

ESTUDO COMPARATIVO DO DIMENSIONAMENTO DE UMA EDIFICAÇÃO COM PARÂMETROS DE RIGIDEZ AXIAL REAL E RIGIDEZ AXIAL AUMENTADA

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo avaliar o comportamento de uma estrutura de concreto armado de múltiplos pavimentos com diferentes multiplicadores de rigidez axial em pilares para uma edificação residencial. A análise foi realizada com o auxílio de uma ferramenta computacional de dimensionamento estrutural avaliando as diferenças entre a distribuição dos esforços de flexão, os deslocamentos verticais e consumo de aço da estrutura. Os momentos fletores máximos e o consumo de aço apresentaram variações discretas, diferente das deformações que se mostraram significativas para o dimensionamento da estrutura. Dessa forma, entende-se que a variação do parâmetro de rigidez axial dos pilares influencia principalmente o dimensionamento dos elementos estruturais no Estado Limite de Serviço.

Palavras-chave: Análise estrutural. Efeito construtivo. Concreto armado

COMPARATIVE STUDY OF THE DESIGNING OF A BUILDING WITH REAL RIGIDITY AND INCREASED RIGIDITY PARAMETERS

ABSTRACT

The present article aims to assess the behavior of a reinforced concrete structure with multiple floors using different multipliers of axial stiffness in pillars for a residential building. The analysis was conducted with the aid of a computational tool for structural design, evaluating the variations in the distribution of bending forces, vertical displacements, and steel consumption of the structure. Maximum bending moments and steel consumption showed discreet variations, unlike deformations, which proved to be significant for the structure's design. Thus, it is understood that the variation of the axial stiffness parameter of the pillars mainly influences the design of structural elements in the Serviceability Limit State (SLS).

Keywords: Axial rigidity analysis. Construction effect. Reinforced concrete.

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é uma técnica amplamente utilizada na construção civil para a criação de estruturas robustas e duráveis. Essas estruturas são formadas por diversos elementos, compostos por concreto e aço, que em conjunto fornecem o desempenho global da estrutura. Dessa forma, a concepção e análise desses elementos tanto individualmente, quanto em conjunto são de total importância para o dimensionamento da estrutura (KIMURA, 2003).

Com o avanço da tecnologia, a análise estrutural passou a ser mais interativa e minuciosa, visto que é possível realizar os cálculos de ações e reações nos elementos estruturais

com a ajuda de softwares programados para a atividade. No entanto, esses programas ainda não se assemelham ao comportamento real de uma estrutura, desconsiderando, por exemplo, os efeitos de ações incrementais ao longo da execução (FERREIRA, 2017). Dessa forma, alguns parâmetros são adotados para aproximar o comportamento da estrutura modelada com o de uma estrutura submetida a esforços no seu período de execução, um deles seria o aumento da rigidez axial dos pilares por meio de um multiplicador (ALTO QI, 2022).

Nesse contexto, devido ao constante uso de softwares e outras tecnologias utilizadas para dimensionamento de elementos estruturais se faz necessário trazer critérios de qualidade para os projetos, principalmente os estruturais, além de mais estudos relacionados à esse tema, uma vez que se tem normas regulamentadoras complexas sobre esse assunto. Portanto, esse estudo teve como finalidade avaliar o comportamento de uma estrutura de concreto armado com diferentes multiplicadores, sendo analisado os momentos fletores e os deslocamentos dos elementos estruturais de forma isolada para cada multiplicador.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Análise de deformação axial dos pilares

É possível pontuar a importância da análise sobre a maneira que as ações são aplicadas na estrutura. É comum partir do pressuposto de que todos os carregamentos são aplicados de forma simultânea no esqueleto estrutural já pronto. No entanto, essa análise pode não se mostrar totalmente precisa, visto que a estrutura é solicitada por um conjunto de ações à medida que é construída (KIMURA, 2003).

Em uma edificação, ao se construir um pavimento, seus pilares são condicionados a esforços de tensões que normalmente se apresentam em valores diferentes para cada elemento do pavimento, portanto, há deformações diferentes conforme os esforços solicitantes. No entanto, ao fim do processo de concretagem de um novo pavimento acima, tais deslocamentos são compensados com o concreto executado e não são evidenciados neste respectivo pavimento.

Diante do fato, um procedimento global simplificado para análise da estrutura pode comprometer o dimensionamento dos elementos de cada pavimento ao acumular deformações e tensões inexistentes provenientes dos pavimentos inferiores do referido (PRADO, 1999). Logo, é possível realizar a análise partindo das hipóteses da superposição dos esforços, junto ao princípio de desconsiderar o peso próprio dos pavimentos inferiores.

2.2 Efeito do aumento da rigidez axial dos pilares

Kimura (2003) define rigidez axial como a rigidez do elemento estrutural diante da atuação da força normal. Além disso, a variação da rigidez axial dos elementos da estrutura impacta de forma direta a sua distribuição de esforços dela. Ainda conforme o autor essa propriedade pode ser calculada pelo produto entre o módulo de elasticidade longitudinal do material que compõe a peça e a sua área transversal.

O multiplicador de rigidez axial dos pilares, de forma generalizada, é um coeficiente de regularização, onde ele é multiplicado pela rigidez real promovido pela área transversal dos pilares. Os efeitos esperados ao majorar a rigidez axial dos pilares é de promover deslocamentos longitudinais menores na estrutura a fim de regularizar as falhas promovidas pela falta de uma análise incremental (TQS INFORMÁTICA LTDA, 2018, sd; ALTO QI, 2022).

