

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
MINAS GERAIS - *CAMPUS* BETIM
BACHARELADO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Leandro Samuel Moreira Teixeira

**COMPARATIVO DE UM CONTROLADOR PID CONVENCIONAL
COM UM CONTROLADOR PID DE ORDEM FRACIONÁRIA**

Betim
2024

LEANDRO SAMUEL MOREIRA TEIXEIRA

**COMPARATIVO DE UM CONTROLADOR PID CONVENCIONAL
COM UM CONTROLADOR PID DE ORDEM FRACIONÁRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora do curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais *Campus* Betim, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Leandro Freitas de Abreu

Betim
2024

FICHA CATALOGRÁFICA

T266c Teixeira, Leandro Samuel Moreira
Comparativo de um controlador PID convencional com um controlador PID de ordem fracionária / Leandro Samuel Moreira Teixeira. – 2024.

42 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, Câmpus Betim, 2024.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Freitas de Abreu

1. Controladores programáveis. 2. Automação industrial. 3. Controle de processos. 4. Controlador PID. 5. Engenharia de Controle e Automação. I. Teixeira, Leandro Samuel Moreira. II. Título.

CDU: 681.5

Leandro Samuel Moreira Teixeira

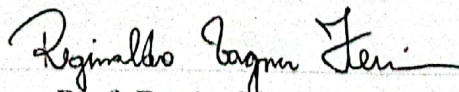
**COMPARATIVO DE UM CONTROLADOR PID CONVENCIONAL
COM UM CONTROLADOR PID DE ORDEM FRACIONÁRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora do curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais *Campus* Betim, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Controle e Automação.

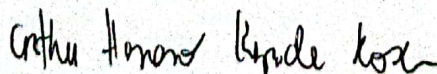
Aprovado em: 23 / 09 / 2024 pela banca examinadora:



Prof. Leandro Freitas de Abreu (Orientador) - IFMG



Prof. Reginaldo Vagner Ferreira - IFMG



Prof. Arthur Hermano Rezende Rosa - IFMG

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todas as pessoas que contribuíram para a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso. Em primeiro lugar, agradeço ao meu professor e orientador, Leandro Freitas de Abreu, por acreditar em mim e por fornecer todo o suporte necessário ao longo deste processo. Sua orientação e confiança foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço também ao professor Arthur Hermano Rezende Rosa, cuja disciplina Técnicas Especiais de Controle me inspirou a escolher o tema do meu TCC. Suas aulas foram essenciais para aprofundar meu conhecimento e interesse na área. Por fim, gostaria de agradecer ao meu amigo Wanderley Correa, por compartilhar seu conhecimento no uso do Overleaf. Sua ajuda foi inestimável para a formatação e organização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo comparar o desempenho de um controlador PID fracionário com um controlador PID convencional. Foram desenvolvidos três controladores fracionários e um controlador convencional, cada um sintonizado utilizando uma metodologia diferente. A validação dos controladores foi realizada em três tipos de sistemas: sistema de 1ª ordem com atraso de tempo, sistema de 2ª ordem com atraso de tempo e sistema de 3ª ordem instável. Os parâmetros observados foram tempo de subida, overshoot, tempo de assentamento, margem de fase, margem de ganho e erro em estado estacionário. Os resultados indicaram que o controlador fracionário é menos eficaz no controle de sistemas com alto atraso de tempo. No entanto, ele demonstrou ser mais rápido em termos de tempo de subida, devido aos seus dois ganhos adicionais que podem ser ajustados para otimizar o desempenho do controle.

Palavras-chave: Controlador PID Fracionário, Controlador PID Convencional, Sistemas com Atraso de Tempo, Desempenho de Controladores, Sintonia de Controladores.

ABSTRACT

This work aims to compare the performance of a fractional PID controller with a conventional PID controller. Three fractional controllers and one conventional controller were developed, each tuned using a different methodology. The controllers were validated on three types of systems: a first-order system with time delay, a second-order system with time delay, and an unstable third-order system. The observed parameters were rise time, overshoot, settling time, phase margin, gain margin, and steady-state error. The results indicated that the fractional controller is less effective in controlling systems with high time delay. However, it proved to be faster in terms of rise time, due to its two additional gains that can be adjusted to optimize control performance.

Keywords: Fractional PID Controller, Conventional PID Controller, Time-Delay Systems, Controller Performance, Controller Tuning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama de um Controlador PID Convencional.	18
Figura 2 – Resposta ao Degrau Unitário em Forma de S.	20
Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema realimentado com um relé.	21
Figura 4 – Regiões de Estabilidade do Sistema de Ordem Fracionária.	23
Figura 5 – Diagrama de um Controlador PID Fracionário.	23
Figura 6 – Sistema de Fluxo de Fluido em um Tanque.	29
Figura 7 – Sistema de Controle de Elevador.	30
Figura 8 – Diagrama do Servo Motor Conectado ao Braço Robótico.	31
Figura 9 – Critérios de Desempenho.	32
Figura 10 – Resposta ao degrau dos controladores de Yeroglu, Ziegler-Nichols, Valério e Valério + Yeroglu no sistema de primeira ordem com atraso puro de tempo.	34
Figura 11 – Resposta ao degrau do sistema 2ª ordem com atraso puro de tempo e sua forma aproximada para a 1ª ordem.	35
Figura 12 – Resposta ao degrau dos controladores de Yeroglu, Ziegler-Nichols, Valério e Valério + Yeroglu no sistema de segunda ordem com atraso puro de tempo.	36
Figura 13 – Resposta ao degrau dos controladores de Yeroglu e Ziegler-Nichol no sistema de terceira ordem instável.	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Parâmetros do controlador PID pelo método do Ganho Crítico de Ziegler-Nichols	19
Tabela 2	– Parâmetros do controlador PID pelo método da Reação da Curva de Ziegler-Nichols.	20
Tabela 3	– Polinômio para definição dos ganhos do PID Fracionário: Caso 1.	25
Tabela 4	– Polinômio para definição dos ganhos do PID Fracionário: Caso 2.	26
Tabela 5	– Polinômio para definição dos ganhos do PID Fracionário: Caso 3.	26
Tabela 6	– Parâmetros dos controladores PID, em que T_r representa o tempo de subida em segundos (s), M_p representa o valor de pico, T_s representa o tempo de acomodação em segundos (s), P_m representa a margem de fase em graus ($^\circ$), G_m representa a margem de ganho em que $G_m dB = 20 \log_{10}(G_m)$ e E_{ss} representa o erro em estado estacionário.	34
Tabela 7	– Parâmetros dos controladores PID, em que T_r representa o tempo de subida em segundos (s), M_p representa o valor de pico, T_s representa o tempo de acomodação em segundos (s), P_m representa a margem de fase em graus ($^\circ$), G_m representa a margem de ganho em que $G_m dB = 20 \log_{10}(G_m)$ e E_{ss} representa o erro em estado estacionário.	37
Tabela 8	– Parâmetros dos controladores PID, em que T_r representa o tempo de subida em segundos (s), M_p representa o valor de pico, T_s representa o tempo de acomodação em segundos (s), P_m representa a margem de fase em graus ($^\circ$), G_m representa a margem de ganho em que $G_m dB = 20 \log_{10}(G_m)$ e E_{ss} representa o erro em estado estacionário.	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativa	14
1.2	Objetivos	14
1.3	Organização do Texto	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	História e Evolução dos Controladores PID	16
2.2	Aplicações dos Controladores PID	16
2.3	Simplificação de Funções de Transferência de Alta Ordem	17
2.4	Princípios Básicos dos Controladores PID	18
2.5	Métodos de Sintonia PID Convencional	19
2.5.1	<i>Ziegler-Nichols Ganho Crítico</i>	19
2.5.2	<i>Ziegler-Nichols Reação da Curva</i>	19
2.6	Limitações PID Convencional	20
2.6.1	<i>Processo Integrativo</i>	20
2.6.2	<i>Modelo de Alta Ordem</i>	21
2.7	Estabilidade de Sistemas Fracionários Lineares Invariantes no Tempo	22
2.8	PID Fracionário	23
2.9	Métodos de Sintonia PID Fracionário	24
2.9.1	<i>Sintonia por Minimização</i>	24
2.9.2	<i>Sintonia por Regras</i>	25
2.9.3	<i>Método de Yeroglu e Tan</i>	26
3	METODOLOGIA	28
3.1	Sintonia de Controlador	28
3.2	Critério de Desempenho dos Controladores	31
4	RESULTADOS	33
4.1	Sistema Primeira Ordem com Atraso Puro de Tempo	33
4.2	Sistema Segunda Ordem Subamortecido com Atraso de Tempo	35
4.3	Sistema de Terceira Ordem Instável	36
5	CONCLUSÃO	40

