



INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS,
CAMPUS SABARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JÚLLIO CÉSAR DA SILVA

**OBMEP e BNCC: integração de questões sobre números racionais às
habilidades do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental**

Sabará
2025

JÍULLIO CÉSAR DA SILVA

**OBMEP e BNCC: integração de questões sobre números racionais às
habilidades do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Especialização em Educação Matemática, ofertado pelo *campus* Sabará do Instituto Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Alves Marques
Coorientadora: Profa. Ma. Daila Silva Seabra de Moura Fonseca

Sabará
2025

Silva, Júllio César da

S586o

OBMEP e BNCC [manuscrito] : integração de questões sobre números racionais às habilidades do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. / Júllio César da Silva. - 2025.

69 f.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Alves Marques.

Coorientadora: Profa. Ma. Daila Silva Seabra de Moura Fonseca.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* Sabará.

1. Matemática – Exames – Estudo e ensino. – Monografia. 2. Números racionais – Estudo e ensino. – Monografia. 3. Educação e Estado. – Monografia. 4. Base Nacional Comum Curricular. – Monografia. 5. Aprendizagem baseada em problemas. – Monografia. I. Marques, Bruno Alves. II. Fonseca, Daila Silva Seabra de Moura. III. Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* Sabará. IV. Especialização em Educação Matemática. V. Título.

CDU 51:37

César dos Santos Moreira / CRB6-2229
Biblioteca do IFMG *Campus* Sabará

ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE JÚLIO CÉSAR DA SILVA

No dia 27 junho de 2025, às 16 horas, os professores: Bruno Alves Marques, Débora Silva Veloso e João Ricardo Vallim Pereira compareceram para defesa pública do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: OBMEP e BNCC: Integração de questões de números racionais às habilidades do 6º e 7º anos do ensino fundamental, requisito obrigatório para a obtenção do título de pós – graduado. Após a apresentação e as observações dos membros da banca avaliadora, ficou definido que o trabalho foi considerado:

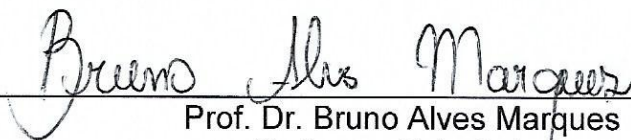
Aprovado () Reprovado

O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Professor Orientador. Nada mais havendo a tratar, o Professor Orientador lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da banca avaliadora.

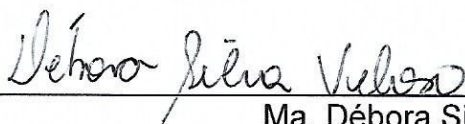
Observação:

COM RESALVAS: PROCEDER COM AS CORREÇÕES PROPOSTAS PELA BANCA.

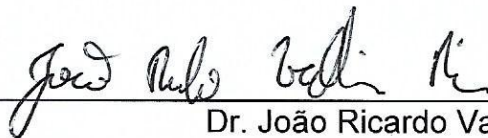
→ NOTA: 80



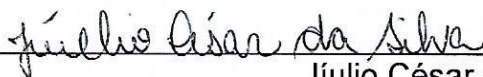
Prof. Dr. Bruno Alves Marques
Professor Orientador



Ma. Débora Silva Veloso
Membro da Banca Examinadora



Dr. João Ricardo Vallim Pereira
Membro da Banca Examinadora



Júlio César da Silva
Aluno

Aos meus familiares e a todos que, de alguma forma, propiciaram o meu gosto e fascínio pela Matemática e pela arte de ensinar.

AGRADECIMENTOS

A Deus, Autor e Princípio de tudo, pelo dom da minha vida e por tantas graças alcançadas nesta caminhada.

Ao meu pai, Júlio e minha mãe, Cláudia, pelos ensinamentos transmitidos, pela confiança e por tanto apoio e esforços feitos para que eu pudesse chegar aonde estou e para que eu possa avançar ainda mais.

Aos meus irmãos, Júllia e Júlliano, pela convivência, auxílio mútuo em momentos decisivos e pelos debates colaborativos. À minha irmã, em especial, pela revisão deste trabalho.

Aos meus familiares e amigos de jornada, pela amizade, consideração e pelo respeito.

Aos meus professores, pelo empenho e dedicação na profissão que me despertaram o desejo de trilhar este caminho.

Aos meus colegas e professores da Especialização em Educação Matemática, por tantas reflexões, angústias e experiências compartilhadas que, certamente, aperfeiçoaram minhas práticas pedagógicas e propiciaram a conclusão deste trabalho. Em especial, ao professor Bruno e à professora Daila, pelas contribuições essenciais para este trabalho.

Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o
espírito.

François Fénelon

RESUMO

O presente trabalho busca investigar a integração de questões das avaliações da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no ensino de números racionais, sejam eles fracionários ou decimais, para o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias aos alunos dos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental (Anos Finais), seguindo os parâmetros definidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Brasil. Pretende-se, também, evidenciar a importância dos números racionais abordagem das questões da avaliação, contribuir para o debate sobre as metodologias de ensino da Matemática para as etapas intermediárias do Ensino Fundamental e indicar caminhos para a adoção da tendência de Resolução de Problemas em sala de aula. Optou-se por uma pesquisa visando maior familiaridade com o documento curricular recém-homologado e conectando as competências estabelecidas às propostas de raciocínio e solução das questões olímpicas a partir de uma investigação bibliográfica. O levantamento documental das questões aplicadas na competição entre 2018 (ano subsequente à homologação da base curricular) até 2024 (aplicação mais recente) permitiu a seleção dos problemas com menção explícita ou exigência de conhecimento prévio sobre números racionais (tanto frações quanto números decimais), a análise qualitativa das características e conhecimentos necessários para a resolução e a análise quantitativa, comparando a quantidade de questões selecionadas em relação ao total analisado. Ao evidenciar as relações entre as questões da OBMEP e as habilidades definidas pela BNCC, foram definidas possíveis estratégias de aplicação das atividades a partir da tendência de ensino de Resolução de Problemas, bem como apontar o diálogo entre diversas unidades temáticas do currículo-base no conteúdo de números racionais fracionários e decimais.

Palavras-chave: BNCC; habilidades; números racionais; OBMEP; Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This study aims to investigate the integration of questions from the Brazilian Public School Math Olympiad (OBMEP) into the teaching of rational numbers—both fractions and decimals—as a means to develop the competencies and skills required of 6th and 7th grade students in the final years of Middle School, in accordance with the parameters set by Brazil's National Common Curricular Base (BNCC). The research also seeks to highlight the relevance of rational numbers in the context of Olympiad assessments, contribute to discussions on mathematics teaching methodologies for intermediate levels of basic education, and suggest approaches for adopting the Problem Solving trend in classroom practices. A bibliographic investigation was conducted to promote greater familiarity with the recently approved curriculum document and to connect the defined competencies with the reasoning and problem-solving strategies found in Olympiad questions. A documentary analysis of OBMEP questions administered between 2018 (the year following of BNCC's approval) and 2024 (the most recent edition) enabled the selection of problems that explicitly reference or require prior knowledge of rational numbers (both fractions and decimals). This included a qualitative analysis of the characteristics and mathematical understanding involved in their resolution, as well as a quantitative analysis comparing the number of selected items to the total analyzed. By emphasizing the connections between OBMEP questions and BNCC competencies, this study proposes possible strategies for applying these activities based on the Problem Solving teaching trend and highlights the interrelation among various thematic units of the core curriculum through the content of rational numbers.

Keywords: BNCC; skills; rational numbers; OBMEP; Problem Solving.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - “Esticadores de corda”, encarregados do faraó para medirem os terrenos, demarcando as unidades de comprimento numa corda.....	19
Figura 2 - Aproximação do número π representado na notação de Stevin.....	21
Figura 3 - Etapas sugeridas por Onuchic <i>et al</i> para a resolução de um problema em sala de aula.....	28
Figura 4 - Questão 7 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).....	36
Figura 5 - Questão 3 da prova da 1ª Fase da 17ª OBMEP (2022).....	36
Figura 6 - Questão 6 da prova da 1ª Fase da 15ª OBMEP (2019).....	37
Figura 7 - Questão 16 da prova da 1ª Fase da 15ª OBMEP (2019).....	38
Figura 8 - Questão 18 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).....	39
Figura 9 - Questão 8 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).....	39
Figura 10 - Questão 6 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).....	40
Figura 11 - Representação esquemática de um bolo dividido em 8 pedaços iguais.....	40
Figura 12 - Questão 16 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).....	41
Figura 13 - Questão 8 da prova da 1ª Fase da 17ª OBMEP (2023).....	42
Figura 14 - Questão 7 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).....	42
Figura 15 - Questão 10 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).....	43
Figura 16 - Questão 9 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).....	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Quantitativo de questões da OBMEP com abordagem sobre números racionais.....	33
Tabela 2 -	Quantitativo de questões da OBMEP sobre números racionais de acordo com sua representação.....	34
Tabela 3 -	Relações entre habilidades da BNCC e questões da OBMEP acerca do conteúdo de números racionais (unidade temática Números).....	35

LISTA DE SIGLAS

A. E. C.	Antes da Era Comum
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
COVID-19	Do inglês, Doença do Corona Vírus
E. C.	Era Comum
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MCTI	Ministério de Ciência, Tecnologia e Inovação
MEC	Ministério da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	OBJETIVOS	17
2.1	Objetivo Geral	17
2.2	Objetivos Específicos	17
3	REFERENCIAL TEÓRICO	18
3.1	Um breve histórico das frações e dos números decimais	18
3.2	OBMEP e BNCC: ensinando a Matemática através de problemas	22
3.2.1	<i>Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas</i>	22
3.2.2	<i>Histórico sobre a legislação da Educação no Brasil</i>	24
3.2.3	<i>Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Resolução de Problemas</i>	25
4	METODOLOGIA	30
5	ANÁLISE DOS DADOS	32
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
	REFERÊNCIAS	47
	ANEXO A – Habilidades contempladas pela BNCC no ensino de frações para alunos dos 6º e 7º do Ensino Fundamental	51
	ANEXO B – Questões selecionadas das provas da 1ª Fase da OBMEP e suas soluções	53

1 INTRODUÇÃO

A dificuldade dos estudantes na disciplina de Matemática - por exemplo, na resolução de contas básicas e problemas que envolvam a transformação de divisões em representações gráficas por meio de frações - reflete nos percalços enfrentados pela Educação no Brasil, principalmente no período pós-pandemia de COVID-19.

Dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia o aprendizado dos estudantes ao final de cada etapa de ensino, indicam queda no desempenho em Matemática em relação aos índices observados no período pré-pandemia. Entre os alunos que cursaram os Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) na rede pública, apenas 16% alcançaram o nível adequado de aprendizado na disciplina (proficiência¹ igual ou superior ao nível 5), segundo os resultados das provas aplicadas em 2023. Na avaliação aplicada antes da pandemia, em 2019, eram 18%. No Ensino Médio, a situação é mais drástica: somente 5% dos estudantes demonstraram o domínio adequado ou avançado de conteúdos matemáticos – eram 7% em 2019 (Brasil, 2024). Houve a realização do SAEB em 2021, mas como destaca o movimento Todos pela Educação, a aplicação das avaliações aconteceu num período em que as escolas públicas ainda ofereciam atividades à distância ou retornavam ao ensino presencial, inviabilizando uma análise mais precisa (Todos pela Educação, 2024).

Como resposta ao desafio de melhorar tanto as condições de ensino, pelos professores, como a aprendizagem matemática pelos alunos, o Ministério da Educação (MEC) e o Ministério de Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), criaram a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que teve seu início no ano de 2005. A OBMEP, por meio da resolução de problemas e do fortalecimento do repertório cognitivo matemático para o aluno, tem por objetivo estimular a participação dos estudantes em atividades de Matemática e promover o reconhecimento do conteúdo aprendido em contextos do cotidiano. Por consequência, busca aumentar o rendimento básico escolar na disciplina e melhorar os índices de aprendizagem das unidades de ensino avaliadas

¹ Escalas de Proficiência do SAEB. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2025.

(IMPA, 2023).

De acordo com Biondi, Vasconcelos e Menezes-Filho (2009), a partir da realização de uma avaliação do impacto da competição, percebeu-se que instituições as quais se inscreveram na OBMEP conseguiram, na Prova Brasil² de 2007, um aumento médio de 1,91 ponto - que equivale a 1% a mais que o desempenho anterior. O estudo aponta também que escolas que participaram pela primeira vez não obtiveram um aumento significativo; as que participaram em duas edições da OBMEP tiveram um aumento de 1,30 ponto e as que participaram de três edições aumentaram 2,28 pontos na média da Prova Brasil.

O resultado que a OBMEP tem obtido, ao melhorar o aprendizado de Matemática, pode ser atribuído, em grande parte, à disponibilização de um rico e variado material didático, baseado em problemas atrativos que ajudam os estudantes a se prepararem para a competição e, principalmente, os ajudam a aprender o conteúdo e criar mecanismos para aplicação em outros contextos. Para Onuchic e Allevato (2004), uma ferramenta importante para dar significado à Matemática é a Resolução de Problemas. Tais autoras afirmam que:

Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas (Onuchic e Allevato, 2004, p. 224).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) caminha nesse sentido, ao propor um ensino de Matemática que, por meio da resolução de problemas, leve o aluno do Ensino Fundamental a articular os diversos campos da Matemática – Aritmética, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade. Além disso, propõe o desenvolvimento da capacidade de agir matematicamente nas mais diversas situações dentro e fora da escola. O objetivo é ter cada vez mais autonomia na tomada de decisões. A habilidade EF04MA03, por exemplo, consiste em “Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado” (Brasil, 2017, p. 291).

É possível inferir duas razões importantes para que o professor utilize

² Conjunto de avaliações aplicadas aos estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental para definição do rendimento das escolas públicas. A partir de 2019, foi incorporada ao Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), padronizando as avaliações e o calendário de aplicação (Todos pela Educação, 2018).

problemas na aula de Matemática:

- a) é necessário desenvolver a habilidade de aplicar a Matemática para resolver problemas; e
- b) é possível aprender Matemática construindo e validando estratégias para a solução de um problema.

Analisando-se o contexto geral atual, de um mundo altamente globalizado e repleto de códigos, faz-se pertinente compreender e ser capaz de usar a Matemática. Tais premissas mesclam-se ao utilizar-se este método de ensino na prática pedagógica.

Considerando tais dados e a experiência pedagógica do autor principal deste trabalho no ensino de Matemática para crianças e adolescentes que cursam os 6º e 7º Anos Ensino Fundamental, o presente texto apresenta o uso da Resolução de Problemas aplicada às questões da OBMEP como recurso pedagógico nas aulas para a faixa supracitada.

A organização deste trabalho se dá com os objetivos deste trabalho, no próximo capítulo. Na sequência, a revisão de literatura aborda o histórico sobre as representações fracionária e decimal; a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, sua origem, objetivos e estruturação; e a Base Nacional Comum Curricular e sua relação com a Resolução de Problemas, tendência em Educação Matemática em destaque no ensino contemporâneo. Após, o capítulo Metodologia descreve a abordagem utilizada e o modo como se obtiveram os resultados. O capítulo de Análise dos Dados apresenta, além dos resultados obtidos, as relações entre as questões da OBMEP e as habilidades previstas pela BNCC no ensino de frações. Por fim, nas considerações finais, são sintetizados os resultados obtidos neste trabalho com apontamentos e suas reflexões. As descrições das habilidades contempladas pela BNCC no ensino de números racionais são mostradas no ANEXO A, após as referências bibliográficas. As questões selecionadas e suas soluções são apresentadas no ANEXO B.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Investigar a integração de questões da OBMEP relacionadas aos números racionais no desenvolvimento de competências e habilidades dos alunos do 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental, seguindo os parâmetros estabelecidos pela BNCC.