O aumento da rigidez axial dos pilares em uma edificação, além da análise incremental da estrutural, é umas das formas de simular o processo construtivo de maneira aproximada do real. O aumento da resistência estrutural no sentido axial nos pilares reduz os encurtamentos e os deslocamentos diferenciais dos mesmos (MATEUS, 2003).

Dessa forma, em virtude dos efeitos provocados pelo aumento da rigidez axial dos pilares em prol de uma análise mais assertiva em comparação com o comportamento real da estrutura, alguns autores determinaram valores para os multiplicadores de rigidez axial para os pilares. Kimura (2003), afirma que os valores dos multiplicadores devem estar entre 3 a 5. Fortes (2019), indica o uso de um multiplicador igual à 3,0. Já a Alto Qi, empresa desenvolvedora de softwares para a engenharia, dispõe que a análise da estrutura deve ser feita com valores incrementais, do pavimento mais alto para o mais baixo, de 0,1 a cada pavimento. A Tabela 1, mostra um resumo das indicações de cada autor sobre o valor do multiplicador de rigidez axial dos pilares.

Tabela 1 – Indicações dos usos de Multiplicadores de rigidez axial para os pilares

Autores	Multiplicadores de rigidez axial
Kimura	3 a 5
Fortes	3
Alto Qi	$1 + 0,1(N-P)$
• N equivale ao número de pavimentos do edifício • P representa o pavimento analisado	

Fonte: Autores (2023).

3 METODOLOGIA

3.1 Revisão Bibliográfica

A pesquisa bibliográfica do trabalho, de caráter qualitativa, tem fundamentação teórica baseada em estudos vinculados à área de engenharia de estruturas com ênfase em estudos voltados para análise incremental, global e com a rigidez axial dos pilares modificada. Nesse último, procurou-se pesquisar sobre os como o efeito do aumento da rigidez axial dos pilares afeta a estrutura e os esforços solicitantes nos demais elementos estruturais que estejam trabalhando em conjunto com os pilares da estrutura. Os trabalhos técnicos variaram entre livros, artigos, normas técnicas, artigos, monografias, dissertações e teses.

3.2 Projeto Arquitetônico

A escolha do projeto arquitetônico ocorreu através da necessidade de se ter um edifício alto. É válido ressaltar que são esperados esforços solicitantes maiores em edificações verticalmente grandes, principalmente nos pilares, que serão submetidos tanto a cargas permanentes, quanto ações de ventos maiores que em edifícios baixos. Dessa forma, a edificação estudada foi uma edificação com 15 pavimentos tipos que foram avaliados com distâncias das faces superiores da laje com distância de 3 metros de comprimento entre um pavimento e outro, além de possuir um formato retangular com dimensões de 8x16 metros como mostrando na Figura 1.

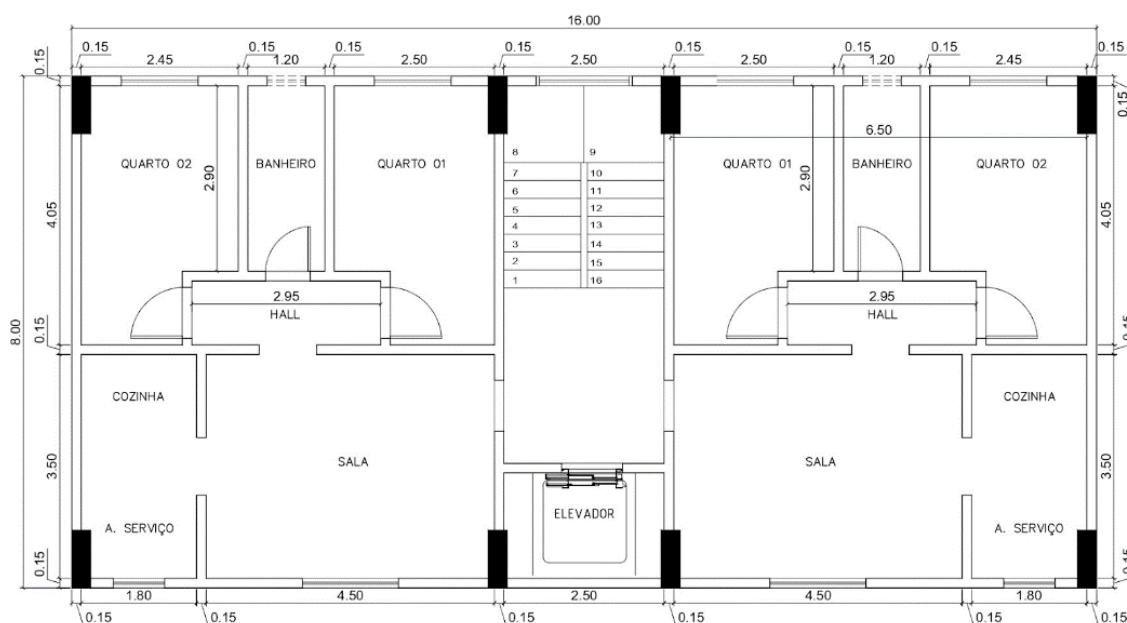


Figura 1- Planta baixa do pavimento tipo.
Fonte: Autores (2023).