REFERÊNCIAS 41

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os controladores proporcionais integrativos derivativos (PID) têm desempenhado um papel fundamental no controle de uma ampla gama de sistemas, desde os mais simples até os mais complexos, como neutralização de pH de tanques industriais, processos de tratamento térmico em fornos industriais, manipulação de braços robóticos, regulação da pressão do sangue arterial, controle de conversores de tensão, entre outros. A versatilidade e a eficácia dos controladores PID têm contribuído significativamente para a automação e otimização de processos industriais, tornando-os essenciais em diversas áreas da engenharia (BORASE *et al.*, 2021).

Embora os controladores PID tenham sido amplamente adotados, sua eficácia não está isenta de limitações. Os PID clássicos podem enfrentar dificuldades ao lidar com sistemas não lineares, complexos ou sujeitos a perturbações significativas. As técnicas tradicionais de sintonia dos parâmetros PID podem não ser adequadas para garantir um desempenho ótimo em todas as situações, levando a uma necessidade crescente de métodos de controle mais sofisticados (HUBA; BISTÁK, 2022).

1.1 Justificativa

Neste contexto, emerge o conceito de controladores PID fracionários, uma extensão dos controladores PID convencionais que incorpora elementos fracionários na sua formulação. Estudos recentes, como no de Meneses *et al.* (2018) têm demonstrado que o uso de PID fracionários pode oferecer melhorias significativas em termos de precisão e controle em uma variedade de processos.

Este trabalho pretende explorar o potencial dos controladores PID fracionários na melhoria do controle de processos industriais. Para tanto, será realizada uma revisão da literatura sobre controladores PID convencionais e fracionários, destacando suas características, aplicações e desafios associados. Em seguida, serão apresentados estudos de caso e simulações para avaliar o desempenho de controladores PID fracionários em comparação com seus equivalentes clássicos. Por fim, serão discutidas as implicações práticas e as perspectivas futuras para a implementação de PID fracionários em sistemas industriais.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é investigar se o uso de controladores PID fracionários pode resultar em melhorias significativas no controle de processos simulados, em termos de precisão, estabilidade e eficiência. As questões de pesquisa que serão abordadas incluem: como os controladores PID fracionários se comparam aos PID convencionais em termos de desempenho de controle? Em quais circunstâncias os controladores PID fracionários são mais adequados? Quais

são os principais desafios e limitações na implementação de controladores PID fracionários em sistemas industriais?

Este trabalho tem como propósito explorar e analisar a aplicação de controladores PID fracionários em processos simulados, visando identificar suas vantagens e limitações em comparação com os controladores PID convencionais. A pesquisa pretende examinar não apenas os ganhos potenciais em termos de desempenho, mas também as circunstâncias em que essa abordagem é mais adequada e os desafios associados à sua implementação. Os principais objetivos do estudo são:

- Comparar o desempenho dos controladores PID fracionários com os PID convencionais.
- Investigar se o uso de controladores PID fracionários resulta em melhorias significativas no controle de processos simulados.
- Identificar as circunstâncias em que os controladores PID fracionários são mais adequados.

1.3 Organização do Texto

O trabalho está dividido em cinco capítulos da seguinte forma: o primeiro capítulo é a Introdução, que apresenta o contexto e a motivação do estudo, os objetivos gerais e específicos, a justificativa e a estrutura do trabalho. O segundo capítulo é a Revisão Bibliográfica, onde são abordados os principais conceitos e teorias relacionados aos controladores PID convencionais e PID fracionários, bem como metodologias de sintonia. O terceiro capítulo trata da Metodologia, descrevendo os procedimentos utilizados para o desenvolvimento e a sintonia dos controladores, além dos métodos empregados para validação e avaliação dos resultados. O quarto capítulo, Resultados, apresenta e discute os resultados obtidos, comparando o desempenho dos controladores nos três tipos de sistemas analisados, com a análise de parâmetros como tempo de subida, *overshoot*, tempo de assentamento, margem de fase, margem de ganho e erro em estado estacionário. Por fim, o quinto capítulo apresenta a Conclusão, destacando as principais contribuições e limitações do estudo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 História e Evolução dos Controladores PID

Os controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo) têm suas raízes na busca por métodos de controle automáticos e eficazes para processos industriais. Sua história remonta ao início do século XX, quando engenheiros e cientistas começaram a explorar maneiras de melhorar a precisão e a eficiência dos sistemas de controle. No entanto, os primeiros sistemas de controle automático eram simples e limitados, muitas vezes baseados em princípios mecânicos e hidráulicos.