2.2 Objetivos Específicos

- Selecionar e analisar questões da competição de acordo com os conteúdos referentes aos números racionais abordados nos 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental (Anos Finais);
- Associar as habilidades do currículo nacional exigidas na resolução das questões da olimpíada;
- Evidenciar a importância dos números racionais na abordagem das questões da avaliação;
- Indicar caminhos para a adoção da tendência de Resolução de Problemas em sala de aula; e
- Cooperar com as pesquisas desta temática já realizadas no campo científico.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo serão apresentados os referenciais que darão base ao desenvolvimento do trabalho. A primeira seção apresenta, resumidamente, o percurso histórico das frações e dos números decimais, contextualizando suas importâncias na Matemática. Será visto que, mesmo sendo um conteúdo dominado há bastante tempo, a representação usual das frações e dos números decimais é recente.

Em seguida, serão discutidas algumas informações relevantes sobre a OBMEP e a BNCC, suas relações e conexões com a tendência de Resolução de Problemas.

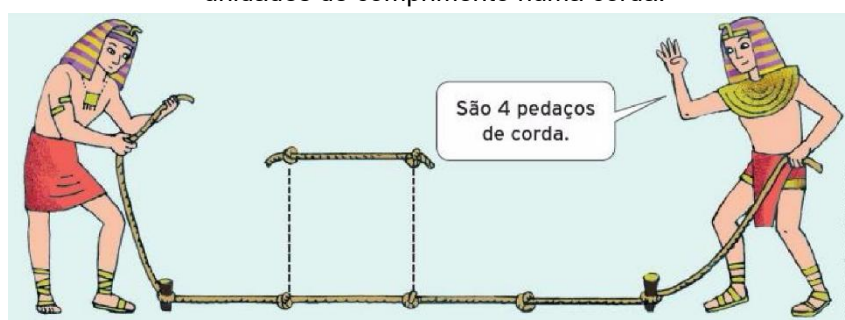
3.1 Um breve histórico das frações e dos números decimais

A história das frações se confunde com a história da representação dos números e da Matemática, advinda da necessidade de se contar e contabilizar objetos (Celestino, 2017). Boyer e Merzbach (2012) destacam que o conceito de números inteiros é o mais antigo que se tem conhecimento, com suas bases herdadas na antiguidade pré-histórica. As tribos primitivas realizavam as contagens elementares com seus sistemas numéricos, sem a preocupação de se retratar valores parciais, “quebrados”. “Para necessidades quantitativas, o homem prático pode escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações. Portanto, [...] o domínio das frações decimais é essencialmente um produto da idade moderna” (Boyer e Merzbach, 2012, p. 26).

Os primórdios do uso de frações remontam ao Egito Antigo, há mais ou menos 4.000 anos. Bonjorno e Giovanni Jr. (2018) contam que as terras pertencentes ao faraó, às margens do Rio Nilo, eram divididas entre grupos familiares para o cultivo. Em troca, essas pessoas pagavam ao líder político tributos de forma proporcional à porção de terra recebida. Dante (2015) complementa que, em certa época do ano, o Rio Nilo passava por cheias históricas que inundavam as terras marginais, derrubando as cercas que demarcavam os limites de cada terreno. Obrigava-se, assim, a realização de novas medições. Para executar esta tarefa, os encarregados do faraó utilizavam cordas esticadas com nós demarcando uma certa distância padrão, o

cúbito³ ou côvado⁴ (embora os termos sejam distintos, ambos se referem à distância entre o cotovelo e a extremidade do dedo médio, tendo como base a medida do braço do faraó). A Figura 1 ilustra a forma como esses trabalhadores utilizavam a corda para as medições. Entretanto, o comprimento das terras não resultava em um número inteiro de unidades demarcadas na ferramenta, obrigando os “esticadores de corda” a criarem subunidades do cúbito. Surge, daí, o conceito de fração (Lima e Freitas, 2021).

Figura 1 - "Esticadores de corda", encarregados do faraó para medirem os terrenos, demarcando as unidades de comprimento numa corda.



Fonte: Iracema e Dulce, 2015, p. 151.

Os primeiros registros de representação fracionária aparecem com o advento da escrita hierática, substituta da forma hieroglífica, representando dígitos e múltiplos de potências de dez com o uso de cifras e notação especial para frações unitárias - aquelas cujo numerador é igual a 1 (Boyer e Merzbach, 2012). Esta nova representação de frações aparece no papiro de Ahmes, que logo depois foi adquirido pelo egiptólogo escocês Henry Rhind e rebatizado de Papiro de Rhind, em 1858 (Bonjorno e Giovanni Jr., 2018). Boyer e Merzbach (2012) destacam, ainda, a particularidade da fração $2/3$ nas operações aritméticas: para se calcular a terça parte de uma quantidade, determinavam o equivalente a dois terços e, após, dividiam o valor pela metade. Tal processo era generalizado para a decomposição - ou redução - de frações em soma de frações unitárias. Por exemplo, a fração $3/5$ poderia ser reduzida à soma $1/3 + 1/5 + 1/15$.

As frações também eram conhecidas pelos babilônios, na Mesopotâmia, por volta do ano 2000 antes da Era Comum (A.E.C.). Estes povos utilizavam a base

³ Cúbito: substantivo masculino. Anatomia. 1. Osso longo da parte interna do antebraço; ulna. 2. Cotovelo (Ferreira, 2001, p. 210).

⁴ Côvado: substantivo masculino. Antiga medida de comprimento, correspondente a 66 centímetros (Ferreira, 2001, p. 203).

sexagesimal, isto é, utilizavam potências de base 60 para expressar o denominador dos números racionais (Celestino, 2017). Boyer e Merzbach (2012) atentam que, ao utilizar o sistema de numeração posicional nas frações, “os babilônios dominavam o poder da computação que a moderna notação decimal para frações nos confere” (Boyer e Merzbach, 2012, p. 42). Além disso, as frações sexagesimais eram a base dos cálculos para a astronomia na Grécia, dando origem às atuais medidas de graus, minutos e segundos para ângulos.

Romanos, hindus e chineses também trabalhavam com notações próprias para os números fracionários. Como explica Celestino (2017), os chineses utilizavam uma representação decimal e posicional muito próxima da contemporânea, embora estes não utilizassem frações impróprias - frações cujo numerador é maior que o denominador - em seus cálculos. A notação moderna, onde um número aparece sobre o outro, é herdada dos hindus, e por volta dos anos 1000 da Era Comum (E.C.) que os árabes inseriram uma barra, separando as duas partes.

Independentemente de como a representação fracionária se desenvolveu ou quem a inventou primeiro, o uso de frações por diversos povos passou pela necessidade de resolver problemas relacionados à divisão de terras e transações comerciais, onde números naturais e inteiros já eram insuficientes para representar as soluções esperadas (Celestino, 2017).

Silva (1997) destaca que o desenvolvimento da notação e cálculos fracionários pelos povos do Oriente provocou, a partir da segunda metade da Idade Média, uma imposição do seu uso ao Ocidente. De modo especial à Europa, ainda limitada às operações com números inteiros e sem domínio das representações fracionárias popularizadas no Oriente.

Quanto à representação decimal, essa emerge do uso de frações decimais, primeiramente identificadas nos estudos do matemático espanhol John de Seville (1090-1150) sobre métodos de aproximação às raízes quadradas de números (Dias, 2016). Sua adoção para cálculos gerais, em detrimento das frações sexagesimais, foi amplamente defendida pelo francês François Viète (1540-1603). Em sua obra *Canon mathematicus* (1579), afirmava que “milésimos e milhares, centésimos e centenas, décimos e dezenas, e progressões semelhantes, ascendentes e descendentes, devem ser usadas frequentemente ou exclusivamente” (Boyer, 1996, p. 211). Conforme Boyer (1996), Viète determinou a medida do apótema de um polígono

regular de 96 lados inscrito em um círculo de diâmetro 200.000 como 99.946|458.75. A barra indica a separação entre parte inteira e decimal.

Seguindo os apelos de Viète, o belga Simon Stevin (1548-1620) apresenta uma abordagem sistemática da escala decimal, tanto para frações quanto para números inteiros. Ao esmiuçar o sistema, inspira-se em Rafael Bombelli (1523-1573) ao escrever números dentro de um círculo para representar a potência de dez assumida como divisor após cada dígito (Silva, 1997). A Figura 2 apresenta o valor aproximado do número π na notação de Stevin.

Figura 2 - Aproximação do número π representado na notação de Stevin.

$$3^{①} 1^{①} 4^{②} 1^{③} 6^{④} \text{ ou } 3 \quad 1 \quad 4 \quad 1 \quad 6$$

Fonte: Boyer, 1996, p. 220.

O primeiro uso do ponto ou da vírgula para separar a parte inteira da parte decimal, tal como se vê na Matemática Contemporânea, é atribuído ou ao cartógrafo italiano Giovanni Antonio Magini (1555-1617), em 1585, ou ao matemático alemão Christopher Clavius (1538-1612), em 1592 (Boyer, 1996). A popularização do sinal de pontuação para tal fim se dá com a invenção dos logaritmos pelo escocês John Napier (1550-1617), em 1614, e na tradução para o inglês da obra *Descriptio*, em 1616. A partir da obra *Constructio* (1619), do mesmo autor, a separação dos inteiros e decimais com um ponto se torna padrão na Inglaterra. A vírgula ganha popularidade com os estudos do neerlandês Wilbord Snellius (1580-1626), no início do século XVII. Entretanto, alguns registros do seu uso aparecem no livro *Compendio de lo abaco* (1492), de Francisco Pellos (1450-1500), onde a divisão de um inteiro por uma potência de dez era indicada por um ponto (Boyer, 1996; Silva, 1997).

Como destacam Boyer (1996) e Silva (1997), a adoção de frações decimais para cálculos diversos, a invenção dos logaritmos e popularização da notação decimal trouxe à Matemática avanços prodigiosos, num esforço de criar ferramentas que facilitassem a compreensão aritmética e algébrica ao longo do século XVII.

Esses números, que futuramente viriam a ser chamados “racionais”, são amplamente utilizados no cotidiano, principalmente nas questões e no sistema de avaliação da OBMEP, competição matemática que será abordada na próxima seção.

3.2 OBMEP e BNCC: ensinando a Matemática através de problemas

Esta seção, dividida em duas subseções, traz explicações sobre a OBMEP e a BNCC, buscando identificar relações entre elas e com a Resolução de Problemas, tendência da Educação Matemática que tem ganhado foco nos últimos anos.

3.2.1 *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)*

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) foi criada em 2005, como um projeto de inclusão social para alunos da rede pública de ensino com pouco acesso e convívio com a produção de conhecimento acadêmico e científico (Souza Neto, 2012). Fruto da parceria entre o Ministério de Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI) e o Ministério da Educação (MEC), ambos do Governo Federal, é executada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

De acordo com o projeto-piloto apresentado por Souza Neto (2012), o principal objetivo da competição é “estimular o estudo da Matemática através da resolução de problemas motivantes, que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudantes” (Souza Neto, 2012, p. A8). Assim, a olimpíada busca “identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas” (OBMEP, 2023). A edição de 2022 chegou à expressiva marca de mais de 18 milhões de estudantes inscritos na primeira fase, com participação de 99,78% dos municípios do país (OBMEP, 2023).

A OBMEP acontece anualmente e os alunos são organizados em três níveis, de acordo com a etapa de ensino cursada pelos participantes:

- Nível 1, para alunos do 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental;
- Nível 2, para alunos dos 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental; e
- Nível 3, para alunos do Ensino Médio.

Realiza-se a olimpíada em duas fases:

- a) A primeira fase consiste na aplicação de uma avaliação com 20 questões de múltipla escolha – cinco alternativas, sendo apenas uma a correta – para todos os estudantes inscritos, de caráter eliminatório;

- b) A segunda fase consiste na aplicação de uma avaliação com seis questões dissertativas, de caráter classificatório, para os alunos qualificados na primeira fase (5% do total de inscritos).

As avaliações aplicadas em cada nível são elaboradas respeitando os objetivos de aprendizagem previstos para cada etapa de ensino.

A premiação dos participantes ocorre de acordo com o desempenho obtido na prova da segunda fase, onde os melhores colocados podem receber medalhas de ouro, prata ou bronze, além de menções honrosas para os que obtiverem resultado significativo. Além disso, os alunos podem receber uma bolsa de iniciação científica para a pesquisa e aprofundamento dos conhecimentos matemáticos (OBMEP, 2023).

Segundo Souza Neto (2012), a OBMEP se inspirou em dois projetos: a realização da Olimpíada Cearense de Matemática pelo Projeto Numeratizar, entre os anos de 2004 e 2006, e por um projeto de treinamento voltado para a inclusão científica de alunos em Sergipe. Como destaca o documento,

as Olimpíadas de Matemática são um instrumento extremamente eficiente para a descoberta dos jovens com pendor científico. O aprimoramento de tais jovens leva-os a desenvolver uma enorme capacidade de resolver problemas e de apresentar soluções criativas e inovadoras (Souza Neto, 2012, p. A7).

Além disso, o autor menciona a importância da Matemática no cotidiano, ao afirmar que

Ideias matemáticas são essenciais para a descrição crítica e a tomada de decisões no universo que vai do mundo natural ao social. Exemplos simples são: os conceitos de escala e proporcionalidade – sem os quais é impossível estimar grandezas comparativamente; probabilidades e estatística – indispensáveis em processos decisórios ou que envolvam grandes massas de dados; geometria elementar – sem a qual a simples descrição de objetos é impossível. Vale ainda ressaltar que muito se pode fazer com um bom domínio das quatro operações aritméticas (Souza Neto, 2012, p. A6).

Tal visão converge com uma das primícias da BNCC, expondo que

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (Brasil, 2017, p. 265).

A OBMEP, assim como os projetos que a originaram e outras competições acadêmicas em âmbitos estadual e internacional, são norteadas pelos princípios da Resolução de Problemas. Esta tendência da Educação Matemática compõe o plano de trabalho da Base Nacional Comum Curricular, que será discutida nas próximas seções.

3.2.2 Histórico sobre a legislação da Educação no Brasil

A Constituição Federal de 1988 delineou, no artigo 210, a adoção de um currículo de formação básica para o Ensino Fundamental:

Art. 210. Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.

§ 1º O ensino religioso, de matrícula facultativa, constituirá disciplina dos horários normais das escolas públicas de ensino fundamental.

§ 2º O ensino fundamental regular será ministrado em língua portuguesa, assegurada às comunidades indígenas também a utilização de suas línguas maternas e processos próprios de aprendizagem (Brasil, 1988).

Entretanto, a Carta Magna brasileira não instituiu um documento que fixasse os conteúdos necessários para aprendizagem dos estudantes na Educação Básica ou que determinasse a responsabilidade geral nas decisões educacionais. A década de 1990 ficou marcada por fortes debates e polêmicas envolvendo a centralização ou descentralização das normas curriculares.

Para alguns especialistas da época, segundo Pires (2008), a descentralização do currículo educacional – isto é, cada unidade federativa e/ou município seria responsável pela elaboração e manutenção dos planos e conteúdos curriculares essenciais – apresentava, por um lado, a vantagem de flexibilizar os planos de ensino de acordo com inclusão das características regionais do local. Mas, concomitantemente, expunha as fortes desigualdades regionais, onde as áreas mais desenvolvidas teriam maior acesso às produções científicas.