3.3 Software de análise estrutural

O software para análise estrutural escolhido foi o Alto Qi Eberick, pois o mesmo propicia a análise e dimensionamento da estrutura. Além disso, possibilita uma análise estrutural por meio de um modelo integrado com as lajes participando de forma favorável à estabilidade global da edificação.

3.4 Concepção estrutural do projeto escolhido

3.4.1 Concepção da estrutura

O projeto foi concebido com a formulação de 4 pórticos distribuídos ao longo da maior dimensão do prédio e 2 pórticos distribuídos na direção de menor tamanho, como mostra a Figura 2. O espaçamento máximo entre os pórticos é de aproximadamente 650 e 710 cm, respectivamente.

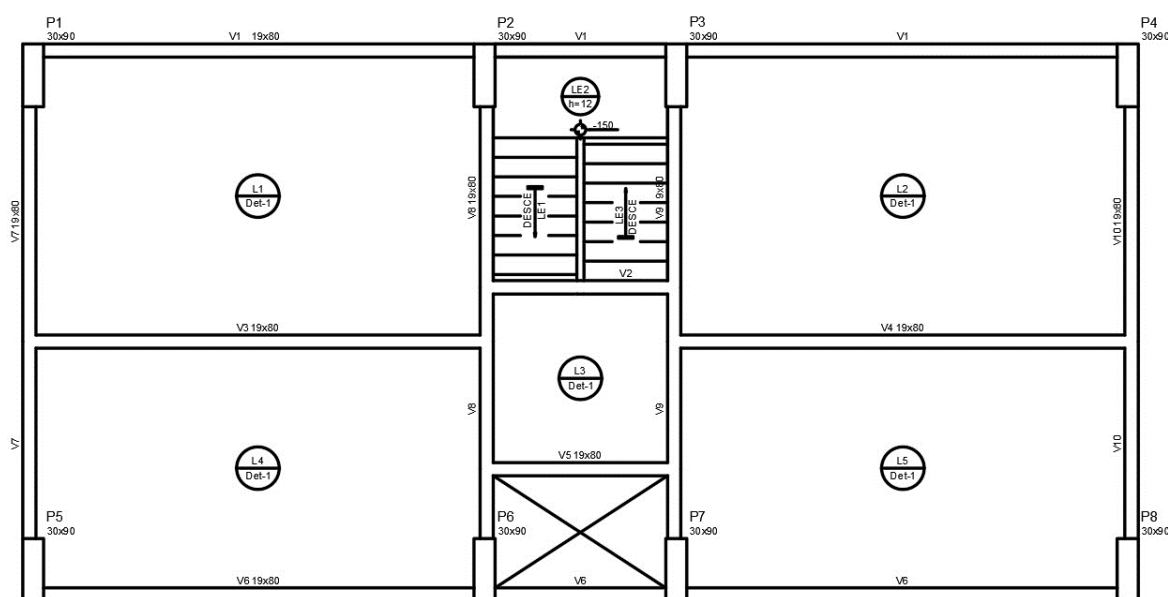


Figura 2- Planta de forma do pavimento tipo.
Fonte: Autores (2023).

Ademais, os pilares consideram a geometria retangular com dimensões 30x90 cm. As lajes foram analisadas como lajes nervuradas bidirecionais e engastadas entre si com nervuras de 60x60 cm e altura de 25 cm, além do capeamento de 5cm. Já as vigas, assim como os pilares, são retangulares, no entanto, com dimensões de 19x80.

3.4.2 Concepção das cargas

No revestimento dos pisos, utilizando-se 5 cm de espessura, a carga considerada foi de 1 kN/m², respeitando a NBR 6120:2019. Enquanto para as alvenarias, considerou blocos de concreto vazado com espessura de 9 cm, 2 cm de revestimento em cada face e uma altura média de 270 cm para as paredes, resultando em uma carga linear equivalente a 5,13 kN/m. As cargas de uso são distribuídas sobre as lajes.

Para as áreas destinadas aos banheiros, quartos, sala, cozinha e corredor dentro dos apartamentos é considerado uma carga de uso equivalente a 1,5 kN/m². Já para as áreas de serviço, 2 kN/m². Para as escadas de uso comum em edificações residenciais, a NBR 6120:2019 prevê carga de 3 kN/m². Por fim, para o corredor que se encontra fora dos apartamentos, a carga é de 3 kN/m².

Os esforços provenientes do vento foram calculados pelo software com as premissas de que o edifício se encontra em uma encosta. A rugosidade do terreno foi considerada de Categoria IV. Já os fatores estatísticos da edificação estão relacionados com os fatores de edificações residenciais. Ademais, o vento inicial que a NBR 6123:1988 estabelece para a cidade de Governador Valadares-MG é de 30 m/s.

3.4.3 Definições de projeto

O resultado da análise depende de algumas definições durante a fase de elaboração do projeto. Dessa forma, é possível afirmar a importância de definir a classe de agressividade do local, o tipo de cimento usado para execução da obra, a resistência do concreto, tanto a compressão, quanto a tração, o módulo de elasticidade do concreto, os aços usados e o cobrimento dos elementos estruturais. A Tabela 2 traz um resumo das definições de projeto usadas.