O marco inicial na evolução dos controladores PID ocorreu na década de 1920, com o trabalho pioneiro do engenheiro Nicolas Minorsky. Em 1922, Minorsky introduziu o conceito de controle automático proporcional, que serviu como precursor do componente proporcional dos controladores PID modernos. Sua pesquisa foi fundamental para a compreensão de como a realimentação pode ser usada para estabilizar sistemas dinâmicos (BENNETT, 1984).

Durante as décadas de 1930 e 1940, avanços significativos foram feitos na teoria de controle, com contribuições notáveis de engenheiros como Harold Stephen Black, que desenvolveu técnicas de controle de realimentação para sistemas elétricos. Esses avanços estabeleceram as bases para o desenvolvimento de controladores PID mais sofisticados (AGUIRRE, 2020).

Na década de 1940, o surgimento da eletrônica e dos computadores impulsionou ainda mais a evolução dos controladores PID. Com a capacidade de realizar cálculos complexos em tempo real, os computadores abriram novas possibilidades para o controle automático de sistemas dinâmicos. O trabalho de engenheiros como John Ragazzini introduziu técnicas de controle digital que revolucionaram a indústria (LUNDBERG, 2005).

Ao longo das décadas seguintes, os controladores PID continuaram a evoluir, com avanços significativos em técnicas de sintonia automática, controle adaptativo e integração com sistemas de computação em tempo real. Hoje, os controladores PID são amplamente utilizados em uma variedade de aplicações industriais e de engenharia, e seu legado de inovação continua a inspirar novas pesquisas e desenvolvimentos na área de controle automático (BORASE *et al.*, 2021).

2.2 Aplicações dos Controladores PID

Os processos industriais são caracterizados por sua diversidade, o que permite a aplicação de controladores PID em diversas áreas da indústria para gerenciar diferentes processos. Um exemplo é a aplicação do controlador PID em reatores biológicos, onde é utilizado para controlar o pH e a temperatura durante a produção de fármacos. Esses medicamentos contêm proteínas que apresentam grande complexidade e são difíceis de sintetizar por processos químicos convencionais. No entanto, isso não significa que os controladores PID não sejam usados em processos químicos. Na produção de petroquímicos, polímeros e químicos em grande escala, os controladores PID

também desempenham um papel crucial no controle da temperatura de reatores químicos. Ainda na indústria farmacêutica, o PID é igualmente crucial em cristalizadores, onde ajuda a manter uma curva de temperatura ideal, evitando a formação de pequenos cristais nos fármacos e garantindo a qualidade do produto final (MCMILLAN, 2012).

No estudo de Tian, Tade e Tang (1999) sobre o uso de controladores PID não lineares, o PID é utilizado para o controle do movimento de um braço robótico e também para o processo de moldagem por injeção termoplástica. Esse processo é um indispensável na indústria de processamento de polímeros, pois é responsável pela produção de uma ampla gama de plásticos de forma econômica e eficiente para aplicações industriais, agrícolas, eletrônicas e domésticas.

Outra aplicação que encontra-se na literatura sobre o uso de controladores PID é sua utilização para o controle de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs). Os VANTs têm ganhado amplo reconhecimento por suas diversas aplicações, que vão desde a vigilância até serviços de entrega. Entre os vários algoritmos de controle utilizados para estabilizar e navegar esses VANTs, o PID se destaca como uma solução clássica, porém robusta de seus motores para garantir a sua estabilidade no ar (OERSTED; MA, 2023).

Em resumo, os controladores PID são uma ferramenta versátil e amplamente utilizada em uma variedade de aplicações industriais e de engenharia, onde desempenham um papel fundamental na garantia da estabilidade, precisão e eficiência dos processos controlados. A compreensão de suas características e princípios de operação é essencial para o desenvolvimento e implementação bem-sucedida de sistemas de controle em uma variedade de contextos.

2.3 Simplificação de Funções de Transferência de Alta Ordem

A função de transferência é um modelo matemático que captura o comportamento dinâmico de um sistema. Idealmente, este modelo deve ser simples, facilitando a compreensão e o desenvolvimento de estratégias de controle. Ao mesmo tempo, é importante que o modelo seja preciso, assegurando que suas previsões se alinhem estreitamente com as respostas reais do sistema. Entretanto, há situações em que o modelo de um sistema pode ser complexo, caracterizado por uma multiplicidade de polos. Essa complexidade pode representar um desafio para a análise e compreensão do comportamento do sistema. Nesses casos, é viável simplificar o modelo, condensando-o a uma forma de ordem inferior que mantém os aspectos mais críticos do comportamento do sistema.

Um sistema com múltiplos polos, estável e sem zeros pode ser aproximado por um sistema de primeira ordem considerando o polo dominante. Nesse caso, o polo dominante será aquele que está mais próximo do eixo imaginário (eixo $j\omega$) no plano s . Além disso, o ganho estático do sistema, que corresponde ao valor de estabilização quando $s = 0$, também é utilizado na simplificação. A equação do sistema aproximado é representado da seguinte forma:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}, \quad (2.1)$$

em que K é o ganho estático e τ é o inverso do valor absoluto do polo dominante, conforme a seguinte equação:

$$\tau = \frac{1}{|s_1|}, \quad (2.2)$$

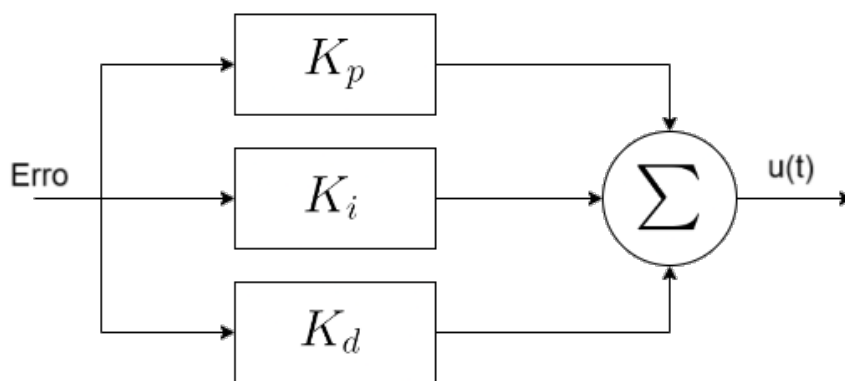
em que s_1 é o polo dominante (NDSU, 2020).