A preocupação em criar um programa educacional uniforme viabilizou a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394), em 20 de dezembro de 1996, estabelecendo conteúdos e diretrizes primordiais que deveriam compor os documentos normativos na tentativa de padronizar o ensino brasileiro; atribuiu à União a responsabilidade pela definição e elaboração desses parâmetros, em colaboração com as unidades federativas e municípios. Encaminhou-

se, então, o desenvolvimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), apresentando propostas para a abordagem e o ensino das disciplinas que se aproximasse da realidade dos alunos.

Os PCNs se tornaram um “embrião” da base nacional curricular, visto que seu texto contempla várias propostas apresentadas pelo primeiro documento, publicado no final da década de 1990. Além dos parâmetros curriculares, outros documentos, como as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (2010) e os Planos Nacionais de Educação (PNE, 2001-2010 e 2014-2024) serviram de base para a elaboração de um currículo educacional padronizado no país: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Krützmann, Alves e Silva, 2023).

3.2.3 Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Resolução de Problemas

Instituída pela Portaria nº 1.570 de 20 de dezembro de 2017, a BNCC normatiza o conjunto de aprendizagens necessárias para o desenvolvimento intelectual e acadêmico de estudantes da Educação Básica. A partir desse currículo, os professores e as equipes pedagógicas de todas as escolas do país podem traçar estratégias de ensino para que os alunos desenvolvam as habilidades e competências necessárias para a construção do indivíduo socialmente crítico (Brasil, 2017).

As habilidades previstas pela BNCC são agrupadas em cinco unidades temáticas que, segundo o documento, podem receber ênfases diferenciadas para cada série de ensino, a depender da realidade pedagógica. Para a Matemática, as unidades temáticas são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, e devem ser abordadas de forma aprofundada e progressiva ano a ano (Brasil, 2017).

Além da organização das habilidades e competências a serem desenvolvidas, a base curricular prevê a adoção de metodologias ativas para o ensino de Matemática em sala de aula. A BNCC (2017) enfatiza que:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2017, p. 266).

Os PCNs já apontavam, na década de 1990, a resolução de problemas como um método importante de ensino em todos os componentes curriculares, principalmente no ensino de Matemática. Essa tendência de ensino ganhou notoriedade e se transformou em uma forte corrente da Educação Matemática a partir da década de 1980.

Em épocas anteriores à popularização dessa tendência, a discussão sobre como desenvolver a resolução de um problema seguiu o que foi proposto por George Pólya, em 1945, com a publicação do livro *A arte de resolver problemas* (do original em inglês *How to solve it*). Nesta obra, o autor delinea sua concepção de um ensino para resolver problemas a partir de um roteiro com quatro passos: i) compreensão do problema; ii) estabelecimento de um plano; iii) execução do plano; e iv) retrospecto do plano. O professor, nas palavras do próprio Pólya (1978), “deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma *parcela razoável do trabalho*” (Pólya, 1978, p. 1, grifo do autor).

Sobre a resolução de problemas, afirma que:

A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. [...] Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os.

O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve inculcar em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar (Pólya, 1978, p. 3).

A resolução de problemas, destaca Onuchic *et al* (2021), é vista como o “coração” da atividade matemática que impulsiona a construção do conhecimento e, reciprocamente, esta construção viabiliza a solução de novos e intrigantes problemas. Baseando-se no trabalho realizado por Schroeder e Lester (1989), a autora destaca três métodos de abordagem dessa tendência:

- a) *ensino sobre resolução de problemas*, onde o foco da atividade são os modelos de resolução, suas regras e processos gerais. Considera-a, então, como um novo conteúdo da Matemática;
- b) *ensino para resolução de problemas*, onde se avalia o ensino da Matemática e o que dela pode ser absorvido e aplicado para solucionar problemas; e
- c) *ensino através da resolução de problemas*, onde Matemática e resolução de problemas são elementos construídos simultânea e continuamente.

Onuchic (1999) afirma que:

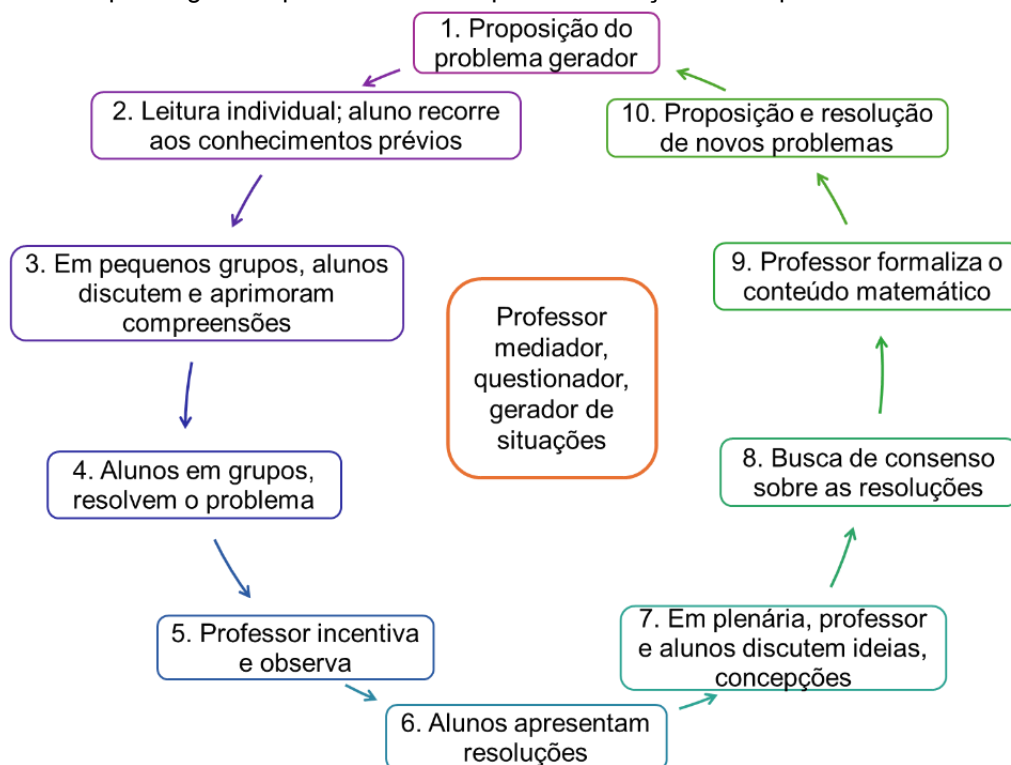
[...] os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas também, como um primeiro passo para se fazer isto. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. [...], deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar símbolos) (Onuchic, 1999, p. 207).

Onuchic (1999) caracteriza o ensino através da resolução de problemas como “uma reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental” (Onuchic, 1999, p. 203). Ao destacar o papel do aluno como centro na definição e na resolução do que realmente é um problema, afirma que

o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução. Desse modo, um problema se configura na relação com o resolvidor, de tal modo que se ele já conhece ou tem memorizado tais métodos de resolução, ou não está interessado na atividade, não será para ele um problema (Onuchic *et al*, 2021, p. 48).

Ao tratar da resolução de um problema, Onuchic *et al* (2021) sugerem uma metodologia de ensino composta por 10 etapas, cujo esquema é mostrado pela Figura 3. Nesta abordagem, colocam o professor como mediador-observador do processo, mantendo o estudante como o principal agente na construção do conhecimento.

Figura 3 - Etapas sugeridas por Onuchic *et al* para a resolução de um problema em sala de aula.



Fonte: Onuchic *et al*, 2021, p. 51. Adaptado.

As divergências nas concepções e abordagens de Pólya e Onuchic quanto à resolução de um problema evidenciam as diferenças entre as práticas pedagógicas vivenciadas nas épocas em que trataram do assunto, além do papel do aluno e do professor como construtor e mediador do aprendizado. Mesmo assim, suas ideias caminham junto à BNCC no processo formador dos problemas na Matemática em sala de aula.

A BNCC (2017) enfatiza, ainda, que a resolução de problemas não se restringe apenas à resolução propriamente dita. Está incutida nesta estratégia a elaboração de problemas que auxiliem o aluno na construção do seu aprendizado:

Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (Brasil, 2017, p. 277).

É importante salientar que as práticas de resolução de problemas visam, a

longo prazo, colocar o aluno como protagonista do seu aprendizado, superando os modelos tradicionais e arcaicos de transmissão de conhecimento (Onuchic *et al*, 2021). Para se alcançar o resultado almejado, a capacitação dos docentes se faz necessária a todo instante, como destaca Edirene de Jesus (2023):

A prática pedagógica de sala de aula é uma tarefa que exige formação contínua, pois as mudanças no processo educacional acontecem constantemente. A cada avanço educacional, surgem desafios cada vez mais frequentes que trazem a necessidade de uma formação docente, sendo que existem várias tendências que perpassam muitas vezes ao seu conhecimento. Assim, as inovações metodológicas em sala de aula podem proporcionar um enriquecimento no trabalho do educador, a fim de garantir uma aprendizagem mais significativa e que despertem o interesse dos discentes (Jesus, 2023, p. 738).

4 METODOLOGIA

Para avaliar a relação entre as questões da OBMEP e as habilidades da BNCC na temática de “números racionais”, desenvolveu-se a pesquisa em duas etapas: uma investigação bibliográfica acerca do histórico e propostas da BNCC e da OBMEP, algumas concepções acerca da tendência de Resolução de Problemas na Educação Matemática, e do histórico e evolução do conceito de fração na humanidade; e um levantamento documental de questões aplicadas na competição desde o ano subsequente à homologação da base curricular brasileira até o ano da aplicação mais recente (2018-2024) e as principais habilidades e competências estabelecidas pelo documento normativo.

A abordagem dessa pesquisa será mista, analisando qualitativamente as características das questões selecionadas e apontando quais conhecimentos são necessários para a resolução e, quantitativamente, comparando a quantidade de questões selecionadas sobre números racionais em relação ao total de exercícios avaliados. Nesta perspectiva, Galvão, Pluye e Ricarte (2017) afirmam que:

Pesquisas com métodos qualitativos fornecem descrições detalhadas de fenômenos complexos, incluindo seus aspectos contextuais, ou focam em análises aprofundadas envolvendo poucos indivíduos. [...] Já, as pesquisas com métodos quantitativos costumam examinar a associação entre variáveis que podem ser generalizadas para uma população por meio de inferências estatísticas. Focam na análise de grandes amostras, porém seus achados não levam à compreensão de processos individuais.

A pesquisa com métodos mistos combina os métodos de pesquisa qualitativos e quantitativos e tem por objetivo generalizar os resultados qualitativos, ou aprofundar a compreensão dos resultados quantitativos, ou corroborar os resultados (qualitativos ou quantitativos) (Galvão, Pluye, Ricarte, 2017, p. 8).

Os dados do levantamento documental foram obtidos a partir do acesso às provas e soluções oficiais da primeira⁵ fase da competição, em versão digital, disponibilizadas pelos organizadores da Olimpíada em endereço eletrônico⁶ entre os anos de 2018 (ano subsequente à homologação da BNCC) e 2024 (ano da aplicação mais recente da avaliação). Dessa análise, selecionou-se questões que envolviam menção explícita ou exigiam conhecimento prévio sobre números racionais, tanto na forma fracionária quanto na representação decimal, a partir da leitura dos enunciados. Por conseguinte, o autor principal deste trabalho elaborou resoluções para as

⁵ Avaliações compostas por 20 questões de múltipla escolha.

⁶ Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 25 jan. 2025.

questões, identificando os conceitos aplicados sobre o conteúdo. Houve comparação, ainda, entre essas resoluções e as soluções oficiais apresentadas pela equipe organizadora da OBMEP.

As relações entre as habilidades estabelecidas pela BNCC nas questões da olimpíada foram evidenciadas a partir da comparação realizada anteriormente [entre as soluções] e suas conexões com os parâmetros previstos pelo currículo brasileiro e com a tendência de ensino de Resolução de Problemas.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Embora as provas da OBMEP sejam elaboradas para que os alunos utilizem e desenvolvam o raciocínio lógico, interpretação de textos e criatividade (Daneluz e Uibrich, 2022), algumas questões preveem o uso de ferramentas conceituais da Matemática já previstos em habilidades da BNCC. O Regulamento da 18ª edição da competição, no item 3.3, afirma que as “questões propostas nas provas apresentam conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e compatíveis com os respectivos níveis” (IMPA, 2023, p. 6).

Pela organização do currículo-base brasileiro, os conteúdos sobre números racionais (nesta seção, também referenciada por subunidade temática) estão inseridos na unidade temática *Números*. O próprio documento prevê que os alunos tenham um contato satisfatório desde o 4º ano do Ensino Fundamental (Anos Iniciais), com aprofundamento progressivo do conteúdo nos anos subsequentes (Brasil, 2017). Para os Anos Finais do Ensino Fundamental, cujas séries iniciais compõem o Nível 1 da Olimpíada, a BNCC espera que

[...] os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos (Brasil, 2017, p. 269).

Dentro do período de vigência da BNCC, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas aconteceu em 5 edições, nos seguintes anos: 2018 (14ª ed.), 2019 (15ª ed.), 2022 (17ª ed.), 2023 (18ª ed.) e 2024 (19ª ed.). Devido às restrições sanitárias e ao isolamento impostos pela pandemia de COVID-19, não houve a realização da competição no ano de 2020. Em 2021, embora registrada como 16ª edição, a aplicação da 1ª fase da olimpíada aconteceu de forma virtual, por meio de plataforma própria. Entretanto, as provas aplicadas não constam no sistema de registro documental da competição e, portanto, não foram consideradas neste trabalho.

Das 100 questões analisadas (20 questões de cada edição), 19 apresentaram conteúdos referentes a números racionais com enunciação explícita. A Tabela 1 apresenta o quantitativo de questões por ano de aplicação com sua respectiva porcentagem relativa.

Tabela 1 - Quantitativo de questões da OBMEP com abordagem sobre números racionais.

Ano de Aplicação (ed.)	Quantidade de questões (% Relativa)	Número das Questões
2018 (14 ^a)	5/20 (25%)	Q7, Q8, Q9, Q15 e Q18
2019 (15 ^a)	4/20 (20%)	Q2, Q6, Q16 e Q17
2022 (17 ^a)	3/20 (15%)	Q3, Q8 e Q17
2023 (18 ^a)	5/20 (25%)	Q6, Q7, Q8, Q10 e Q16
2024 (19 ^a)	2/20 (10%)	Q5 e Q8
Total	19/100	-

Fonte: Tabela elaborada pelos autores, 2025.

Apesar do foco da competição não ser em formalizações conceituais, a presença de desafios envolvendo números racionais é significativa em praticamente todas as edições analisadas da olimpíada. Em média, 20% do total de questões exploradas se refere à subunidade temática. Entre as situações enunciadas nos problemas, destacam-se o preço de alguns pedaços de um bolo, o quanto uma xícara completa de líquido preenche outra, maior, a área pintada de uma figura dividida em partes iguais e a quantidade de pizzas consumidas em fatias. Tais contextualizações se aproximam às realidades vivenciadas pelos alunos e demonstram a importância dos números racionais em nosso cotidiano.

As edições que apresentaram o maior número de questões acerca do conteúdo foram a 14^a (5 questões), com a maior parte das soluções dos problemas envolvendo a representação gráfica das frações, e a 18^a (5 questões), mais focada nas operações com números racionais. Já a 19^a edição apresentou o menor número de questões (2), cujos problemas buscavam a determinação do valor inteiro a partir de uma fração dada. As diferentes abordagens e aplicações do conteúdo de frações e números decimais pode explicar a falta de regularidade no número de questões cobradas em cada edição da OBMEP.