Tabela 2 – Resumo das definições de projeto

Classe de agressividade	II
Resistência à compressão do concreto	40 MPa
Resistência média à tração do concreto	3,51 MPa
Módulo de elasticidade	23000 MPa
Aço	CA-50 e CA-60
	Lajes- 25 mm
	Vigas- 30 mm
Cobrimento	Pilares- 30 mm

Fonte: Autores (2023).

3.5 Processamento da estrutura

O processamento da estrutura é a etapa em que o programa analisa as cargas sobre os elementos estruturais e a partir disso define os esforços solicitantes e os deslocamentos da estrutura. Antes, é necessário definir algumas considerações de análise, entre elas, o multiplicador de rigidez axial dos pilares.

No presente estudo, a estrutura foi analisada com três multiplicadores de rigidez axial dos pilares diferentes. O primeiro deles foi o modelo de análise RA1 com um multiplicador igual a 1, para assim entender o comportamento da estrutura dentro do software com a rigidez real dos pilares. A segunda análise foi realizada com o modelo RAI, onde o multiplicador usado será o indicado pela Alto Q_i , que prevê um incremento de pavimento a pavimento, onde o pavimento superior terá o valor de 1 e os pavimentos subsequentes um aumento gradual em 0,1 para cada pavimento subsequente. Por fim, o terceiro modelo, o modelo RA3, contém um multiplicador de 3, conforme indicado por Fortes (2019) e Kimura (2003).

3.6 Combinações estudadas

Para o estudo das variações entre os modelos foram adotados alguns princípios para uma comparação mais criteriosa entre os mesmos. Dentre esses princípios, estão as combinações de ações.

Na análise das deformações dos pórticos e elementos, a combinação usada foi a envoltória dos esforços, já que as mesmas são retratadas de forma a representar o máximo deslocamento das peças estruturais nos pórticos. Além disso, o consumo de aço na estrutura também se dá por meio da envoltória, para que assim, obtenha-se os valores de dimensionamento da estrutura para os piores casos.

Já na análise dos esforços foi escolhido a combinação que gera as maiores variações no pilares. No caso estudado, é a combinação $1,3G_1 + 1,4G_2 + 1,4Q + 0,84V + 0,36D$, onde:

- G_1 representa as cargas de peso próprio dos elementos;
- G_2 são as cargas permanentes, exceto as provenientes dos peso próprio;
- Q equivale as cargas acidentais de uso da edificação;
- V é a carga de vento agindo de forma perpendicular ao pórtico;
- D representa as ações de desaprumo.

3.7 Pórticos

Os pórticos analisados foram um dos pórticos centrais, no caso, o pórtico formado pelos pilares P2 e P6 e as vigas V8 em cada pavimento, e um lateral, formado pelos pilares P1 e P5 e as vigas V7 de cada pavimento. O estudo nesses pórticos se mostram viáveis devido a simetria da estrutura. A partir desta análise nesses pórticos, é possível estender o comportamento do mesmo para o restante da estrutura.

3.8. Análise dos resultados

Os resultados foram analisados por uma comparação entre os modelos RA1 e os modelos com rigidez axial dos pilares aumentada, no caso, RAI e RA3. O enfoque do estudo foi verificar as diferenças entre as deformações, momentos fletores e consumo de aço a fim de verificar a consideração dos efeitos do aumento da rigidez axial dos pilares na edificação.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Deformações

A análise das deformações se deu através das deformações dos pórticos formados pelas vigas e pilares. Ao ser submetido à ações de cargas verticais, os pilares apresentaram deformações verticais que são transferidos para as vigas. Dessa forma, a deformação do conjunto deve ser analisada pela soma dos deslocamentos verticais dos pilares e deformações das vigas assim como mostrado na Figura 3.

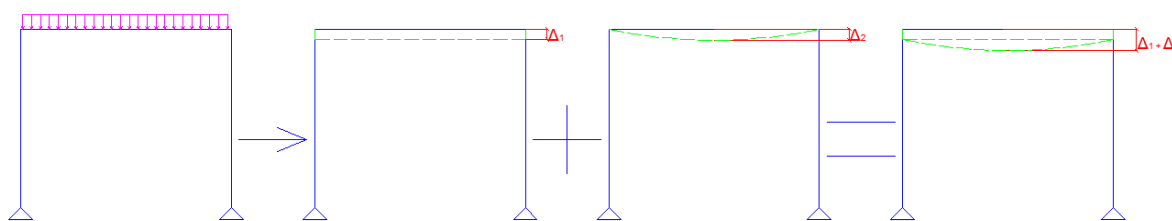


Figura 3- Deformações dos pórticos

Fonte: Autores (2023).

4.1.1 Pórtico central

Os modelos estudados apresentaram variações em relação as deformações do conjunto viga e pilares do pórtico. Ao analisar os deslocamentos no conjunto é possível verificar a influência do coeficiente de rigidez axial na avaliação dos elementos estruturais.

A Figura 4 apresenta as deformações individuais das vigas e pilares, e por consequência a deformação total do conjunto juntamente o resultado acumulado por pavimento em cada modelo de estudo.