2.4 Princípios Básicos dos Controladores PID

O controlador PID é composto por três modos distintos: proporcional, integral e derivativo, que são combinados para produzir um sinal de controle que pode regular efetivamente sistemas dinâmicos:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (2.3)$$

Figura 1 – Diagrama de um Controlador PID Convencional.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

O ação proporcional (K_p) produz um sinal de controle que é diretamente proporcional ao erro atual do sistema, ou seja, a diferença entre o valor desejado e o valor atual. Isso permite uma resposta rápida a mudanças no sistema, mas pode resultar em um erro constante conhecido como erro de estado estacionário. O ação integral (K_i) busca eliminar o erro de estado estacionário acumulando o erro ao longo do tempo e gerando um sinal de controle proporcional à soma acumulada. Isso permite que o controlador corrija erros persistentes que o ação proporcional não consegue eliminar. O ação derivativa (K_d) gera um sinal de controle proporcional à taxa de variação do erro. Isso tem o efeito de “amortecer” a resposta do controlador, prevenindo a oscilação e a instabilidade (OGATA, 2010).

A combinação dessas três ações em um controlador PID permite um controle preciso e estável de uma ampla gama de sistemas dinâmicos. No entanto, a sintonia adequada dos parâmetros do controlador PID é crucial para o desempenho do sistema e pode ser um processo complexo e desafiador. A sintonia envolve o ajuste dos pesos dados as ações P, I e D para obter a

resposta desejada do sistema. A sintonia inadequada pode resultar em desempenho subótimo ou até mesmo instabilidade do sistema. Portanto, muitas técnicas e métodos foram desenvolvidos ao longo dos anos e serão abordadas na seção seguinte (BORASE *et al.*, 2021).

2.5 Métodos de Sintonia PID Convencional

A escolha dos parâmetros P, I e D depende do processo, sendo assim, o conhecimento da dinâmica da planta pode ser crucial para essa seleção. Obter o modelo matemático da planta é bastante complicado, então é necessário encontrar experimentalmente as configurações adequadas do controlador, o que é conhecido como sintonia.

2.5.1 Ziegler-Nichols Ganho Crítico

Esse método leva em consideração o ponto da função de transferência em que a curva de Nyquist intercepta o eixo real negativo. Por razões históricas, esse ponto é caracterizado pelos parâmetros K_u e T_u , que são chamados de amplitude crítica e período crítico (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

Inicialmente, a ação de controle é configurada como proporcional, onde o ganho K_p é ajustado para K_u (um valor grande possível de K_p) no qual são permitidas oscilações fechadas ao redor do ponto de ajuste. Ao se encontrar as oscilações por meio do ganho crítico K_u , o período de tempo das oscilações T_u é então determinado.

Os valores de K_p , T_i , T_d são derivados desse período de tempo, conforme mostrado na Tabela 1 (TANNURI, 2016).

Tabela 1 – Parâmetros do controlador PID pelo método do Ganho Crítico de Ziegler-Nichols

Controlador	K	T_i	T_d
P	$0,5K_u$	-	-
PI	$0,4K_u$	$0,8T_u$	-
PID	$0,6K_u$	$0,5T_u$	$0,125T_u$

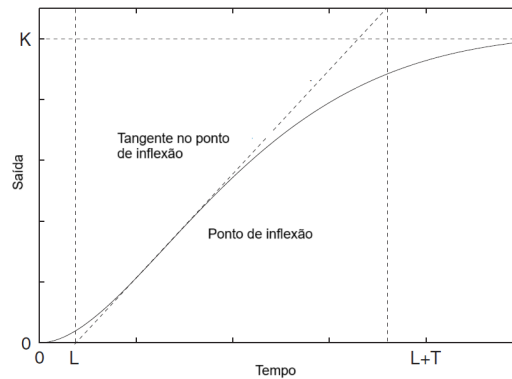
Fonte: (TANNURI, 2016).

2.5.2 Ziegler-Nichols Reação da Curva

Nesse outro método de Ziegler-Nichols, o ajuste do controlador PID depende que a planta tem uma resposta ao degrau unitário em forma de S, como a da Figura 2, onde L é um atraso aparente e T pode ser interpretado como uma constante de tempo, tal como a resultante de um polo. O método não pode ser aplicado se a resposta ao degrau unitário tiver uma forma diferente. A planta mais simples com essa resposta é (VALÉRIO; COSTA, 2006):

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-Ls}. \quad (2.4)$$

Figura 2 – Resposta ao Degrau Unitário em Forma de S.



Fonte: (VALÉRIO; COSTA, 2006).

A partir dos valores de L e T é possível determinar os ganhos do controlador PID pela Tabela 2:

Tabela 2 – Parâmetros do controlador PID pelo método da Reação da Curva de Ziegler-Nichols.

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	T/L	∞	0
PI	$0,9T/L$	$L/0,3$	0
PID	$1,2T/L$	$2L$	$0,5L$

Fonte: (TANNURI, 2016).

2.6 Limitações PID Convencional

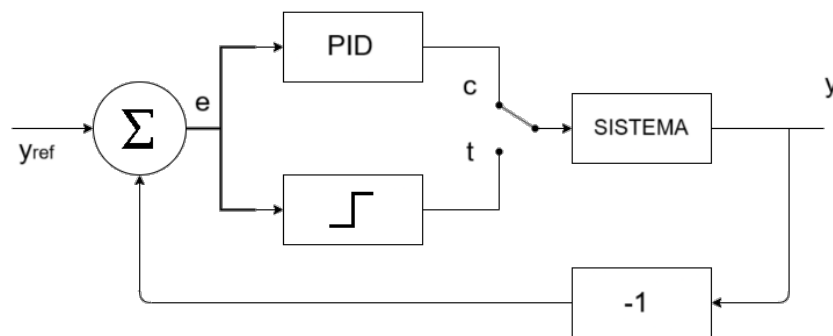
É de conhecimento que o controlador PID não consegue lidar de forma eficiente com processos que possuem grandes atrasos de tempo. Para uma mudança de *set-point* ou perturbação do tipo rampa, o controlador apresenta um offset e seu desempenho é pobre para o rastreamento lento de *set-point* ou para a rejeição lenta de perturbações. Além disso, o controlador PID mostra um grande *overshoot* para uma mudança de ponto de ajuste em um processo integrativo. Por fim, regras de ajuste simples para um processo integrativo e de alta ordem são raras. (SUNG; LEE, 1996)

2.6.1 Processo Integrativo

Até o momento, métodos simples de identificação para obter a função de transferência do processo integrativo e as suas regras de ajuste correspondentes são raros. Além disso, para

processos que sofrem uma mudança de *set-point* em degrau, é difícil controlar eficientemente o processo integrativo usando apenas o controlador PID devido ao integrador do processo. Métodos de identificação por realimentação de relé podem ser empregados para identificar os dados fundamentais do processo integrativo. O método baseia-se na observação de que um sistema com um atraso de fase de pelo menos π em altas frequências pode oscilar com um período t_c com um relé de controle. Para determinar o ganho crítico e o período crítico, conecta-se o sistema realimentado com o relé como é mostrado na Figura 3.

Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema realimentado com um relé.



Fonte: (ÅSTRÖM; HäGGLUND, 1984).

O erro e é um sinal periódico com período t_c . Se d é a amplitude do relé, ele segue a série de Fourier em que o primeiro harmônico da saída do relé possui amplitude $4d/\pi$. Se a saída do sistema é a , o ganho crítico é aproximadamente dado por:

$$K_c = \frac{4d}{\pi a}. \quad (2.5)$$

Em seguida, um método modificado de Ziegler-Nichols pode ser utilizado para ajustar o controlador PID para o processo integrativo. Este método considera apenas um ponto do diagrama de Nyquist do processo para ajustar o controlador PID, o que pode resultar em um ajuste não muito efetivo. Para derivar a função de transferência do processo integrativo, pode-se usar a sintonia automática de L, Eşkinat e Luyben (1991). No entanto, o método requer vários testes de feedback de relé, tornando o trabalho de identificação tedioso e demandando um longo tempo de identificação (SUNG; LEE, 1996).

2.6.2 Modelo de Alta Ordem

Cada vez mais, os sistemas de controle atuais têm uma estrutura hierárquica, de modo que o controlador de nível superior deve ser projetado para controlar o processo de alta ordem de forma eficiente. Se o modelo fornecido for de alta ordem ou com atraso no tempo, são raras

as regras simples de ajuste capazes de controlar o sistema, exceto a regra de ajuste de Ziegler-Nichols. No entanto, o desempenho da regra de Ziegler-Nichols frequentemente deixa a desejar. Por exemplo, para um processo subamortecido, a regra de ajuste frequentemente apresenta um grande *overshoot* e respostas oscilatórias para alteração do *set-point*, porque considera apenas um ponto no gráfico de Nyquist. Frequentemente, mesmo que esse problema de projeto para o processo de alta ordem possa ser tratado facilmente, é descartado o modelo e obtém-se novamente um modelo de baixa ordem com atraso no tempo ou usa-se a regra de ajuste de Ziegler-Nichols.

Um modelo de alta ordem com atraso no tempo pode ser facilmente aproximado por um modelo de segunda ordem atrasado no tempo ou por um de primeira ordem atrasado no tempo. Além disso, como o número de parâmetros de ajuste do controlador PID é apenas três, não é eficiente utilizar o modelo de alta ordem para a modelagem do controlador, visto que suas vantagens em comparação a um controlador modelado utilizando um modelo de segunda ordem podem ser bem pequenas. O modelo de segunda ordem com atraso no tempo pode representar vários tipos de processo. No entanto, até agora, regras simples de ajuste para o modelo de segunda ordem com atraso no tempo são raras (SUNG; LEE, 1996).

2.7 Estabilidade de Sistemas Fracionários Lineares Invariantes no Tempo

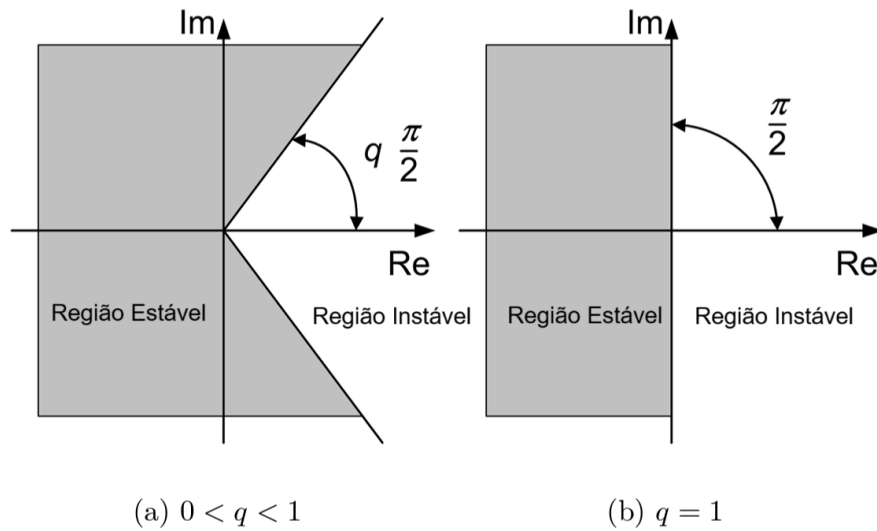
A estabilidade de sistemas lineares invariantes no tempo de ordem fracionária foi investigada por Petráš (2011). Para sistemas com ordem inteira, a condição de estabilidade segue o princípio que os polos devem estar situados à esquerda do eixo imaginário. No entanto, para sistemas fracionários, os polos são distribuídos ao longo de uma superfície de Riemann. Esta superfície permite que múltiplos valores sejam atribuídos às raízes, influenciando diretamente a estabilidade do sistema.

Considerando o pseudo-polinômio de ordem fracionária:

$$Q(s) = a_1s^{q_1} + a_2s^{q_2} + \dots + a_ns^{q_n}, \quad (2.6)$$

temos que a região estável de um sistema de ordem fracionária é maior quando $0 < q < 1$, conforme indicado na Figura 4.

Figura 4 – Regiões de Estabilidade do Sistema de Ordem Fracionária.



Fonte: (PETRÁŠ, 2011).

2.8 PID Fracionário

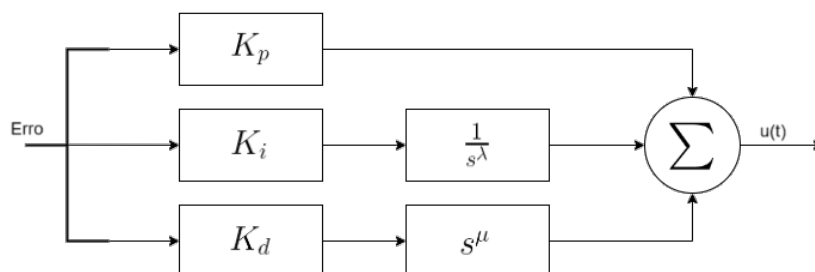
O nascimento do PID fracionário ocorreu no estudo de Podlubny (1994) sobre sistemas e controladores de ordem fracionária. No artigo foi utilizado um controlador de ordem fracionária para controlar um sistema de ordem fracionária e ele se mostrou adequado para a situação.