A Tabela 1 apresenta o quantitativo total de questões que abordam números racionais, sem levar em conta o tipo de representação adotada. A Tabela 2, traz detalhadamente, a quantidade de questões sobre números racionais de acordo com o tipo: fração ou número decimal. Duas questões abordaram, simultaneamente, as representações fracionária e decimal em seus enunciados e soluções. Por isso, elas foram destacadas na tabela a seguir.

Tabela 2 - Quantitativo de questões da OBMEP sobre números racionais de acordo com sua representação.

Ano de Aplicação (ed.)	Quantidade de questões (% Relativa)			Número das Questões
	Frações	Decimais	Frações e Decimais	
2018 (14 ^a)	2 (10%)	2 (10%)	1 (5%)	Q7, Q8 , Q9, Q15 e Q18
2019 (15 ^a)	3 (15%)	1 (5%)	0 (0%)	Q2, Q6, Q16 e Q17
2022 (17 ^a)	2 (10%)	1 (5%)	0 (0%)	Q3, Q8 e Q17
2023 (18 ^a)	3 (15%)	1 (5%)	1 (5%)	Q6 , Q7, Q8, Q10 e Q16
2024 (19 ^a)	2 (10%)	0 (0%)	0 (0%)	Q5 e Q8
Total	12	5	2	-

Fonte: Tabela elaborada pelos autores, 2025.

De uma análise superficial dos dados da Tabela 2, infere-se que a maioria das questões acerca de números racionais utilizavam a noção e representação fracionária, tanto nos enunciados quanto nas resoluções. Todas as edições avaliadas apresentaram, pelo menos, um desafio desse tipo. Na edição mais recente (2024), inclusive, todas as questões desta subunidade temática se referiam ao conteúdo. Além disso, os problemas mobilizaram, em sua maioria, habilidades de identificação, comparação e ordenação de frações. Em vista disso, o uso de situações-problema, como propõe a BNCC, aliada à representação e visualização gráfica ou da manipulação concreta de frações tornam-se estratégias válidas para um processo de aprendizagem mais acessível e significativo para os alunos. Esse tipo de representação, na resolução de problemas, se torna uma boa estratégia no estabelecimento e execução de um plano. Os números decimais, mesmo não tão cobrados na avaliação ⁷, fizeram parte da construção da resolução e, por consequência, do conhecimento do aluno.

Ao comparar e avaliar as soluções efetuadas pelo autor principal deste trabalho com as propostas pela banca realizadora da OBMEP, foi possível relacionar as habilidades estipuladas pelo currículo-base brasileiro para o ensino de números racionais com os conteúdos necessários para a resolução das questões, conforme discriminado pela Tabela 3. As questões, agrupadas pelo ano de aplicação, foram referenciadas pelo número de sua apresentação na avaliação, enquanto as habilidades, apenas pelo código. Suas descrições são identificadas no ANEXO A.

⁷ Apenas quatro das cinco provas analisadas exibiam a representação decimal em seu enunciado, num total de 5 questões

Tabela 3 - Relações entre habilidades da BNCC e questões da OBMEP acerca do conteúdo de números racionais (unidade temática Números).

Ano de Aplicação	2018					2019				2022			2023				2024		TOTAL	
	7	8	9	15	18	2	6	16	17	3	8	17	6	7	8	10	16	5		8
EF06MA07	x			x		x					x			x				x		6
EF06MA08				x									x							2
EF06MA09		x									x							x	x	4
EF06MA10							x		x										x	3
EF06MA11			x		x		x	x	x						x	x	x		x	9
EF06MA12					x															1
EF07MA08	x			x		x							x					x		5
EF07MA09									x							x	x			3
EF07MA10				x						x			x							3
EF07MA11		x	x		x		x	x	x			x			x	x	x		x	11
EF07MA12		x	x		x		x	x	x			x			x	x	x		x	11

Fonte: Tabela elaborada pelos autores, 2025.

Diante da ausência de atividades que exigiam o conhecimento sobre porcentagens, razões, proporções e regras de três, as habilidades EF06MA13, EF06MA15, EF07MA05, EF07MA06 e EF07MA07 foram suprimidas da Tabela 3, mesmo sendo competências importantes desta subunidade temática.

Todas as questões selecionadas tiveram, pelo menos, uma habilidade da BNCC associada à resolução, evidenciando uma relação entre a OBMEP e as propostas da base curricular por meio da resolução de problemas. Boa parte das questões exigiu do aluno organização e certo domínio do conhecimento para a superação dos desafios. Vale destacar que os problemas mobilizaram não apenas o conhecimento aritmético, mas, também, a interpretação, o raciocínio lógico e a argumentação do aluno para se chegar ao resultado. O desenvolvimento dessas competências chaves segue a expectativa BNCC na adoção de problemas no percurso metodológico do ensino.

Analisando, especificamente, as habilidades associadas às questões, destaca-se a forte presença de questões voltadas para as operações básicas entre números racionais e para a identificação, montagem e comparação de operações entre frações e números decimais. As habilidades EF06MA07 e EF07MA08, cujo foco é a compreensão, comparação e ordenamento de frações, bem como a relação entre parte e inteiro e entre dividendo e divisor, respectivamente, aparecem em seis e cinco questões (e não necessariamente nos mesmos problemas). Outras três atividades exigiam a comparação e ordenamento de números decimais, relacionadas à habilidade EF07MA10. Aqui, dois problemas cobrados na OBMEP se tornam

exemplos da aplicação dessas habilidades na resolução de problemas: a questão número 7 (14^a ed.), para comparação de frações, e a questão número 3 (17^a ed.), para comparação de números decimais. Ambas são apresentadas, respectivamente, pelas Figuras 4 e 5.

Figura 4 - Questão 7 da prova da 1^a Fase da 14^a OBMEP (2018).

7. Na Figura 1 a área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ da área total. Em qual figura a fração correspondente à área pintada é a maior?

A) Figura 1 B) Figura 2 C) Figura 3 D) Figura 4 E) Figura 5

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

A estratégia para resolver a questão está em relacionar, de alguma forma, a região pintada com a região total, partindo do exemplo enunciado. Os alunos podem ser instigados a comparar a quantidade de figuras geométricas pintadas em relação ao total ou a efetuar a contagem dos quadriculados coloridos e do total de quadriculados que compõem cada figura, buscando alguma relação de multiplicidade ou divisibilidade entre os valores. Pensando na resolução de problemas em sala, o professor pode incentivar os alunos a reproduzirem as figuras em uma folha de papel quadriculado e cortarem as peças, transformando o problema visual em um material concreto.

Figura 5 - Questão 3 da prova da 1^a Fase da 17^a OBMEP (2022).

3. Duas placas de sinalização foram colocadas no início de uma ponte sobre um rio. Uma placa indica a largura máxima permitida e a outra, o peso máximo permitido para os veículos que pretendem passar por ela. Qual dos caminhões a seguir pode passar por essa ponte?

(A) O que pesa 4300 kg e tem largura de 3,3 m.
 (B) O que pesa 4305 kg e tem largura de 3,15 m.
 (C) O que pesa 4250 kg e tem largura de 3,3 m.
 (D) O que pesa 4400 kg e tem largura de 3,25 m.
 (E) O que pesa 4290 kg e tem largura de 3,2 m.

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Nessa questão, a trivialidade de se comparar a carga máxima permitida não é imediatamente observada na largura máxima. Embora a formatação do texto das

alternativas possa ser interpretada como uma dica (uma “luz” à resolução), o desconhecimento momentâneo sobre números decimais pode torná-la sem efeito. Um pensamento criativo e intimamente ligado às realidades do estudante é chave para se construir a solução. Uma analogia ao dinheiro, com os reais e centavos, para a comparação do valor ideal vira um truque bastante eficiente para introduzir e construir o aprendizado sobre números decimais.

Outras 11 questões se relacionam às habilidades EF06MA11, EF07MA11 e EF07MA12, que tratam das quatro operações básicas entre números racionais. Isto é, mais da metade dos desafios selecionados exigiam ciência sobre as operações envolvendo frações e/ou números decimais. Aqui se reforça o papel da OBMEP como ferramenta complementar no processo formativo do aluno, a partir da prática e aprimoramento de conhecimentos essenciais. O estímulo ao domínio das operações fundamentais aplicadas em situações próximas às realidades dos alunos os prepara para a solução de desafios mais complexos que exigem análise crítica e tomadas de decisão, como propõe a BNCC. Permite, também, o diálogo com outras unidades temáticas importantes para a consolidação cognitiva. Oportuniza-se, então, um ensino de Matemática mais dinâmico onde os estudantes, sendo a peça central na construção do próprio aprendizado, desenvolvem autonomia para construir e validar estratégias de solução, caminhando na mesma ideia de Onuchic *et al* (2021). Algumas questões associadas às habilidades supracitadas são mostradas pelas Figuras 6, 7 e 8. Um breve comentário sobre a resolução delas é apresentado após cada figura.

Figura 6 - Questão 6 da prova da 1ª Fase da 15ª OBMEP (2019).

6. Qual das expressões abaixo tem valor **diferente** de $15/4$?

A) $15 \times \frac{1}{4}$

B) $\frac{15+15+15}{4+4+4}$

C) $\frac{3}{4} + 3$

D) $\frac{10}{2} + \frac{5}{2}$

E) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{2}$

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

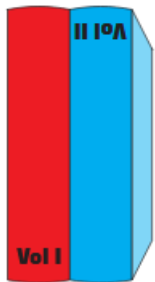
De simples resolução, este exercício exige o conhecimento das regras da multiplicação de frações, da adição com frações cujos denominadores são iguais ou

diferentes e do denominador “1” para números inteiros. O desconhecimento total ou parcial destes princípios interfere no resultado encontrado. Uma estratégia para suprir alguma defasagem do conteúdo seria representar, com desenhos elementares, as frações envolvidas nas expressões. Nas adições, a resposta pode ser encontrada com mais facilidade; para as multiplicações, entretanto, a visualização pode não ocorrer de forma imediata. “À luz” da Resolução de Problemas, a aplicação dessa questão pode ser feita como uma introdução às operações com números racionais, caminhando pelas dez etapas sugeridas por Onuchic *et al* (2021) para a resolução de um problema. Novamente, o uso de materiais concretos oportuniza uma aprendizagem mais lúdica e colaborativa. Com uma folha de papel e dobraduras, o professor pode orientar e incentivar os grupos de alunos a perceberem as frações enquanto dobram a folha e, assim, relacionarem a divisão do papel com as operações desejadas. No debate de soluções, alunos e professor destacam os pontos mais relevantes dos raciocínios utilizados até chegarem num consenso. É deste consenso que o professor avalia como foi a construção do aprendizado feito pelos alunos e formaliza os conceitos mais importantes do conteúdo. E pode propor novos problemas para consolidar o entendimento.

Figura 7 - Questão 16 da prova da 1ª Fase da 15ª OBMEP (2019).

16. Dois livros estão em uma prateleira. O Volume I está na posição correta, mas o Volume II está de cabeça para baixo. Cada capa tem espessura de 0,25 centímetros, e cada livro, sem as capas, tem espessura de 5 centímetros. Nessa disposição, qual é a distância entre a última página do Volume I e a última página do Volume II?

A) 0,5 cm
 B) 5 cm
 C) 6,5 cm
 D) 10,5 cm
 E) 11 cm



Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Boa observação e raciocínio lógico são essenciais para se resolver corretamente a questão, além do domínio das operações básicas com decimais. A atenção à interpretação e aos detalhes da questão ajudam o aluno a posicionar corretamente as primeiras e últimas páginas de cada livro. Para determinação aritmética da distância entre as páginas solicitadas, pode-se utilizar a analogia do dinheiro, discutida anteriormente neste texto. Vale sua aplicação, inclusive, antes da exposição teórica do tema como forma dos estudantes desenvolverem o próprio conceito.

Figura 8 - Questão 18 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).

Fonte: OBMEP, 2025.

18. Em uma loja, os preços dos produtos terminam sempre em 99 centavos. Por exemplo, R\$ 0,99, R\$ 1,99, R\$ 2,99, ... Juca pagou R\$ 41,71 por uma compra nessa loja. Quantos produtos Juca comprou?

- A) 31
- B) 29
- C) 21
- D) 19
- E) 9

Esta questão não exige, necessariamente, a efetuação de operações com números decimais, embora seja proposto. Uma resolução criativa e apreciada pela competição leva em consideração qual número que, multiplicado por 99 centavos, resulta em um valor que termina com 71 centavos. Note que, para este raciocínio, o valor inteiro dos produtos não é tão importante quanto o valor fracionado. Outro caminho análogo seria perceber que o preço de cada produto é um centavo menor que o preço cheio (número inteiro mais próximo). Logo, a diferença entre o total pago por Juca (R\$ 41,71) e o valor inteiro mais próximo (R\$ 42,00) traz a resposta ao problema.

As duas questões destacadas na Tabela 2 abordam as representações fracionária e decimal em seus enunciados e resoluções. Elas são apresentadas nas Figuras 9 e 10.

Figura 9 - Questão 8 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).

8. Luísa pagou R\$ 4,50 por $\frac{3}{8}$ de um bolo, e João comprou o resto do bolo. Quanto João pagou?

- A) R\$ 6,00
- B) R\$ 6,50
- C) R\$ 7,00
- D) R\$ 7,50
- E) R\$ 8,00

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

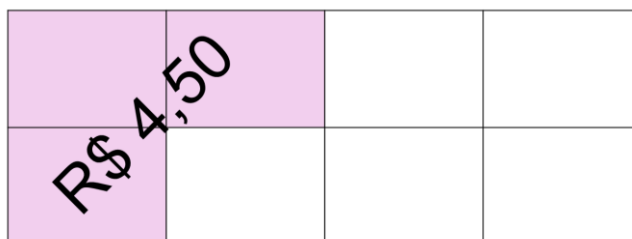
Figura 10 - Questão 6 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).

6. Se os números abaixo forem escritos em ordem crescente, qual deles será o terceiro?

A) $1/6$
 B) $6/10$
 C) $16/100$
 D) 0,06
 E) 0,166

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado

A questão 8 (Figura 9), a princípio, envolve a divisão e multiplicação entre números racionais. O pensamento criativo, porém, pode facilitar o manejo com as operações e com o resultado. Ilustrar o bolo do enunciado como um retângulo dividido em oito partes iguais, tal como mostrado pela Figura 11, auxilia na visualização de quanto Luísa pagou por cada pedaço. É possível, então, determinar quanto João deverá pagar pelo restante do bolo, assim como o valor do bolo inteiro. Observa-se, nessa questão, as habilidades relacionadas à comparação e operação entre frações e números decimais.

Figura 11 – Representação esquemática de um bolo dividido em 8 pedaços iguais.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

A questão 6 (Figura 10) aborda o ordenamento de números racionais. De imediato, é difícil saber quem é maior ou menor para determinar quem ocupa a terceira posição. É necessária a conversão entre as representações racionais. Por isso, a noção das frações com denominadores da base 10 e suas relações com a notação decimal se torna essencial para a resolução do exercício, sem muita fuga às alternativas.

Mesmo que algumas questões exijam prévio conhecimento de conteúdos matemáticos, vale ressaltar, aqui, uma boa oportunidade de se encorajar os alunos a construir o próprio aprendizado e desenvolverem habilidades no enfrentamento de problemas. Neste caso, para Onuchic e Allevato (2011), o problema “é tudo aquilo que

não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (Onuchic e Allevato, 2011, p. 81, grifo original). E complementam que o problema

[...] é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo (Onuchic e Allevato, 2011, p. 80).