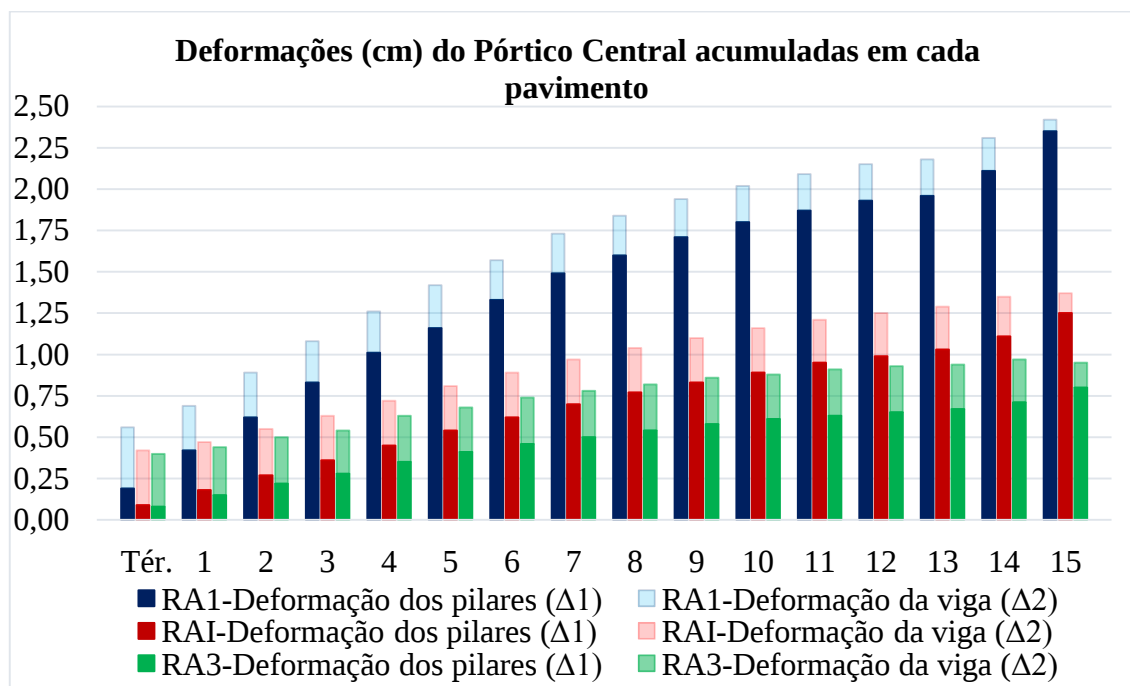


Figura 4- Deformações do pórtico central.

Fonte: Autores (2023).

É válido afirmar que as vigas se apresentaram com pouca variação entre os modelos estudados, influenciando minimamente nas deformações totais do conjunto (pórtico). De uma forma geral, as variações de deformações das vigas se mostraram no máximo na faixa de 0,05 cm para a comparação entre os modelos RA1 e RAI, e de 0,08 cm entre RA1 e RA3, onde os modelos com rigidez axial dos pilares aumentada são detentores das maiores deformações.

Em contrapartida os pilares, que representaram os apoios das vigas são os que mais influenciaram na análise, visto que apresentaram reduções significativas em suas deformações nos modelos com rigidez axial aumentada. As diferenças entre os deslocamentos totais acumulados, verificados no último pavimento se mostraram na ordem de 1,10 e 1,55 cm para as comparações entre o modelo RA1 e os modelos RAI e RA3, respectivamente.

Em termos percentuais, no modelo RAI, os deslocamentos verticais se apresentaram com reduções entre 47 e 57% em comparação com os valores encontrados em cada pavimento no modelo com rigidez axial dos pilares igual a 1. Essas diferenças se apresentaram de forma decrescente do pavimento 1 ao 15.

No modelo RA3, comparado ao RA1, houve uma variação mais constantes entre os pavimentos com deformações que se mostraram próximas a 66%.

4.1.2 Pórtico Lateral

O pórtico lateral apresentou variações consideráveis entre as deformações nos modelos conforme apresentado na Figura 5.