A equação genérica da função de transferência de um PID fracionário é dada por:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu, \lambda, \mu \geq 0, \quad (2.7)$$

em que, $C(s)$ é a saída do controlador, K_p o ganho proporcional, K_i o ganho integral, K_d o ganho derivativo, λ a ordem do integrador e μ a ordem do diferencial.

Figura 5 – Diagrama de um Controlador PID Fracionário.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em comparação com o PID convencional, o PID fracionário possui dois parâmetros a mais a serem especificados, λ e μ . Por um lado, isso torna mais complexa a sua sintonia, por

outro fornece ao controlador um melhor desempenho em algumas aplicações, como, sistemas de maior ordem, sistemas com um longo atraso puro de tempo e sistemas não lineares (SHAH; AGASHE, 2016).

2.9 Métodos de Sintonia PID Fracionário

A parte mais importante no projeto de um controlador é a sintonia dos ganhos. Para isso é necessário escolher um método adequado. De acordo com Valério e Costa (2006), os métodos de sintonia podem ser divididos em três categorias: baseados em regras, analíticos e numéricos.

2.9.1 Sintonia por Minimização

Na sintonia por minimização, os parâmetros do PID são obtidos pelo cumprimento das cinco condições (MONJE *et al.*, 2010):

1. A frequência de cruzamento (ω_{cg}) com o 0 dB deve ter um valor específico:

$$|C(j\omega_{cg})G(j\omega_{cg})| = 0dB. \quad (2.8)$$

2. A margem de fase ϕ_m deve obedecer a condição:

$$-\pi + \phi_m = \arg[C(j\omega_{cg})G(j\omega_{cg})]. \quad (2.9)$$

3. Para rejeitar ruídos de alta frequência, a função de transferência em malha fechada deve possuir baixas magnitudes em altas frequências. Para isso, é necessário que a partir de uma específica frequência ω_h a magnitude seja menor que um ganho específico:

$$\left| \frac{C(j\omega_h)G(j\omega_h)}{1 + C(j\omega_h)G(j\omega_h)} \right| < H. \quad (2.10)$$

4. Para rejeitar distúrbios na saída, a função precisa ter pequenas magnitudes em baixas frequências. Para isso, é necessário que abaixo de uma específica frequência ω_1 a magnitude seja menor que um ganho específico:

$$\left| \frac{1}{1 + C(j\omega_1)G(j\omega_1)} \right| < N. \quad (2.11)$$

5. Para que o controlador seja robusto em relação as variações do ganho da planta, a fase do sistema em malha aberta deve ser constante ao redor do ganho que cruza o 0 dB:

$$\left. \frac{d}{d\omega} \arg[C(j\omega)G(j\omega)] \right|_{\omega=\omega_{cg}} < 0. \quad (2.12)$$

Além desse método demonstrado acima, é possível encontrar outras formas de se obter os parâmetros do PID fracionário na literatura.

2.9.2 Sintonia por Regras

A sintonia por regras utiliza a sintonia por minimização apresentada na Seção 2.9.1 em plantas com a estrutura apresentada em (2.4) para vários valores de L e T com $K = 1$. Os parâmetros dos controladores PID fracionários assim obtidos variam de maneira regular com L e T . Utilizando o método dos mínimos quadrados, é possível traduzir essa regularidade em fórmulas polinomiais para encontrar valores aceitáveis dos parâmetros a partir dos valores de L e T (VALÉRIO; COSTA, 2006).

Se as condições (2.13) e (2.14) são atendidas:

$$0,1 \leq T \leq 5, \quad (2.13)$$

$$L \leq 2, \quad (2.14)$$

deve-se utilizar o polinômio da Tabela 3:

Se as condições (2.15) e (2.16) são atendidas:

$$5 \leq T \leq 50, \quad (2.15)$$

$$L \leq 2, \quad (2.16)$$

deve-se utilizar o polinômio da Tabela 4:

Por fim, se as condições (2.17) e (2.18) são atendidas:

$$0,1 \leq T \leq 50, \quad (2.17)$$

$$L \leq 0,5, \quad (2.18)$$

deve-se utilizar o polinômio da Tabela 5:

Tabela 3 – Polinômio para definição dos ganhos do PID Fracionário: Caso 1.

	P	I	λ	D	μ
1	-0,0048	0,3254	1,5766	0,0662	0,8736
L	0,2664	0,2478	-0,2098	-0,2528	0,2746
T	0,4982	0,1429	-0,1313	0,1081	0,1489
L^2	0,0232	-0,1330	0,0713	0,0702	-0,1557
T^2	-0,0720	0,0258	0,0016	0,0328	-0,0250
LT	-0,0348	-0,0171	0,0114	0,2202	-0,0323

Fonte: (VALÉRIO; COSTA, 2006).

Tabela 4 – Polinômio para definição dos ganhos do PID Fracionário: Caso 2.

	P	I	λ	D	μ
1	2,1187	-0,5201	1,0645	1,1421	1,2902
L	-3,5207	2,6643	-0,3268	-1,3707	-0,5371
T	-0,1563	0,3453	-0,0229	0,0357	-0,0381
L^2	1,5827	-1,0944	0,2018	0,5552	0,2208
T^2	0,0025	0,0002	0,0003	-0,0002	0,0007
LT	0,1824	-0,1054	0,0028	0,2630	-0,0014

Fonte: (VALÉRIO; COSTA, 2006).

Tabela 5 – Polinômio para definição dos ganhos do PID Fracionário: Caso 3.

	P	I	λ	D	μ
1	-1,0574	0,6014	1,1851	0,8793	0,2778
L	24,5420	0,4025	-0,3464	-15,0846	-2,1522
T	0,3544	0,7921	-0,0492	-0,0771	0,0675
L^2	-46,7325	-0,4508	1,7317	28,0388	2,4387
T^2	-0,0021	0,0018	0,0006	-0,0000	-0,0013
LT	-0,3106	-1,2050	0,0380	1,6711	0,0021

Fonte: (VALÉRIO; COSTA, 2006).