Associando-se tais ideias às etapas sugeridas tanto pelas mesmas autoras quanto por Polya, a resolução de problemas pode oportunizar a transformação da aula em um laboratório de investigação matemática. O trabalho em grupos contribui para o desenvolvimento colaborativo de competências fundamentais enfatizadas pela BNCC, como a abstração, modelagem e argumentação. Destacam-se dois problemas que se encaixam nestas ideias: a questão 16 da 15ª edição da olimpíada (2019), Figura 7, e a questão 16 da edição de 2023 da competição, exibida na Figura .

Figura 12 - Questão 16 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).

16. Em uma cidade, $\frac{1}{4}$ da população tem pelo menos uma bicicleta. Dentre os que têm bicicleta, $\frac{1}{3}$ tem mais do que uma. Qual fração da população tem apenas uma bicicleta?

A) $\frac{1}{5}$
 B) $\frac{1}{6}$
 C) $\frac{1}{7}$
 D) $\frac{1}{8}$
 E) $\frac{1}{12}$

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Os alunos, ao elaborar um plano, podem definir uma quantidade arbitrária como a população da cidade e, assim, determinar o número de habitantes que possuem apenas uma bicicleta. Após, podem avaliar a relação entre as duas quantidades e verificar se tal relação é mantida ao se alterar o montante da população. Na mesma linha de raciocínio, a banca realizadora da OBMEP sugere, na solução oficial, representar a população da cidade por 12 quadradinhos, pintar três deles (que equivale à quarta parte do total) e, em seguida, assinalar dois desses quadradinhos (que correspondem a $\frac{2}{3}$ da quarta parte). Por fim, relacionar a quantidade assinalada (2) com o total (12). Retoma-se, aqui, a importância das habilidades relacionadas à identificação, representação, ordenação e cálculo dos números racionais no desfecho deste exercício.

É oportuno destacar a presença de competências de outras unidades temáticas

da BNCC, como Geometria, Álgebra, Estatística e Probabilidade, dialogando com a unidade Números. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular,

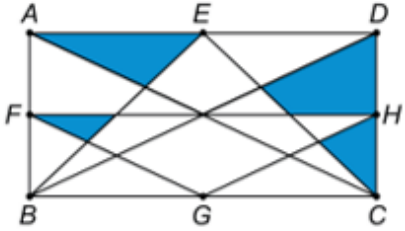
o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística (Brasil, 2017, p. 269).

As Figura 13, 14, 15 e 16 apresentam, respectivamente, as questões 8 (2022), 7 e 10 (2023) e 9 (2018) que exemplificam a abordagem multitemática dos desafios.

Figura 13 - Questão 8 da prova da 1ª Fase da 17ª OBMEP (2022).

8. O retângulo $ABCD$ tem área igual a 1 cm^2 e os pontos E, F, G e H são pontos médios dos lados aos quais pertencem, conforme indicado na figura. Qual é a soma das áreas das regiões coloridas de azul?

A) $2/7 \text{ cm}^2$
 B) $1/3 \text{ cm}^3$
 C) $1/4 \text{ cm}^3$
 D) $2/9 \text{ cm}^3$
 E) $1/8 \text{ cm}^3$

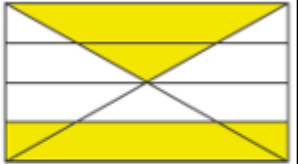


Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Figura 14 - Questão 7 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).

7. Os segmentos horizontais dividem o retângulo da figura em quatro faixas de mesma largura. A área da região amarela corresponde a qual fração da área do retângulo?

A) $1/3$
 B) $5/12$
 C) $1/2$
 D) $7/12$
 E) $2/3$



Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Ambas as questões aplicam as habilidades de frações na determinação de regiões pintadas de figuras geométricas. É possível chegar ao resultado visualmente, sem a realização de cálculos. Mas, para o enriquecimento do aprendizado, vale utilizar algumas estratégias da Geometria, como determinar a simetria de algumas regiões ao se traçar linhas, para a efetiva demonstração do caminho planejado.

Figura 15 - Questão 10 da prova da 1ª Fase da 18ª OBMEP (2023).

- 10.** Antônio, Benedito e Carlos colecionam figurinhas. O número de figurinhas de Antônio é igual a $\frac{4}{5}$ do número de figurinhas de Benedito. O número de figurinhas de Carlos é igual a $\frac{3}{4}$ do número de figurinhas de Benedito. Dos três amigos, quem tem mais e quem tem menos figurinhas, nessa ordem?
- A) Antônio e Benedito.
 - B) Antônio e Carlos.
 - C) Benedito e Carlos.
 - D) Benedito e Antônio.
 - E) Carlos e Antônio.

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Neste exercício, o número de figurinhas de cada um dos amigos é expressa em função da quantidade de figurinhas de Benedito, conectando o pensamento algébrico à comparação de frações. A resposta pode ser alcançada sem a necessidade do uso de variáveis (letras), estimando-se uma quantidade de figurinhas para Benedito. Mesmo assim, os princípios da Álgebra se tornam parte essencial da construção do raciocínio e da solução.

Figura 16 - Questão 9 da prova da 1ª Fase da 14ª OBMEP (2018).

- 9.** A professora Elisa aplicou uma prova para cinco alunos. A nota de um deles foi 8,0, e a média das notas dos outros quatro alunos foi 7,0. Qual foi a média das notas desses cinco alunos?
- A) 7,2
 - B) 7,3
 - C) 7,4
 - D) 7,5
 - E) 7,6

Fonte: OBMEP, 2025. Adaptado.

Além das habilidades acerca dos números racionais, o problema exige o conhecimento sobre médias, conteúdo da unidade temática Estatística. A média de um conjunto de dados equivale a um valor central aos mesmos. Conseqüentemente, a média dos valores, quando multiplicada pela quantidade de dados analisados no conjunto, produz um resultado igual à soma dos valores do conjunto em questão. Aqui está uma estratégia necessária para resolver a questão: se a média das notas de quatro alunos foi 7, a soma de suas notas foi $4 \times 7 = 28$. Ao somar a nota do quinto aluno, é possível determinar a nova média das notas. A operação entre números decimais se faz presente com a divisão entre valores e quociente decimal.

Analisando amplamente os resultados, percebeu-se uma convergência

significativa entre os conteúdos abordados pelas provas da OBMEP com as habilidades propostas pela BNCC para o ensino de números racionais aos alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Das 16 habilidades relacionadas aos números racionais, 11 foram efetivamente trabalhadas pelas questões da olimpíada. Além de trabalhar com as habilidades essenciais para a compreensão matemática, os problemas oportunizam o desenvolvimento de competências interdisciplinares importantes, como leitura e interpretação de textos, o raciocínio lógico, a argumentação consistente, a colaboração e o respeito mútuo entre os pares e a tomada de decisões.

Pelo fato de todas as questões da competição sobre números racionais estarem associadas a alguma habilidade do currículo-base, o uso da OBMEP como subsídio didático na educação matemática se torna válido e contribui para a atualização e aperfeiçoamento das práticas pedagógicas do Ensino Fundamental, estimulando metodologias inovadoras e mais atrativas aos estudantes. A adoção da resolução através de problemas, como defende Onuchic e Allevalo em seus trabalhos, caminha na mesma sintonia dos objetivos da OBMEP e da BNCC no ensino da Matemática, posicionando os alunos no centro da aprendizagem e tornando-os protagonistas na construção do aprendizado. Permite, ainda, aos professores, uma reavaliação das práticas pedagógicas, transformando-os em co-construtores de uma Educação Matemática mais prazerosa e mais próxima dos estudantes.

Nem todas as questões foram discutidas neste capítulo. Mas os enunciados das outras questões selecionadas e suas respectivas soluções encontram-se no ANEXO B, no final deste trabalho.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

São vários os fatores que afastam os alunos do gosto pela Matemática. Algumas delas, segundo Almeida (2006), estão associadas ao aluno, como “a memória, a atenção, a atividade perceptivo-motora, a organização espacial, nas habilidades verbais, a falta de consciência, as falhas estratégicas” (Almeida, 2006, p.2). Outras, de acordo com Frossatto (2012), passam por questões externas, como a mecanização do ensino, falta de metodologias que despertem o interesse, carência de recursos biológicos e psicológicos, o pré-conceito já fixado sobre a disciplina ou o estudo por resultados em avaliações externas.

As avaliações externas, como destacam Lélis e Hora (2019), são sustentadas por métodos de gestão gerencial na educação. Racionalidade econômica, foco na eficiência e otimização de recursos se tornaram instrumentos de pressão e fiscalização na busca por resultados estatísticos, primícia da lógica da competitividade do mercado globalizado (Lélis e Hora, 2019). Como consequência, a desqualificação do trabalho do professor, que deve abandonar suas práticas didático-pedagógicas para assumir a posição de “treinador” de exames, contribui com a defasagem dos estudantes no desenvolvimento de operações básicas e na construção de análises visuais (Valente⁸, 2012 *apud* Jürgensen e Sordi, 2017). O docente em Matemática é constantemente desafiado a buscar soluções e estratégias de ensino capazes de (re)aproximar seus alunos da disciplina e, conseqüentemente, minimizar suas dificuldades e insatisfações. Uma possibilidade é incentivar o aluno a construir seu próprio aprendizado por meio de resolução de problemas abordados em competições matemáticas, como é o caso da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Este trabalho buscou avaliar a aplicabilidade de questões cobradas pela OBMEP acerca dos números racionais em representação fracionária e decimal, apresentando a tendência de Resolução de Problemas como estratégia de ensino em sala de aula. O conteúdo foi significativamente cobrado na competição, aparecendo em cerca de 20% das questões analisadas. A maioria delas exigia a noção da representação e dos cálculos de frações para a solução.

⁸ VALENTE, W. R. Apontamentos para uma história da avaliação escolar em matemática. *In*: VALENTE, W. R. (org). **Avaliação em matemática: história e perspectivas atuais**. 2.ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

As relações entre essas atividades e as habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o aprendizado deste conteúdo foram feitas a partir da comparação entre as soluções elaboradas pelo pesquisador deste trabalho e pela banca organizadora da competição. Do total de 16 habilidades previstas pela BNCC para o ensino de números racionais, 11 tiveram relação direta com as questões da OBMEP. As habilidades voltadas para a identificação, montagem, comparação e operações básicas entre as representações fracionária e decimal foram as mais exigidas na solução das questões analisadas. Embora a olimpíada não tenha foco exclusivamente em formalizações de conceitos, foi possível evidenciar a convergência na abordagem da competição com os princípios estabelecidos pelo currículo-base brasileiro no estudo do tema. Essa consonância valida o uso das questões da OBMEP como subsídio para realização de aulas voltadas para o ensino da Matemática através resolução de problemas, defendido por Onuchic e Allevato. O aluno, ao desconhecer ou não dominar completamente certo conteúdo, é instigado a construir seu próprio entendimento do assunto e a verificá-lo progressivamente.

O professor, sendo mediador deste processo de aprendizagem dos alunos, deve definir qual a melhor abordagem para a aplicação de questões olímpicas como problemas para introdução de um conteúdo. Desse modo, garante-se que o aluno terá plenas condições de desenvolver seu próprio entendimento sobre o assunto além de aprimorar competências interdisciplinares essenciais. Essa atitude permite ao docente, junto à formação continuada, reavaliar e revalidar suas práticas pedagógicas em sala, oportunizando um ensino da Matemática mais dinâmico, prazeroso e acessível aos alunos. A disciplina deixa de ser um conjunto de regras engessadas e se torna uma ferramenta flexível e essencial para a compreensão do mundo e para o exercício eficaz da cidadania.

As sugestões aqui elencadas e o uso de Resolução de Problemas como tendência de ensino, no entanto, não devem ser requisitos obrigatórios dentro de sala de aula, tampouco aplicadas paulatinamente. Cabe ao docente avaliar a oportunidade favorável para execução deste projeto.

Como objetivo para futuros projetos, o autor sugere ampliar a abordagem das questões para outras unidades temáticas da BNCC ainda não abordadas em outras publicações, como Geometria e Álgebra, por exemplo.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Cíntia Soares de. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. 2006. Trabalho de Conclusão Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília – UCB, Brasília, 2006. Disponível em: <<https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/bitstream/10869/1766/1/Cynthia%20Soares%20de%20Almeida.pdf>>. Acesso em: 03 mar. 2025.
- BIONDI, R. L.; VASCONCELLOS, L.; MENEZES-FILHO, N. A. **Avaliando o impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho de Matemática nas avaliações educacionais**. São Paulo: Fundação Getúlio Vargas. Escola de Economia de São Paulo, 2009.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3ª ed. norte-americana. São Paulo: Blucher, 2012. ISBN 978-85-212-0641-5.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **SAEB: Resultados**. Brasília, 2024. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>>. Acesso em: 24 jul. 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Introdução. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CELESTINO, Kamila Gonçalves. **As frações em algumas civilizações antigas**. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 14, 2017, Cascavel. **Anais [...]**. Londrina: SBEM, 2017. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/157/205>. Acesso em: 11 fev. 2024.
- DANELUZ, Regina Célia de S. M.; UIBRICHT, Gerson. **Um estudo dos conteúdos avaliados na OBMEP em relação às competências da BNCC**. 2022. Trabalho de Conclusão Curso (Pós-Graduação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Santa Catarina campus Jaraguá, Jaraguá, 2022. Disponível em: <<https://repositorio.ifsc.edu.br/bitstream/handle/123456789/2817/TCC-CERFEAD-POS-CieMat-2023-Regina%20C%3%a9lia%20De%20Sousa%20Daneluz.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 12 fev. 2024.
- DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris - Matemática: 6º Ano**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2015. 585 p. ISBN 978-85-08-17272-6.
- DIAS, Sandy da Conceição. **Simon Stevin e os números decimais**. 2016. In: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016. Disponível em: <

https://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6717_2854_ID.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2025.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Miniaurélio Século XXI**: o minidicionário da língua portuguesa. 5ª ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001. 874 p. ISBN 85-209-1213-3.

FROSSATTO, Vinícius Augusto. **Aprendizagem de Matemática**: obstáculos e fatores auxiliares. 2012. Trabalho de Conclusão Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2012. Disponível em: <<https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/aprendizagem-de-matematica---obstaculos-e-fatores-auxiliadores.pdf>>. Acesso em: 03 mar. 2025.

GALVÃO, Maria Cristiane Barbosa; PLUYE, Pierre; RICARTE, Ivan Luiz Marques. Métodos de pesquisa mistos e revisões de literatura mistas: conceitos, construção e critérios de avaliação. **InCID: Revista de Ciência da Informação e Documentação**, Ribeirão Preto, Brasil, v. 8, n. 2, p. 4–24, 2017. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/incid/article/view/121879>>. Acesso em: 03 mar. 2025.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática**: 6º ano. 4ª ed. São Paulo: FTD, 2018. 372 p. ISBN 978-85-96-01914-9.

IMPA - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. **Regulamento da 18ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – 18ª OBMEP**. Rio de Janeiro, 2023. Disponível em: <https://www.obmep.org.br/docs/2023/18a_OBMEP_REGULAMENTO.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2023.

JESUS, Edirene Nunes de. **Resolução de Problemas e OBMEP: Contribuições na melhoria da aprendizagem Matemática**. Open Science Research X. Guarujá, v. 10, p. 731-748, 2023. Disponível em: <<https://downloads.editoracientifica.com.br/articles/230111693.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2023.