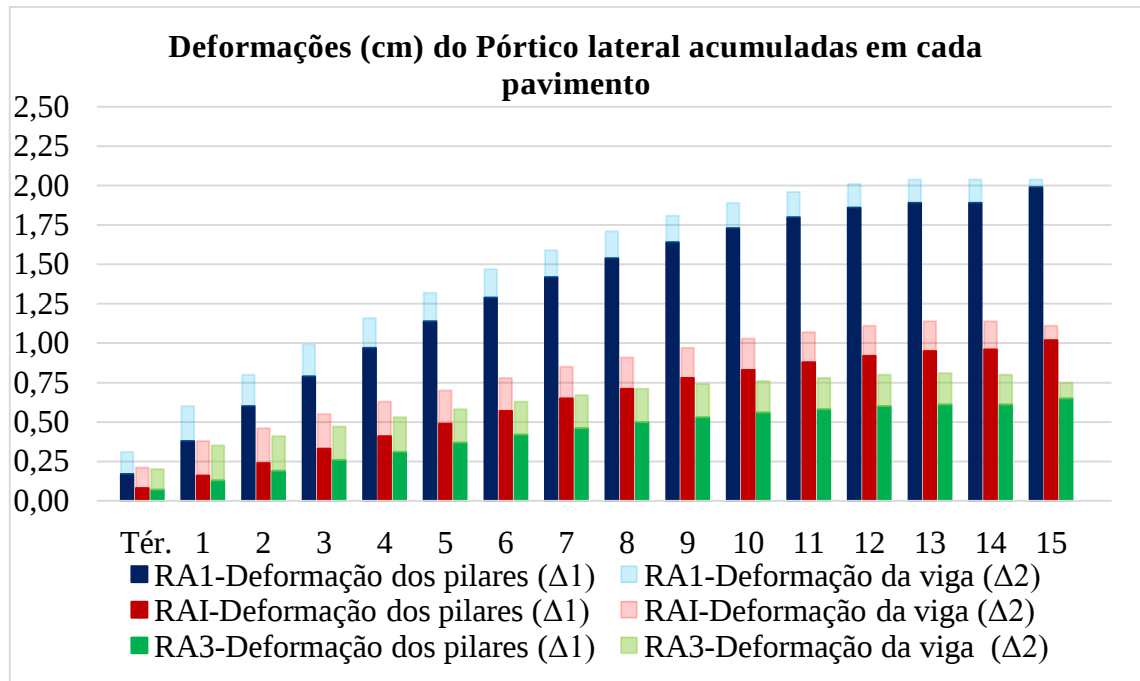


Figura 5- Deformações do pórtico lateral.

Fonte: Autores (2023).

A análise das deformações no pórtico lateral é semelhante ao do central. As deformações nas vigas também apresentaram diferenças desprezíveis entre os modelos, se concentrando em valores próximos à 0,05 cm.

Em relação aos pilares, a única diferença do comportamento entre o pórtico central e o lateral são as magnitudes das deformações. Os pilares das extremidades apresentaram deslocamento total, acumulados do primeiro ao último pavimento, de 1,99 cm para o modelo de rigidez axial dos pilares sem nenhum incremento e 1,02 cm e 0,65 cm para os modelos RAI e RA3.

Em comparação percentual entre a análise RAI e RA1, há uma diminuição das deformações por parte do modelo com aumento de rigidez axial dos pilares. A correlação entre os pavimentos de cada modelo está entre 49% e 60%, se apresentando de forma decrescente com a evolução da construção. Já para a comparação entre RA1 e RA3 a variação se dá entre 66% e 68%.

4.2 Momentos fletores

Na análise da variação dos momentos fletores, diferente da análise das deformações, se observou pequenas diferenças entre os momentos fletores máximos nos elementos estruturais que compõem os pórticos.

4.2.1 Pórtico central

A Figura 6 mostra as variações percentuais dos momentos fletores máximos, por pavimento no pórtico central, para os pilares comparando os resultados entre os modelos com rigidez axial aumentada aos valores do modelo RA1.

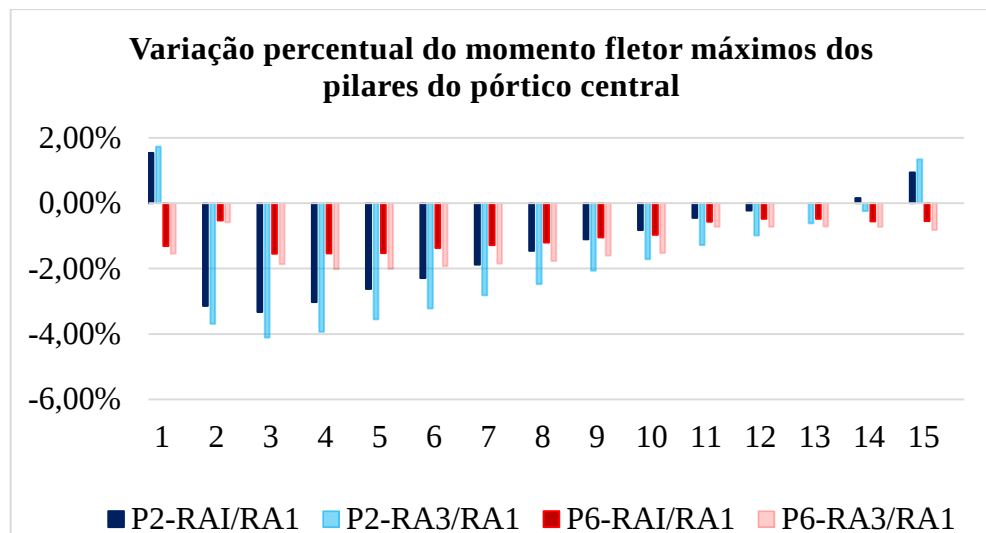


Figura 6- Variação percentual do momento fletor máximo dos pilares do pórtico central por pavimento.
Fonte: Autores (2023).

Os momentos fletores máximos dos pilares apresentam variações pouco expressivas para fins de dimensionamento do elementos. No pilar P2 há diminuições de até 3,5% para o modelo RAI e 4,1% para o modelo RA3. Já no pilar P6 as variações se apresentam em reduções máximas de 2% para ambos os modelos.

Na Figura 7 é apresentada a variação percentual dos momentos positivos e negativos máximos nas vigas em cada pavimento, comparando o modelo com rigidez axial igual a 1 e os modelos com rigidez axial aumentada.