Para encontrar o valor de P , assumindo que o sistema atende às condições necessárias para utilizar a Tabela 5, é preciso multiplicar cada coeficiente abaixo de P pelos valores correspondentes da primeira coluna. Esse cálculo é feito de acordo com a equação (2.19), que expressa o valor de P como uma soma ponderada dos produtos entre os coeficientes e os valores da coluna. O mesmo vale para I , λ , D e μ que podem ser calculados pelas equações (2.20), (2.21), (2.22) e (2.23) respectivamente.

$$P = -1,0574 + 24,5420L + 0,3544T - 46,7625L^2 - 0,0021T^2 - 0,3106LT \quad (2.19)$$

$$I = 0,6014 + 0,4025L + 0,7921T - 0,4508L^2 + 0,0018T^2 - 1,2050LT \quad (2.20)$$

$$\lambda = 1,1851 - 0,3464L - 0,0492T + 1,7317L^2 + 0,0006T^2 + 0,0380LT \quad (2.21)$$

$$D = 0,8793 - 15,0846L - 0,0771T + 28,0388L^2 + 1,6711LT \quad (2.22)$$

$$\mu = 0,2778 - 2,1522L + 0,0675T + 2,4387L^2 - 0,0013T^2 + 0,0021LT \quad (2.23)$$

2.9.3 Método de Yeroglu e Tan

A partir das regras de Sintonia de Ziegler-Nichols é possível obter os valores de K_p e K_i . O valor inicial de K_d pode ser obtido utilizando o método de Åström e Hägglund (1995). Para se

obter uma margem de fase específica, é utilizado duas equações não lineares para que forneçam a frequência crítica ω_c e o ganho crítico K_c . Os valores de λ e μ são obtidos pelas equações não lineares utilizando o comando 'fsolve' do MATLAB (YEROGLU; TAN, 2011).

Nesse método, ϕ_m é a margem de fase necessária e ω_{cp} a frequência do ponto crítico da curva de Nyquist de $G(s)$ em que:

$$\arg(G(j\omega_{cp})) = -180^\circ. \quad (2.25)$$

A margem de ganho é definida como:

$$g_m = \frac{1}{|C(j\omega_{cp})|} = K_c. \quad (2.26)$$

Então, com o intuito de fazer a margem de fase do sistema ser igual a ϕ_m e $|C(j\omega_{cp})G(j\omega_{cp})| = 1$, a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$C(j\omega_{cp}) = \frac{1}{|C(j\omega_{cp})|} e^{j\phi_m} = K_c \cos \phi_m + jK_c \sin \phi_m \quad (2.27)$$

Juntando a equação (2.7) e a (2.27), chega-se em:

$$C(j\omega_{cp}) = K_p + K_i \omega_{cp}^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) + K_d \omega_{cp}^\mu \cos\left(\frac{\pi}{2}\mu\right) + j[-K_i \omega_{cp}^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) + K_d \omega_{cp}^\mu \sin\left(\frac{\pi}{2}\mu\right)] \quad (2.28)$$

Considerando as funções (2.27) e (2.28), obtém-se as seguintes equações para encontrar λ e μ :

$$f_1(\lambda, \mu) = K_p + K_i \omega_{cp}^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) + K_d \omega_{cp}^\mu \cos\left(\frac{\pi}{2}\mu\right) - K_c(\cos \phi_m) = 0, \quad (2.29)$$

$$f_2(\lambda, \mu) = -K_i \omega_{cp}^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) + K_d \omega_{cp}^\mu \sin\left(\frac{\pi}{2}\mu\right) - K_c(\sin \phi_m) = 0. \quad (2.30)$$

Yeroglu e Tan (2011) sintonizaram controladores clássicos e fracionários e realizaram simulações para compará-los. As simulações mostraram que os controladores PID fracionários possuem uma resposta melhor do que os controladores clássicos.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, serão apresentados os métodos utilizados para a sintonia dos controladores, os tipos de sistemas a serem controlados e os critérios de desempenho avaliados. O objetivo é comparar a performance dos controladores PID fracionários com os PID convencionais, a fim de identificar as circunstâncias em que os controladores fracionários se mostram mais adequados.

3.1 Sintonia de Controlador

Quatro controladores foram sintonizados para três sistemas diferentes, um PID clássico e três PID fracionários, e cada um utilizando um método de sintonia distinto: Ziegler-Nichols (Seção 2.5.2), Yeroglu e Tan (Seção 2.9.3), Valério (Seção 2.9.2) e uma nova proposta de combinar os métodos de Yeroglu e Tan (Seção 2.9.3) com Valério (Seção 2.9.2). Além disso, foi utilizado a *toolbox* FOMCOM do Matlab para auxiliar na sintonia dos controladores e simulação da resposta dos sistemas.

O método de Ziegler-Nichols foi escolhido por sua fácil implementação e apresentar um bom ponto de partida para a sintonia dos ganhos de um PID convencional (PATEL, 2020).

Para os controladores fracionários, o método de Yeroglu e Tam foi selecionado pela sua robustez, derivada das equações não lineares utilizadas para determinar os ganhos do controlador. O método de Valério foi escolhido por sua simplicidade e objetividade, a sintonia dos ganhos é feita por meio de um polinômio que é escolhido por regras que o sistema deve atender. Por fim, um novo método foi proposto com o intuito de aprimorar o método de Valério, buscando melhorias no desempenho e ajuste dos ganhos.

Os ganhos K_p e K_i do primeiro controlador foram sintonizados utilizando o método de Ziegler-Nichols (Seção 2.5.2) e o ganho K_d foi otimizado de maneira a se obter o menor tempo de resposta. O segundo controlador foi ajustado utilizando o método de Yeroglu e Tan (Seção 2.9.3), esse método utiliza as técnicas de Ziegler-Nichols, Åström-Hägglund e as equações não lineares (2.29) e (2.30) para se obter os valores ótimos de λ e μ . O terceiro controlador foi sintonizado utilizando os métodos de Valério (Seção 2.9.2). Por fim, o quarto controlador foi projetado utilizando uma combinação dos métodos de Valério (Seção 2.9.2) e Yeroglu e Tan (Seção 2.9.3), em que os ganhos K_p , K_i e K_d foram sintonizados pelo método Valerio e os ganhos λ e μ pelo método de Yeroglu e Tan.

Cada um dos quatro controladores foi projetado para um tipo específico de sistema: um sistema de primeira ordem com atraso puro de tempo, um sistema de segunda ordem subamortecido com atraso de tempo e um sistema de terceira ordem instável em malha aberta. Essa abordagem foi escolhida para se ter uma avaliação abrangente do desempenho dos diferentes métodos de sintonia em uma variedade de cenários.