JÜRGENSEN, Bruno Damien da Costa Paes; SORDI, Mara Regina Lemes De. As avaliações externas e a Educação Matemática Crítica: conexões e impasses. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 203-220, jul/dez. 2017. Disponível em: <<https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/download/6079/4102/16859>>. Acesso em: 02 mar. 2025.

KRUTZMANN, Fábio Luis; ALVES, Deborah Karla Calegari; SILVA, Cirlande Cabral da. Os impactos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no trabalho de professores de Ciências dos anos finais do Ensino Fundamental. **Ciência educ.**, Bauru, v. 29, e23015, 2023. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132023000100215&lng=es&nrm=iso>. Acesso em: 12 fev. 2024.

LÉLIS, Luziane Said Cometti; HORA, Dinair Leal da. AVALIAÇÃO EXTERNA:

conceitos, significados e tensões. **Revista Exitus**, Santarém, v. 9, n. 4, p. 549-575, out/dez. 2019. Disponível em: <<http://educa.fcc.org.br/pdf/exitus/v9n4/2237-9460-exitus-9-04-549.pdf>>. Acesso em: 02 mar. 2025.

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **Provas e Soluções**. Disponível em: <<https://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 26 jan. 2025.

ONUCHIC, Lourdes de la R. *Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 207.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. *Novas relações sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggeane; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. Cortez Editora, 2004. Pgs. 213-230.

ONUCHIC, L. R. *et al* (orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. São Paulo: Paco e Littera, 2021. 2 ed. 216 p. ISBN 978-6558407300.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/01d736ab-d4f9-4768-a844-1a5bbd9d26ef/content>>. Acesso em: 12 fev. 2024.

PÓLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência Ltda., 1978. 180 p. Título original: How to solve it.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. *Developing understanding in mathematics via problem solving*. In: ONUCHIC, L. R. *et al* (orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. São Paulo: Paco e Littera, 2014. 1 ed. 160 p. ISBN 978-8581487328.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 245 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11516/2/Maria%20Jose%20Ferreira%20da%20Silva.pdf>>. Acesso em: 15 fev. 2025.

SOUZA NETO, João Alves. **Olimpíadas de matemática e aliança entre o campo científico e o campo político**. 2013. 77 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2644/4898.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 11 jun. 2023.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **Prova Brasil: O que é e como se tornou o novo SAEB**.

São Paulo, 2018. Disponível em:

<<https://todospelaeducacao.org.br/noticias/perguntas-e-respostas-voce-sabe-o-que-e-a-prova-brasil/>>. Acesso em: 24 jul. 2025.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **IDEB/SAEB 2023**: Principais destaques dos dados do Inep/MEC divulgados em 14 de agosto de 2024. São Paulo, 2014. Disponível em: <<https://todospelaeducacao.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2024/08/todos-pela-educacao-destaques-ideb-e-saeb-2023.pdf>>. Acesso em: 24 jul. 2025.

ANEXOS

ANEXO A - Habilidades contempladas pela BNCC no ensino de frações para alunos dos 6º e 7º do Ensino Fundamental.

6º Ano do Ensino Fundamental	
<p>Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.</p>	<p>(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.</p> <p>(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.</p> <p>(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.</p>
<p>Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.</p>	<p>(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.</p>
<p>Aproximação de números para múltiplos de potências de 10.</p>	<p>(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.</p>
<p>Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”.</p>	<p>(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p>

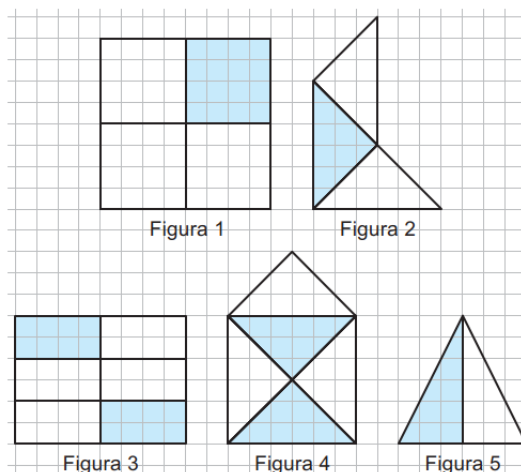
<p>Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.</p>	<p>(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.</p>
<p>7º Ano do Ensino Fundamental</p>	
<p>Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.</p>	<p>(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.</p> <p>(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.</p> <p>(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.</p> <p>(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.</p> <p>(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.</p>
<p>Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.</p>	<p>(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.</p> <p>(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.</p> <p>(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.</p>

Fonte: BRASIL, 2017. Adaptado.

ANEXO B – Questões selecionadas das provas da 1ª Fase da OBMEP e suas soluções.

- 14ª Edição (2018)

7. Na Figura 1, a área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ da área total. Em qual figura a fração correspondente à área pintada é a maior?



- A) Figura 1
- B) Figura 2
- C) Figura 3
- D) Figura 4
- E) Figura 5

Solução do autor:

Considerando que cada figura foi dividida em partes iguais e seguindo o mesmo entendimento da Figura 1, podemos montar frações que representam a área pintada (numerador) em relação à área total (denominador). Neste caso, teríamos:

- Na Figura 2: 1 parte (área) pintada para 3 partes (áreas) ao todo; $\frac{1}{3}$;
- Na Figura 3: 2 áreas pintadas para 6 áreas ao todo: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;
- Na Figura 4: 2 áreas pintadas para 5 áreas ao todo: $\frac{2}{5}$;
- Na Figura 5: 1 área pintada para 2 ao todo: $\frac{1}{2}$;

Outra forma de se chegar às frações seria considerar cada quadrado da malha como uma unidade, contar o total de quadrados da malha coloridos e total de quadrados que compõem cada figura e, assim, montar a fração “unidades coloridas” / “unidades totais”. Neste caso, teríamos:

- Na Figura 2: 9 unidades (quadrados da malha) coloridas e 27 unidades (quadrados da malha) ao todo; $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$;
- Na Figura 3: 16 unidades coloridas e 48 unidades ao todo; $\frac{16}{48} = \frac{1}{3}$;
- Na Figura 4: 18 unidades coloridas e 45 unidades ao todo; $\frac{18}{45} = \frac{2}{5}$;
- Na Figura 5: 9 unidades coloridas e 18 unidades ao todo; $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$;

Comparando-se os resultados, percebemos que, dentre as frações unitárias (numerador igual a 1), a maior fração é a que possui menor denominador, isto é, $\frac{1}{2}$. Comparando-a com a fração $\frac{2}{5}$, é fácil perceber que 2 é menor que a metade de 5. Logo, $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{2}{5}$ e, assim, a alternativa correta é a **(E)**.

Solução da banca:**ALTERNATIVA E**

Observemos que os três triângulos da Figura 2 são congruentes (portanto, têm mesma área). De fato, são três triângulos retângulos isósceles com os correspondentes lados de mesma medida (pode ser verificado facilmente no quadriculado). Conseqüentemente, a área pintada, que é exatamente a de um triângulo, corresponde à fração $1/3$.

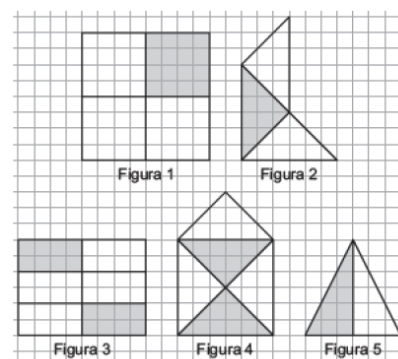
Os seis retângulos que constituem a Figura 3 são congruentes. Como a área pintada é formada por dois desses retângulos, segue que a área pintada na Figura 3 corresponde a $2/6 = 1/3$ da área total da Figura 3.

Por outro lado, na Figura 4, observamos cinco triângulos congruentes, sendo que apenas dois estão pintados, os quais correspondem à fração $2/5$.

Finalmente, na Figura 5, temos um triângulo isósceles formado por dois triângulos retângulos congruentes, sendo que apenas um deles está pintado. Logo, a área pintada corresponde à fração $1/2$.

Como $1/4 < 1/3 = 2/6 < 2/5 < 1/2$, a maior fração corresponde à área pintada na Figura 5, a saber, $1/2$.

Esta questão serve para exemplificar que devemos ter muito cuidado ao comparar frações, pois, entre diferentes figuras, a fração numericamente maior pode não corresponder visualmente à maior área pintada.



8. Luísa pagou R\$ 4,50 por $3/8$ de um bolo, e João comprou o resto do bolo. Quanto João pagou?

- A) R\$ 6,00
- B) R\$ 6,50
- C) R\$ 7,00
- D) R\$ 7,50
- E) R\$ 8,00

Solução do autor:

Imaginemos um bolo dividido em 8 partes iguais. Luísa comprou 3 pedaços desse bolo e pagou, ao todo, R\$ 4,50. Para cada pedaço comprado, portanto, Luísa pagou $R\$ 4,50 \div 3 = R\$ 1,50$. Sobraram, então, 5 pedaços de bolo que João comprou. Logo, ele pagou $5 \times R\$ 1,50 = R\$ 7,50$, alternativa **(D)**.

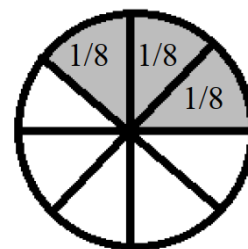
Outra forma de resolver o problema seria, após determinar o preço pago por cada pedaço, calcular o preço do bolo inteiro ($8 \times R\$ 1,50 = R\$ 12,00$) e subtrair o valor pago por Luísa ($R\$ 12,00 - R\$ 4,50 = R\$ 7,50$).

R\$ 4,50			
R\$ 4,50			

Solução da banca:

ALTERNATIVA D

Luísa comprou três pedaços do bolo que estava dividido em 8 partes iguais, e João comprou os 5 pedaços restantes. Como $\frac{3}{8}$ do bolo custou R\$ 4,50, cada fatia (ou seja, $\frac{1}{8}$ do bolo) custou R\$ 1,50. Portanto, João pagou $5 \times \text{R\$ } 1,50 = \text{R\$ } 7,50$.



9. A professora Elisa aplicou uma prova para cinco alunos. A nota de um deles foi 8,0, e a média das notas dos outros quatro alunos foi 7,0. Qual foi a média das notas desses cinco alunos?

- A) 7,2
- B) 7,3
- C) 7,4
- D) 7,5
- E) 7,6

Solução do autor: Imaginando que quatro alunos tiraram, em média (mas não necessariamente) 7,0, é correto afirmar que a soma das notas dos quatro alunos foi $7,0 \times 4 = 28,0$ (como se cada aluno tivesse obtido nota 7,0 na prova). A nota do quinto aluno foi 8,0, fazendo a soma das notas dos cinco alunos chegar a $28,0 + 8,0 = 36,0$. A média das notas dos cinco alunos, então, será a divisão da soma por cinco: $36 \div 5 = 7,2$ (A).

Solução da banca:

ALTERNATIVA A

A nota média dos quatro alunos é dada pela soma das quatro notas dividida por 4. Logo, como a média é 7,0, a soma das quatro notas é $4 \times 7 = 28$.

Assim, a soma das cinco notas é $28 + 8 = 36$, o que nos fornece média $36 \div 5 = 7,2$.

15. Um supermercado vende rolos idênticos de papel higiênico e faz as promoções abaixo:

1. Pague 5 e leve 6.
2. Pague 11 e leve 12.
3. Pague 14 e leve 18.
4. Pague 21 e leve 24.
5. Pague 31 e leve 36.

Qual é a promoção mais vantajosa?

- A) Promoção 1
- B) Promoção 2
- C) Promoção 3
- D) Promoção 4
- E) Promoção 5

Solução do autor:

Considerando que o preço pago por cada rolo de papel higiênico pode ser dado pela divisão entre o número de rolos pagos e o número de rolos levados, temos:

- Promoção 1: $5/6$
- Promoção 2: $11/12$
- Promoção 3: $14/18 = 7/9$
- Promoção 4: $21/24 = 7/8$
- Promoção 5: $31/36$

A promoção mais vantajosa é aquela que apresentar a menor fração (menor preço unitário do rolo na compra). Para isso, podemos determinar frações equivalentes cujo denominador seja 72:

- Promoção 1: $5/6 = 60/72$
- Promoção 2: $11/12 = 66/72$
- Promoção 3: $7/9 = \mathbf{56/72}$
- Promoção 4: $7/8 = 63/72$
- Promoção 5: $31/36 = 62/72$

Nesta comparação, o menor preço pago por rolo de papel foi o da Promoção 3. Logo, a alternativa correta é a **(C)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA C

Quem comprar 72 rolos de papel na promoção 1 vai levar 12 rolos de graça; 6 saem de graça na promoção 2, 16 na promoção 3, 9 na promoção 4 e 10 na promoção 5. Logo, a promoção mais vantajosa é a promoção 3.

Observe que a comparação ficou fácil, pois o mínimo múltiplo comum de 6, 12, 18, 24 e 36 é 72.

Outra solução: Admita que, sem qualquer promoção, um rolo avulso de papel higiênico custasse 1 real (isto não importa, basta que cada rolo unitário custasse o mesmo que os demais). Quanto gastaríamos para levar 72 rolos de papel higiênico aproveitando cada uma das promoções?

- Na Promoção 1, com R\$ 60,00 levaríamos 72 rolos. Isto pode ser visto da seguinte maneira: imagine que tivéssemos comprado 12 pacotes com 6 rolos em cada um; pagaríamos o preço de 5 rolos por um pacote, mas levaríamos, na compra de um pacote, 6 rolos. O custo nesta promoção seria, portanto, $5,00 \times 12 = \text{R\$ } 60,00$ e, no total, levaríamos $6 \times 12 = 72$ rolos. De modo análogo,
- na Promoção 2, com R\$ 66,00 levaríamos 72 rolos.
- na Promoção 3, com R\$ 56,00 levaríamos 72 rolos.
- na Promoção 4, com R\$ 63,00 levaríamos 72 rolos.
- na Promoção 5, com R\$ 62,00 levaríamos 72 rolos.

Desse modo, a promoção mais vantajosa é a 3.

Outra solução: Podemos também observar que, na promoção 1, cada rolo pago contribui com $1/5$ para o rolo grátis (isto é, podemos pensar na razão “grátis”/“pago”); as frações correspondentes nas promoções 2, 3, 4 e 5 são $1/11$, $4/14 = 2/7$, $3/21 = 1/7$ e $5/31$. A maior dessas frações é $2/7$, ou seja, a promoção 3 é a mais vantajosa.

18. Em uma loja, os preços dos produtos terminam sempre em 99 centavos. Por exemplo, R\$ 0,99, R\$ 1,99, R\$ 2,99, ...

Juca pagou R\$ 41,71 por uma compra nessa loja. Quantos produtos Juca comprou?

- A) 31
- B) 29
- C) 21
- D) 19
- E) 9

Solução do autor:

O preço total pago por Juca foi de R\$ 41,71, um valor terminado em 1. Todos os produtos da loja têm preços terminados em 99 centavos, um valor terminado em 9. A quantidade de produtos comprados multiplicado pelos preços terminados em 99 devem gerar um resultado cujo último dígito seja 1. Logo, o único dígito que, quando multiplicado por 9, termina em 1, é o 9. Isto indica que a quantidade de produtos comprados deve terminar em 9.

R\$ 41,71 está a 29 centavos do inteiro mais próximo (R\$ 42,00). Logo, Juca comprou 29 produtos (99 centavos é 1 centavo a menos que 1 real inteiro). Alternativa **(B)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA B

A quantidade de produtos comprada multiplicada por 99 deve ser um número terminado em 71, pois Juca gastou R\$ 41,71 na loja. Logo, a quantidade de produtos comprada só pode ser 29, 129, 229, e assim por diante. A única maneira de ter um gasto de R\$ 41,71 ocorre com a compra de 29 produtos, pois as demais possibilidades superam esse valor.