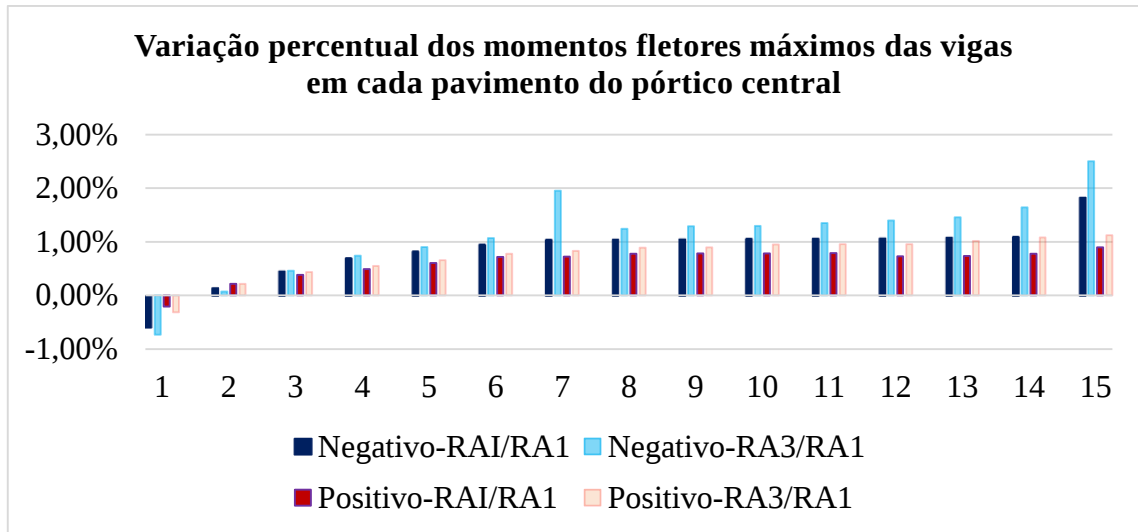


Figura 7-Variação percentual dos momentos fletores máximos da vigas em cada pavimento do pórtico central.
Fonte: Autores (2023).

Assim como nos pilares, as vigas apresentaram variações pequenas em seus momentos fletores. Para os esforços fletores positivos, houve aumento de até 1,1% nos modelos com ajuste da rigidez axial. A variação dos momentos fletores negativos também se apresentaram através de aumentos, no modelo RAI o acréscimo foi de até 1,8% e para o modelo RA3, 2,5%.

3.7.2.2 Pórtico lateral

A Figura 11 traz informações sobre as variações percentuais dos momentos fletores máximos, por pavimento no pórtico lateral, para os pilares comparando os modelos com rigidez axial dos pilares ajustada e o modelo RA1.

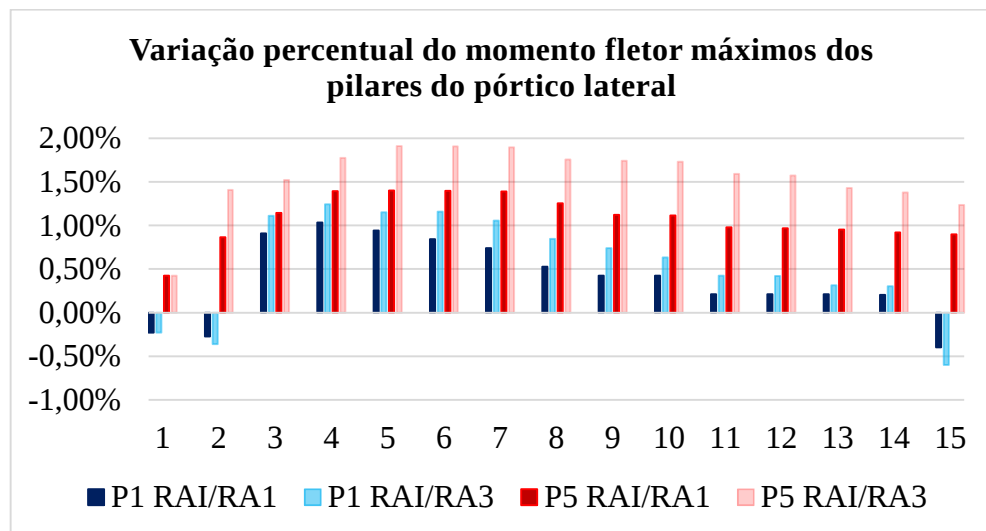


Figura 11- Variação percentual do momento fletor máximo dos pilares do pórtico lateral por pavimento.
Fonte: Autores (2023).

No pilar P1 as variações máximas se apresentaram como aumentos de 1,25% em ambos os modelos à medida do aumento da rigidez axial. Em paralelo, as variações no pilar P5 também se deram por meio de aumentos. Para o modelo RAI, os aumentos se apresentaram na ordem de até 1,4% e para o modelo RA3, 1,9%.

A Figura 9 mostra a variação percentual dos momentos positivos e negativos máximos das vigas de cada pavimento entre as comparações entre o modelo RA1 e os modelos com rigidez axial dos pilares aumentada.

