citado na página 37.

MARUYAMA, N. **Notas de aula PMR2360: uma breve introdução aos sistemas de controle**. São Paulo: [s.n.], 2004. Citado na página 21.

Mundo da Elétrica. **Motor de corrente contínua: o que é e como funciona?** 2026. Acesso em: 7 abr. 2026. Disponível em: <<https://www.mundodaeletrica.com.br/>>. Citado na página 30.

NEVES, J. C.; SILVA, S. A. O. d.; SILVEIRA, R. D. Estudo comparativo entre estratégias de controle clássico pi e uma proposta de controle adaptativo aplicadas a um sistema pv-upqc monofásico. In: **IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. [S.l.]: IEEE, 2021. Citado na página 39.

NISE, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 27 e 28.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011. Citado 7 vezes nas páginas 20, 22, 25, 27, 28, 34 e 35.

PEET, M. M. **LMI methods in optimal and robust control: lecture 12 – modeling uncertainty and robustness**. Arizona: [s.n.], 2017. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

ROSA, J. P. R. e. a. **Modelagem de sistemas dinâmicos**. Londrina: Editora Científica, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 17, 28, 41 e 43.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. **Robust and optimal control**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996. Citado na página 40.

_____. **Essentials of Robust Control**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1998. Citado na página 17.

ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Adaptive control**. 2. ed. Boston: Addison-Wesley, 1995. Citado 6 vezes nas páginas 17, 28, 36, 38, 54 e 55.

APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR STR

O Apêndice apresenta o código utilizado para implementação do controlador adaptativo indireto baseado na metodologia STR, desenvolvido no bloco *MATLAB Function* no ambiente Simulink:

```

1 function u = fcn(ref, y1, y2, u1)
2
3 persistent theta P u2 k
4
5 if isempty(theta)
6
7     theta = zeros(4,1);
8     P = 100*eye(4);
9
10    u2 = 0;
11    k = 0;
12
13 end
14
15 k = k + 1;
16
17 if k < 50
18
19     u = 0;
20     u2 = u1;
21
22     return
23
24 end
25
26 phi = [-y1; -y2; u1; u2];
27
28 y_est = phi' * theta;
29
30 e_id = y1 - y_est;
31
32 lambda = 0.995;
33
34 K = (P*phi)/(lambda + phi'*P*phi);
35
36 theta = theta + K*e_id;
37 P = (P - K*phi'*P)/lambda;

```

```
38
39 a1 = theta(1);
40 a2 = theta(2);
41
42 b1 = theta(3);
43 b2 = theta(4);
44
45 if abs(b1) < 0.1
46
47     b1 = 0.1;
48
49 end
50
51 u = (ref - a1*y1 - a2*y2 - b2*u2)/b1;
52
53 du_max = 2;
54
55 u = max(min(u, u1 + du_max), u1 - du_max);
56
57 u = max(min(u, 10), -10);
58
59 u2 = u1;
60
61 end
```

Listing A.1 – Código do controlador STR implementado no bloco MATLAB Function