Essa ideia, com explicação ligeiramente diferente, é apresentada abaixo:

O preço de qualquer produto da loja é um número inteiro de reais menos um centavo. Por exemplo, R\$ 3,99 = R\$ 4,00 – R\$ 0,01. Logo, para comprar uma certa quantidade de produtos, Juca pagou um número inteiro de reais (isto é, sem incluir centavos) menos a quantidade de produtos comprada multiplicada R\$ 0,01. Em outras palavras, se Q é a quantidade de produtos que Juca comprou,

$$41,71 + Q \times 0,01$$

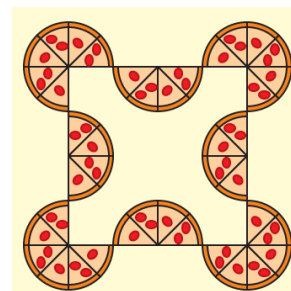
deve ser um número inteiro. Logo, $41,00 + 0,71 + Q \times 0,01$ deve ser um número inteiro e, forçosamente, $0,71 + Q \times 0,01$ deve ser um número inteiro. Logo, Q só pode ser 29, 129, 229 e assim por diante. Se Juca tivesse comprado 129 ou mais produtos, ele teria gasto, pelo menos, $129 \times R\$ 0,99 = R\$ 127,71$. Portanto, Juca comprou exatamente 29 produtos.

Observe que há várias maneiras de Juca ter comprado os 29 produtos; por exemplo, ele poderia ter comprado 28 produtos por R\$ 0,99 cada mais um produto por R\$ 13,99, mas também ele poderia ter comprado 27 produtos por R\$ 0,99, mais dois produtos: um custando R\$ 1,99 e outro custando R\$ 12,99. Em qualquer situação, no total, ele deve ter comprado exatamente 29 produtos.

- 15ª Edição (2019)

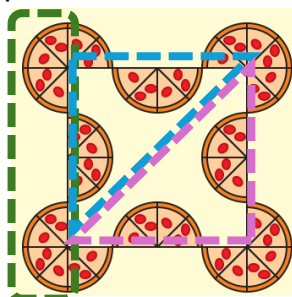
2. A figura abaixo foi formada com pizzas de mesmo tamanho, cada uma dividida em oito pedaços iguais. Quantas pizzas inteiras é possível formar com esses pedaços?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7



Solução do autor:

1º Modo: Podemos juntar os pedaços de pizza de forma a completar 8 fatias por pizza. Um exemplo de organização é mostrada na figura a seguir. Desse agrupamento, percebemos que foram formadas 5 pizzas inteiras.



2º Modo: Podemos somar a quantidade total de fatias apresentadas na figura. Se pensarmos nas fatias que estão “do lado de fora” de uma mesa quadrada, ao centro da figura, e nas fatias que estão “do lado de dentro”, teremos:

$$16 \text{ fatias dentro} + 24 \text{ fatias fora} = 40 \text{ fatias}$$

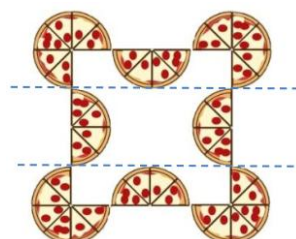
Como cada pizza inteira é formada por 8 fatias, temos $40 \div 8 = 5$ pizzas, alternativa **(C)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA C

Há varias formas de se determinar quantas pizzas foram utilizadas para formar a figura. Por exemplo, contando os pedaços temos $24 + 16 = 40$ pedaços e, como cada pizza é dividida em oito pedaços, temos $40 \div 8 = 5$ pizzas. Outra forma de se determinar isso é observar, na figura, que temos 4 metades de pizzas e mais 4 três quartos de pizzas; como 4 metades é igual a duas pizzas ($4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$) e 4 três quartos é igual a três pizzas ($4 \times \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$), o total de pizzas utilizado foi de $2 + 3 = 5$ pizzas.

Uma terceira forma de se determinar quantas pizzas foram utilizadas é olhar para a figura e imaginar três linhas horizontais de pizzas; basta observar que na primeira linha podemos formar 2 pizzas inteiras, na segunda linha, 1 pizza e, na terceira linha, 2 pizzas, totalizando $2 + 1 + 2 = 5$ pizzas inteiras.



6. Qual das expressões abaixo tem valor **diferente** de $15/4$?

- A) $15 \times \frac{1}{4}$
 B) $\frac{15+15+15}{4+4+4}$
 C) $\frac{3}{4} + 3$
 D) $\frac{10}{2} + \frac{5}{2}$
 E) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{2}$

Solução do autor:

Resolvendo as expressões, temos:

A) $15 \times 1/4 = 15/4$

B) $(15+15+15)/(4+4+4) = 45/12 = 15/4$

C) $3/4 + 3 = (3+12)/4 = 15/4$

D) $10/2 + 5/2 = 15/2$

E) $3/2 \times 5/2 = (3 \times 5)/(2 \times 2) = 15/4$

Solução da banca:

ALTERNATIVA D

Os valores das expressões nas alternativas são:

A) $15 \times 1/4 = 15/4$

B) $(15+15+15)/(4+4+4) = (3 \times 15)/(3 \times 4) = 15/4$

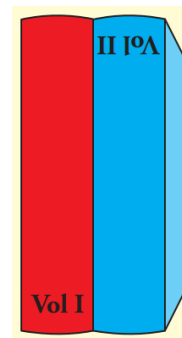
C) $3/4 + 3 = (3+12)/4 = 15/4$

D) $10/2 + 5/2 = (10+5)/2 = 15/2$

E) $3/2 \times 5/2 = (3 \times 5)/(2 \times 2) = 15/4$

Logo, a única alternativa em que o valor da expressão não é igual a $15/4$ é a alternativa D.

16. Dois livros estão em uma prateleira. O Volume I está na posição correta, mas o Volume II está de cabeça para baixo. Cada capa tem espessura de 0,25 centímetros, e cada livro, sem as capas, tem espessura de 5 centímetros. Nessa disposição, qual é a distância entre a última página do Volume I e a última página do Volume II?



- A) 0,5 cm
 B) 5 cm
 C) 6,5 cm
 D) 10,5 cm
 E) 11 cm

Solução do autor:

Entre a última página do Volume 1 do livro (vermelho) e a última página do Volume 2 (azul, que está de cabeça para baixo), temos duas capas dos livros mais a espessura do total de páginas dos dois livros. Portanto, a distância entre as últimas páginas dos dois livros será de:

$$5 \text{ cm} + 0,25 \text{ cm} + 0,25 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 10,5 \text{ cm}$$

Alternativa correta: **(D)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA D

Basta observar a disposição das últimas páginas dos dois livros:



Portanto, a distância entre a última página do Volume I até a última página do Volume II é

$$\begin{array}{ccccccc}
 5 & + & 0,25 & + & 0,25 & + & 5 & = & 10,5 \text{ cm} \\
 \boxed{\text{Espessura do miolo do Vol I}} & & \boxed{\text{Capa da frente do Vol I}} & & \boxed{\text{Capa da frente do Vol II}} & & \boxed{\text{Espessura do miolo do Vol II}} & &
 \end{array}$$

17. Janaína tem três canecas, uma pequena, uma média e uma grande. Com a caneca pequena, ela enche $\frac{3}{5}$ da caneca média. Com a caneca média cheia, ela enche $\frac{5}{8}$ da caneca grande. Janaína enche as canecas pequena e média e despeja tudo na caneca grande. O que vai acontecer com a caneca grande?



- A) Ela ficará preenchida em $\frac{7}{8}$ de sua capacidade.
- B) Ela ficará preenchida em $\frac{8}{13}$ de sua capacidade.
- C) Ela ficará preenchida em $\frac{5}{8}$ de sua capacidade.
- D) Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.
- E) Ela vai transbordar.

Solução do autor:

Uma caneca pequena equivale a $\frac{3}{5}$ de uma caneca média ($P = \frac{3}{5} M$). Uma caneca média equivale a $\frac{5}{8}$ da caneca grande ($M = \frac{5}{8} G$). Logo, a caneca pequena equivale a $\frac{3}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ da caneca grande ($P = \frac{3}{8} G$). Ao juntar as quantidades de líquido da caneca média e da caneca pequena em uma caneca grande, Janaína terá:

$$P + M = \frac{3}{8} G + \frac{5}{8} G = \frac{8}{8} G = 1 G$$

Logo, a caneca grande ficará totalmente cheia, sem transbordar. Alternativa **(D)**.

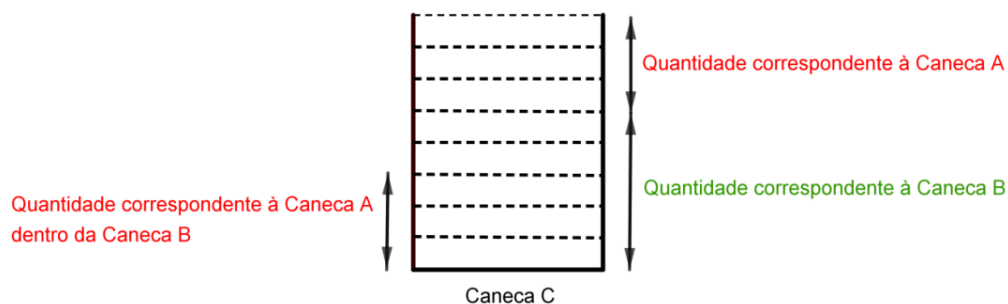
Solução da banca:

ALTERNATIVA D

Ao despejar o conteúdo das canecas A (pequena) e B (média) cheias na Caneca C (grande) será ocupado

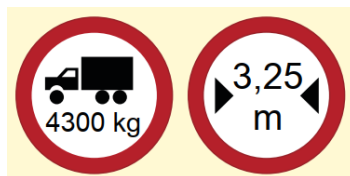
$$\frac{5}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

da capacidade da Caneca C, ou seja, ela ficará totalmente cheia, sem transbordar. De forma ilustrativa, dividindo a Caneca C em 8 partes iguais, a figura a seguir mostra que 5 dessas partes correspondem à capacidade da Caneca B, e as outras 3, à capacidade da Caneca A.



- 17ª Edição (2022)

3. Duas placas de sinalização foram colocadas no início de uma ponte sobre um rio. Uma placa indica a largura máxima permitida e a outra, o peso máximo permitido para os veículos que pretendem passar por ela. Qual dos caminhões a seguir pode passar por essa ponte?



- A) O que pesa 4300 kg e tem largura de 3,3 m.
 B) O que pesa 4305 kg e tem largura de 3,15 m.
 C) O que pesa 4250 kg e tem largura de 3,3 m.
 D) O que pesa 4400 kg e tem largura de 3,25 m.
 E) O que pesa 4290 kg e tem largura de 3,2 m.

Solução do autor:

A massa máxima permitida para um caminhão transitar por uma ponte é 4300 kg. Portanto, apenas os caminhões com 4250 kg e 4290 kg. Dentre eles, só poderá transitar aquele cuja largura máxima não ultrapasse 3,25 m. Acrescentando um 0 ao final de cada largura, teremos, respectivamente, 3,30 m (ultrapassou) e 3,20 m (não ultrapassou). O único caminhão que poderá passar pela ponte é o que tem massa 4290 kg e largura 3,20 m, alternativa **(E)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA E

A alternativa A é falsa, pois o caminhão tem largura maior do que a permitida, já que $3,3 > 3,25$.

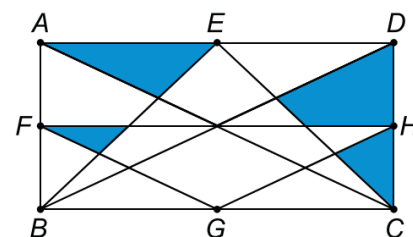
A alternativa B é falsa, pois o caminhão tem peso maior do que o permitido, já que $4305 > 4300$.

A alternativa C é falsa, pois o caminhão tem largura maior do que a permitida, já que $3,3 > 3,25$.

A alternativa D é falsa, pois o caminhão tem peso maior do que o permitido, já que $4400 > 4300$.

A alternativa E é verdadeira, pois $4290 < 4300$ e $3,2 < 3,25$.

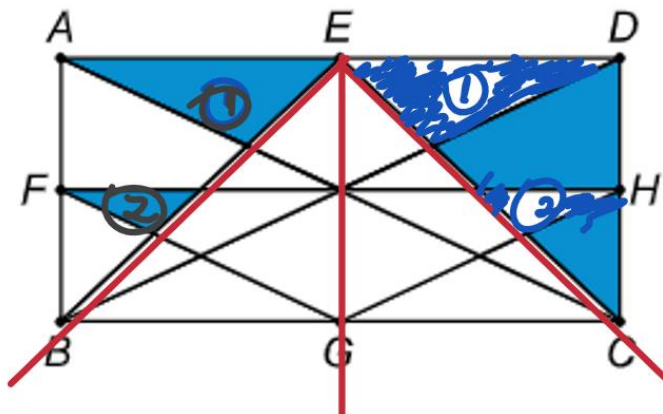
8. O retângulo $ABCD$ tem área igual a 1 cm^2 e os pontos E , F , G e H são pontos médios dos lados aos quais pertencem, conforme indicado na figura. Qual é a soma das áreas das regiões coloridas de azul?



- A) $2/7 \text{ cm}^2$
 B) $1/3 \text{ cm}^3$
 C) $1/4 \text{ cm}^3$
 D) $2/9 \text{ cm}^3$
 E) $1/8 \text{ cm}^3$

Solução do autor:

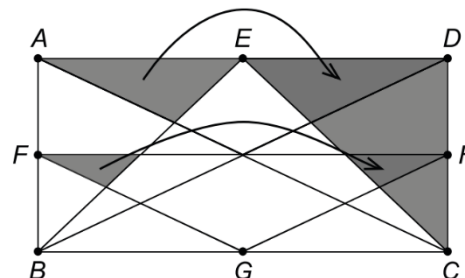
Observando a figura, o segmento EG divide o retângulo ao meio, na vertical. Isso nos permite dizer que o lado esquerdo a EG é simétrico ao lado direito. Os dois triângulos pintados de azul, à esquerda de EG , completam os dois espaços em branco do triângulo EDC , à direita de EG , conforme ilustra a figura a seguir.



Os segmentos EB e EC dividem, respectivamente, os retângulos $AEGB$ e $EDCG$ em partes iguais, totalizando 4 triângulos congruentes. Como o triângulo EDC foi pintado por completo, temos 1 parte pintada para 4 partes iguais. Logo, a área colorida de azul é $1/4 \text{ cm}^2$, alternativa (C).

Solução da banca:**ALTERNATIVA C**

Em virtude da simetria da figura, as medidas das áreas dos dois triângulos coloridos de azul que estão na esquerda são iguais às medidas das áreas dos triângulos coloridos de vermelho na direita. Portanto, a área procurada é igual à área do triângulo CDE . Portanto, a área procurada é igual à área do triângulo CDE . Como E é o ponto médio do lado AD , a área do triângulo CDE é metade da área do triângulo ACD e este, por sua vez, é metade da área do retângulo $ABCD$. Assim, a soma das áreas coloridas de azul é $1/2 \times 1/2 \times 1 = 1/4 \text{ cm}^2$.



17. Um grupo de meninos e meninas brinca de roda.

Nessa roda

- 7 meninas têm uma menina à sua direita;
- 9 meninas têm um menino à sua direita;
- $2/5$ dos meninos têm um menino à sua esquerda.