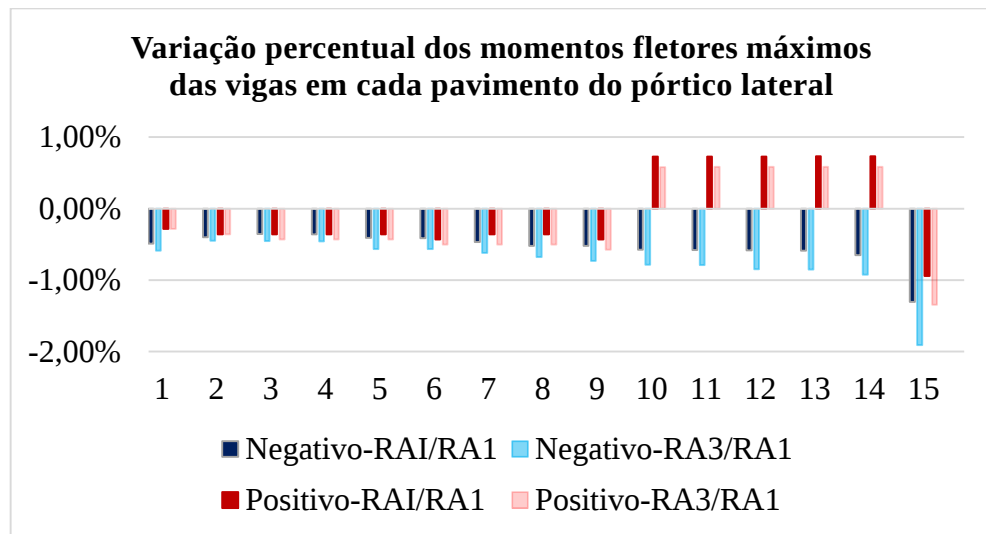


Figura 9-Variação percentual dos momentos fletores máximos das vigas em cada pavimento do pórtico lateral.

Fonte: Autores (2023).

Nas vigas as diferenças se deram por meio de diminuições nos momentos negativos. Para o modelo RA1, as variações se apresentaram na ordem de 1,3% para o modelo RA3, as diferenças se apresentaram em cerca de no máximo 1,9%.

Nos momentos positivos, para o modelo RAI, houve reduções de até 0,9% e aumentos de 0,7%. Já para a análise de RA3, as diminuições se apresentaram em até 1,3% e os aumentos em 0,58%.

3.7.3 Consumo de aço

O consumo de aço na estrutura também é um parâmetro para análise comparativa entre os modelos estudados. A Tabela 3 mostra a variação do consumo total de aço entre os modelos estudados em cada elemento.

Tabela 3-Variação do consumo de aço

Elementos	RAI/RA1	RA3/RA1
Vigas	-0,40%	-0,77%
Pilares	1,28%	1,66%
Lajes	0,47%	0,57%

Fonte: Autores (2023).

Com a avaliação dos dados, é possível afirmar que o consumo de aço não apresenta diferenças relevantes entre os modelos, corroborando a avaliação de variação nos momentos fletores máximos, indicando pequena influência da alteração do coeficiente de rigidez axial no dimensionamento dos elementos estruturais, no que tange o Estado Limite Último (ELU).

5. CONCLUSÃO

O estudo do aumento da rigidez axial dos pilares é muito importante para uma análise estrutural adequada. Como visto, a não consideração desse aumento pode resultar em avaliações imprecisas do comportamento estrutural.

O reflexo do ajuste da rigidez axial impacta de maneira significativa a análise das deformações e tomadas de decisão em relação ao Estado Limite de Serviço (ELS) dos elementos na estrutura. As simulações com correção do parâmetro de rigidez estudado propiciou menos deslocáveis para as vigas, situação mais próxima da realidade construtiva, o que fez o pórtico apresentar um comportamento com uma aproximação maior em relação aos efeitos incrementais que acontecem na realidade.

Entretanto, percebe-se que para fins de dimensionamento do ELU, o aumento da rigidez axial dos pilares não provoca impactos relevantes. Houve diferenças nos esforços para um mesmo elemento em cada modelo, porém essas variações, nos casos estudados, se mostraram pouco expressivas ao ponto de não modificar, de forma significativa, o consumo de aço total da estrutura.

Por fim, a não adoção de um ajuste dos coeficientes de rigidez axial induzirão de maneira inadequada as dimensões dos elementos estruturais com o intuito de atender as verificações da estrutura em serviço. Recomenda-se, após a conclusão desse estudo, utilização de um método de ajuste do coeficiente de rigidez afim de garantir um projeto seguro e econômico.

Sugere-se a realização de futuros trabalhos para auxiliar na definição do melhor método de ajuste da rigidez axial.

Referências bibliográficas

ALTOQI. **Multiplicador da rigidez axial para pilares**. Disponível em: <https://suporte.altoqi.com.br/hc/pt-br/articles/360000585454-Multiplicador-da-rigidez-axial-para-pilares>. Acesso em: 27 mar. 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120:2019 - Ações para o projeto de estruturas de edificações - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123:2019 – Forças devido ao vento em edificações - Procedimento**. Rio de Janeiro, 1988.

FERREIRA, W. E. R. **Influência das etapas de construção na análise de estruturas de múltiplos andares de concreto armado**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

FORTES, G. L. **Encurtamento de pilares de concreto armado e a influência do processo construtivo**. Dissertação (Mestrado), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

KIMURA, A. E. **Informática aplicada a estruturas de concreto armado**. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2003.

MATEUS, F. M. **Influência das deformações axiais dos pilares e das etapas de construção e carregamento na análise estrutural de edifícios altos com lajes lisas**. Dissertação (Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas), Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2003.

PRADO, J. F. M. A. **Estruturas de edifícios em concreto armado submetidas a ações de construção**. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

TQS-Docs. Estabilidade global e 2ª ordem. Disponível em: <http://docs.tqs.com.br/Docs/Details?id=3155&language=pt-BR>. Acesso em: abr. 2023.