Quantas crianças há nesse grupo?

- A) 29
- B) 30
- C) 31
- D) 32
- E) 33

Solução do autor:

Se 7 meninas têm uma menina à sua direita, podemos concluir que, neste grupo, temos 8 meninas. A última garota deste grupo terá, conseqüentemente, um menino à sua direita. A partir dela, mais 8 meninas terão um menino à sua direita. Dessas conclusões, temos $8 + 8 = 16$ meninas e 9 meninos. Do total de meninos, $2/5$ têm um menino à sua esquerda. O restante ($5/5 - 2/5 = 3/5$), então, deverá ter uma menina à sua esquerda. Se 9 meninas têm um menino à sua direita, então esses 9 meninos têm uma menina a sua esquerda, o que equivale a $3/5$ do total de meninas. Logo, o total de meninos, nessa roda, é $9 \div (3/5) = 9 \times 5/3 = 15$.

O total de crianças na roda será: 16 meninas + 15 meninos = 31, alternativa **(C)**.

Solução da banca:**ALTERNATIVA C**

Cada menina tem um menino ou uma menina à sua direita. Portanto, das duas primeiras informações dadas, podemos concluir que há um total de $7 + 9 = 16$ meninas. Da terceira informação podemos concluir que $1 - (2/5) = 3/5$ dos meninos têm uma menina à sua esquerda, ou seja, $3/5$ dos meninos representa o total de meninos com um menino à sua direita (9). Portanto, há um total de $(5/3) \times 9 = 15$ meninos. Finalmente, podemos concluir que o grupo inteiro tem $16 + 15 = 31$ integrantes. Um esboço de como a roda pode ter sido formada é o seguinte:



- 18ª Edição (2023)

6. Se os números abaixo forem escritos em ordem crescente, qual deles será o terceiro?

- A) $1/6$
- B) $6/10$
- C) $16/100$
- D) 0,06
- E) 0,166

Solução do autor:

Usando a transformação de frações em números decimais, temos:

- $1/6 = 0,1666\dots$
- $6/10 = 0,6$
- $16/100 = 0,16$
- $0,06 = 0,06$
- $0,166 = 0,166$

Escrevendo os números em ordem crescente: 0,06; 0,16; 0,166; 0,1666...; 0,6. O terceiro número dessa lista é o 0,166, alternativa **(E)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA E

Para determinar a ordem dos cinco números escritos nas alternativas da questão, é preciso representar todos eles em uma mesma forma, ou na forma de fração, ou na forma decimal com vírgula.

Em representação decimal com vírgula, temos

$$(A) 1/6 = 0,166666 \dots \quad (B) 6/10 = 0,6 \quad (C) 16/100 = 0,16 \quad (D) 0,06 \quad (E) 0,166$$

e a ordem crescente deles é $0,06 < 0,16 < \mathbf{0,166} < 0,166666 \dots < 0,6$.

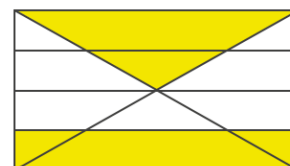
Em representação na forma de fração, temos

$$\begin{aligned} (A) 1/6 &= (1 \times 1000)/(6 \times 1000) = 1000/6000 \\ (B) 6/10 &= (6 \times 600)/(10 \times 600) = 3600/6000 \\ (C) 16/100 &= (16 \times 60)/(100 \times 60) = 960/6000 \\ (D) 0,06 &= (6 \times 60)/(100 \times 60) = 360/6000 \\ (E) 0,166 &= 166/1000 = (166 \times 6)/(1000 \times 6) = 996/6000 \end{aligned}$$

e a ordem crescente deles é $360/6000 < 960/6000 < \mathbf{996/6000} < 1000/6000 < 3600/6000$.

O terceiro deles é $0,166 = 996/6000$.

7. Os segmentos horizontais dividem o retângulo da figura em quatro faixas de mesma largura. A área da região amarela corresponde a qual fração da área do retângulo?



- A) $1/3$
- B) $5/12$
- C) $1/2$
- D) $7/12$
- E) $2/3$

Solução do autor:

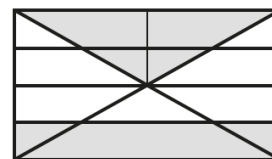
Observando as divisões da figura, temos quatro faixas retangulares de mesma largura e de mesmo comprimento. Portanto, áreas iguais (retângulo maior dividido em 4 partes iguais). Da mesma forma, as diagonais do retângulo maior dividem a figura em 4 partes iguais. As áreas entre um triângulo e uma faixa retangular são iguais pelo fato da figura ter sido dividida em 4 partes iguais (de dois modos distintos). Um triângulo maior e uma faixa retangular foram pintadas, o que equivale a 2 partes pintadas de um total de 4 partes. Logo, a área colorida é $2/4 = 1/2$, alternativa **(C)**.

Solução da banca:

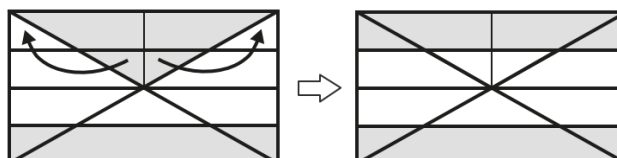
ALTERNATIVA C

Solução: Podemos, a partir do centro do retângulo, dividir verticalmente as duas faixas superiores em dois retângulos iguais. A área em amarelo na parte superior é igual à área de cada um dos retângulos resultantes dessa divisão feita nas duas faixas

superiores e, portanto, igual a $1/4$ da área do retângulo maior. Por outro lado, a área da faixa inferior em amarelo também é igual a $1/4$ da área do retângulo maior. Conseqüentemente, a área da região em amarelo é igual a $1/4 + 1/4 = 1/2$ da área do retângulo maior.



Poderíamos, também, transferir dois pequenos triângulos, como na figura abaixo, para confirmar que a área total amarela é metade da área do retângulo maior:



8. Pedro e Paulo fizeram compras no supermercado. Pedro comprou 4 garrafas de suco por R\$ 5,50 cada garrafa e 5 pães por R\$ 2,20 cada pão. Paulo comprou 1,4 kg de banana por R\$ 5,00 o quilograma. Qual das expressões aritméticas abaixo representa a quantia, em reais, que Paulo deve dar para Pedro de modo que ambos tenham contribuído com o mesmo valor para as compras?

- A) $(4 \times 5,5 + 5 \times 2,2 - 1,4 \times 5) \div 2$
- B) $(4 \times 5,5 + 5 \times 2,2 + 1,4 \times 5) \div 2$
- C) $(4 \times 5,5 + 5 \times 2,2) \div 2$
- D) $4 \times 5,5 + 5 \times 2,2 - 1,4 \times 5$
- E) $1,4 \times 5$

Solução do autor:

O preço total da compra de Pedro será dado por $4 \times 5,5 + 5 \times 2,2$. O preço total da compra de Paulo será dado por $1,4 \times 5$. Dessa montagem, percebe-se que Paulo gastou menos que Pedro. Para que ambos contribuam com o mesmo valor, Paulo deve dar a Pedro a metade da diferença entre suas compras. Isto é:

$$(4 \times 5,5 + 5 \times 2,2 - 1,4 \times 5) \div 2, \text{ alternativa (A).}$$

Solução da banca:

ALTERNATIVA A

Pedro gastou $4 \times \text{R\$ } 5,50$ mais $5 \times \text{R\$ } 2,20$ e Paulo gastou $1,4 \times \text{R\$ } 5,00$. Para que ambos tenham contribuído com o mesmo valor, Paulo deve dar a Pedro metade da diferença do gasto total feito por ambos, isto é, Paulo deve dar a Pedro

$$(4 \times 5,50 + 5 \times 2,20 - 1,4 \times 5,00) \div 2 \text{ reais, ou seja, } (4 \times 5,5 + 5 \times 2,2 - 1,4 \times 5) \div 2$$

Note que Pedro gastou R\$ 33,00 e Paulo gastou R\$ 7,00. Paulo deve dar a Pedro $(33,00 - 7,00) \div 2 = 13,00$ reais.

10. Antônio, Benedito e Carlos colecionam figurinhas. O número de figurinhas de Antônio é igual a $\frac{4}{5}$ do número de figurinhas de Benedito. O número de figurinhas de Carlos é igual a $\frac{3}{4}$ do número de figurinhas de Benedito. Dos três amigos, quem tem mais e quem tem menos figurinhas, nessa ordem?

- A) Antônio e Benedito.
- B) Antônio e Carlos.
- C) Benedito e Carlos.
- D) Benedito e Antônio.
- E) Carlos e Antônio.

Solução do autor:

Antônio possui $\frac{4}{5}$ da quantidade de figurinhas de Benedito, ou seja, $0,8 \times B$ (sendo B a quantidade de figurinhas de Benedito). Já é possível concluir que Antônio tem menos figurinhas que Benedito.

Carlos possui $\frac{3}{4}$ da quantidade de figurinhas de Benedito. De forma análoga, ele possui $0,75 \times B$, o que o deixa com menos figurinhas que Benedito.

Portanto, Benedito tem mais figurinhas entre os colegas. Comparando as quantidades de figurinhas de Antônio e Carlos, pode-se concluir que Antônio tem mais e Carlos tem menos, pois $0,8$ é maior que $0,75$ (a quantidade de figurinhas de Benedito não muda). Logo, a alternativa correta é **(C)**.

Solução da banca:

ALTERNATIVA C

Primeiramente, $\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < 1$. Se a , b e c denotam as quantidades de figurinhas que Antônio, Benedito e Carlos possuem, então $(\frac{3}{4})b < (\frac{4}{5})b < b$. Logo, quem possui mais figurinhas é Benedito e quem possui menos é Carlos.

Outra solução: De acordo com o enunciado, o número de figurinhas de Antônio é igual a $\frac{4}{5}$ do número de figurinhas de Benedito. Assim, para cada conjunto de 5 figurinhas que Benedito possui, Antônio possui um conjunto de 4 figurinhas.

Já o número de figurinhas de Carlos é igual a $\frac{3}{4}$ do número de figurinhas de Benedito. Assim, para cada conjunto de 4 figurinhas que Benedito possui, Carlos possui um conjunto de 3 figurinhas.

Logo, considerando conjuntos com 20 figurinhas (menor múltiplo comum entre 4 e 5), para cada conjunto de $20 = 5 \times 4$ figurinhas que Benedito possui, Antônio possui um conjunto de $16 = 4 \times 4$ figurinhas e, para cada conjunto de $20 = 5 \times 4$ figurinhas que Benedito possui, Carlos possui um conjunto de $15 = 5 \times 3$ figurinhas.

Portanto, para cada conjunto de 20 figurinhas de Benedito, Antônio possui um conjunto de 16 figurinhas e Carlos possui um conjunto de 15.

Logo, Benedito é o que tem mais figurinhas e Carlos é o que tem menos figurinhas.

16. Em uma cidade, $\frac{1}{4}$ da população tem pelo menos uma bicicleta. Dentre os que têm bicicleta, $\frac{1}{3}$ tem mais do que uma. Qual fração da população tem apenas uma bicicleta?

- A) $\frac{1}{5}$
- B) $\frac{1}{6}$
- C) $\frac{1}{7}$
- D) $\frac{1}{8}$
- E) $\frac{1}{12}$

Solução do autor:

Da população que tem bicicleta (que equivale a $\frac{1}{4}$ da população total), $\frac{1}{3}$ possui mais de uma bicicleta. Logo, os que possuem apenas uma bicicleta serão $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

A fração da população que possui apenas uma bicicleta, em relação à população total, será:

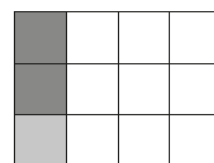
$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}, \text{ alternativa (B).}$$

Solução da banca:

ALTERNATIVA B

Das pessoas que têm bicicleta (ou seja, $\frac{1}{4}$ da população), temos que $\frac{2}{3}$ têm apenas uma. Logo, $(\frac{2}{3}) \times (\frac{1}{4}) = (\frac{2}{12}) = (\frac{1}{6})$ é a fração da população que tem apenas uma bicicleta.

Outra solução: Observe a figura ao lado formada por 12 quadradinhos que representam a população da cidade. Como $(\frac{1}{4}) = (\frac{3}{12})$, pintamos 3 quadradinhos de 12. Em seguida, queremos $\frac{2}{3}$ desses quadradinhos pintados e temos 2 quadradinhos em 12.

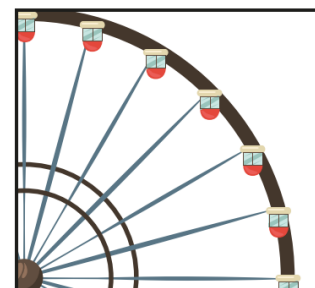


Logo, $(\frac{2}{12}) = (\frac{1}{6})$ é a fração da população que tem apenas uma bicicleta.

- 19ª Edição (2024)

5. Hélio vê de uma janela algumas cabines igualmente espaçadas da roda gigante do parque. Quantas cabines tem, ao todo, essa roda gigante?

- A) 28
- B) 22
- C) 24
- D) 26
- E) 20



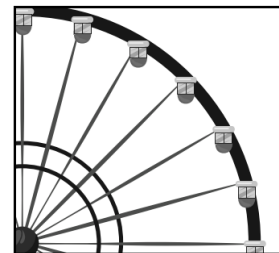
Solução do autor:

A roda gigante se completa com 4 janelas semelhantes à da figura. Cada janela exhibe 5 cabines completas. Além dessas cabines, temos as cabines entre os limites das janelas (quadrantes). Logo, o total de cabines será: $5 \times 4 + 4 = 24$ cabines. Alternativa (C).

Solução da banca:

ALTERNATIVA C

A figura representa um quadrante (um quarto) da circunferência na qual estão localizadas as cabines igualmente espaçadas. No interior do quadrante contamos 5 cabines e nos dois limites do quadrante vemos que também há cabines, vistas parcialmente. Portanto, o número total de cabines da roda gigante é igual a $4 \times 5 = 20$ no interior dos quadrantes e mais 4 cabines que ficam sobre os lados dos quadrantes, totalizando $20 + 4 = 24$ cabines.



8. Um grupo de amigos se reuniu para comer quatro pizzas. Cada um deles comeu dois terços de uma pizza e não sobrou nada. Quantos eram os amigos?

- A) 8
- B) 16
- C) 4
- D) 12
- E) 6

Solução do autor:

O grupo de amigos comprou 4 pizzas, e cada um comeu $2/3$ de uma pizza. Isso indica que as pizzas poderiam ter sido divididas em 3 fatias. Sendo assim, eles compraram um total de $4 \times 3 = 12$ fatias. Se cada amigo comeu 2 fatias, o número de amigos desse grupo foi:

$$12 \div 2 = 6, \text{ alternativa (E).}$$

Solução da banca:

ALTERNATIVA E

Como havia 4 pizzas e cada um comeu $2/3$ de uma pizza (sobrou 0), devemos somar várias parcelas de $2/3$ ao número 0 até obter 4. A quantidade de parcelas será a quantidade de amigos que comeram pizza.

$$0 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 = 0 + 6 \times 2/3 = 12/3 = 4$$

Logo, 6 amigos comeram a pizza.

Outra solução: Vamos considerar que cada pizza tem três grandes pedaços, desse modo, 4 pizzas produzem $4 \times 3 = 12$ grandes pedaços. Cada amigo comeu dois pedaços; portanto, eram $12 \div 2 = 6$ amigos.

Outra solução: Basta dividir 4 por $2/3$, que é o mesmo que multiplicar 4 por $3/2$, resultando em 6.