O sistema de primeira ordem empregado para síntese dos controladores foi baseado no

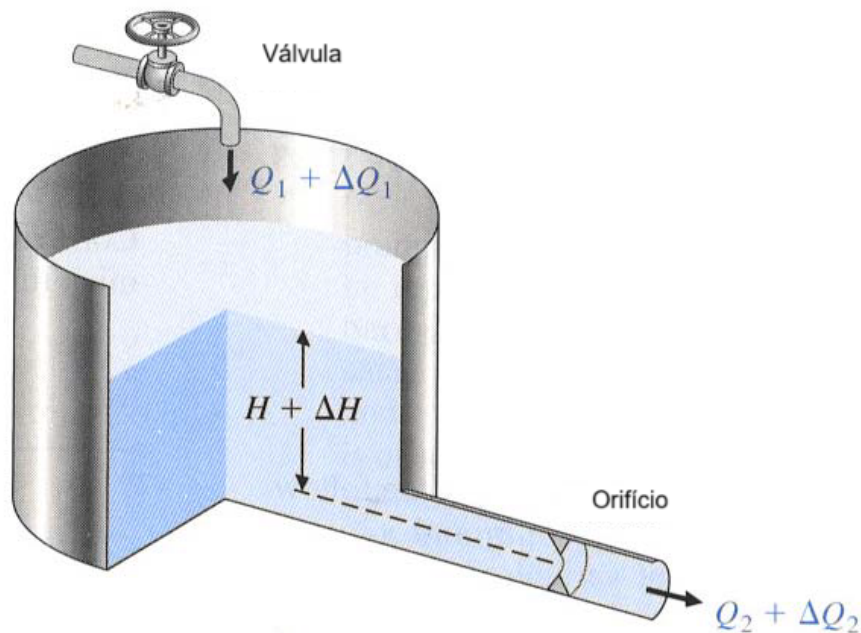
modelo de controle de nível de um tanque da Figura 6 (DORF; BISHOP, 2009):

$$G_1(s) = \frac{\Delta H(s)}{\Delta Q_1(s)} = \frac{R}{RCs + 1}, \quad (3.1)$$

em que R é a resistência de vazão do orifício e C a área da seção transversal do tanque. Foi considerado $R = 1$, $C = 10$ e um atraso de tempo de 0,1 segundo:

$$G_1(s) = \frac{1}{10s + 1} e^{-0,1s}. \quad (3.2)$$

Figura 6 – Sistema de Fluxo de Fluido em um Tanque.



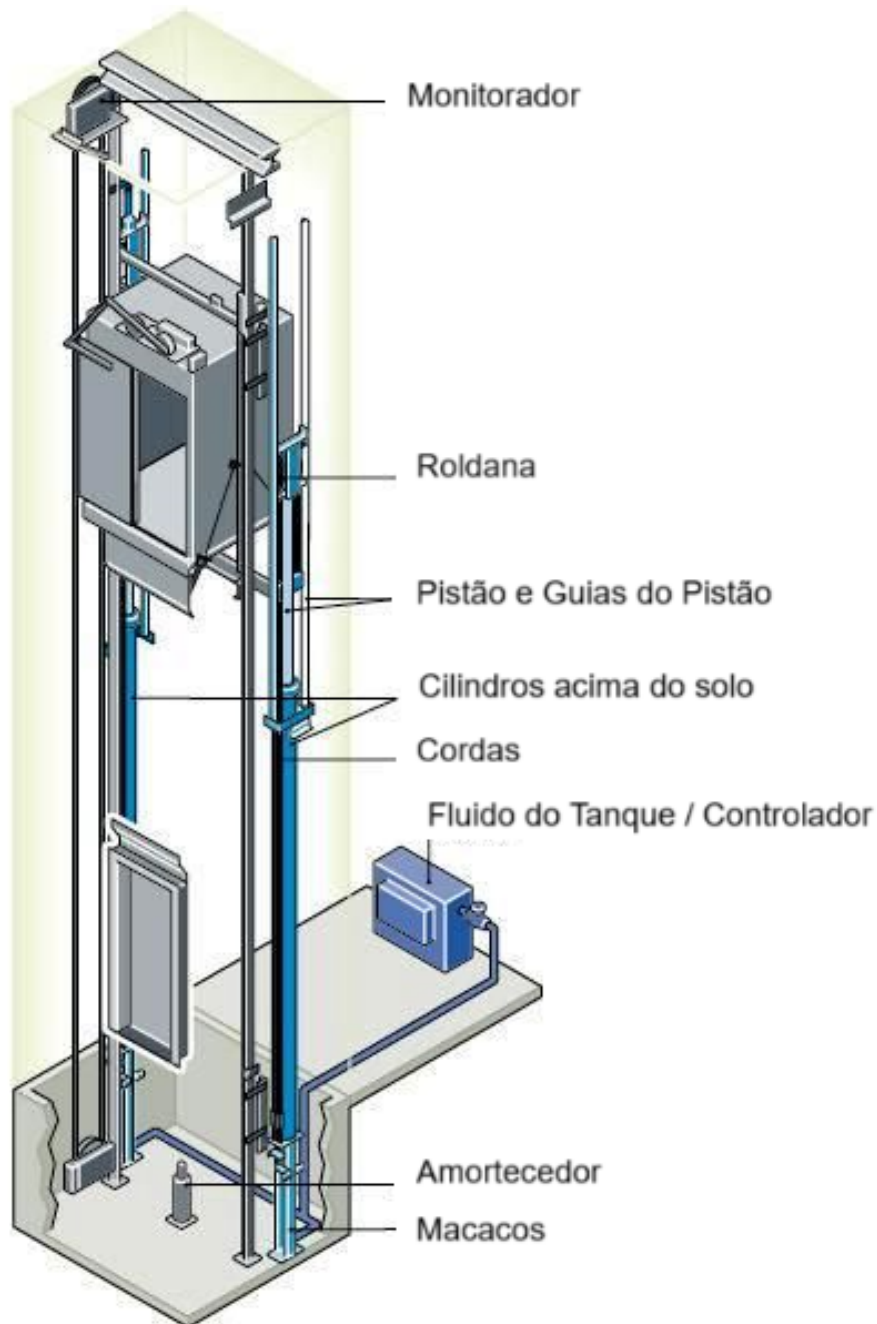
Fonte: (DORF; BISHOP, 2009).

Outros valores de atraso puro de tempo foram testados para avaliar o método de sintonia.

Já o sistema de segunda ordem subamortecido utilizado simula o comportamento do controle de um elevador ilustrado na Figura 7 (DORF; BISHOP, 2009):

$$G_2(s) = \frac{V(s)}{T(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 11} e^{-0,1s}. \quad (3.3)$$

Figura 7 – Sistema de Controle de Elevador.



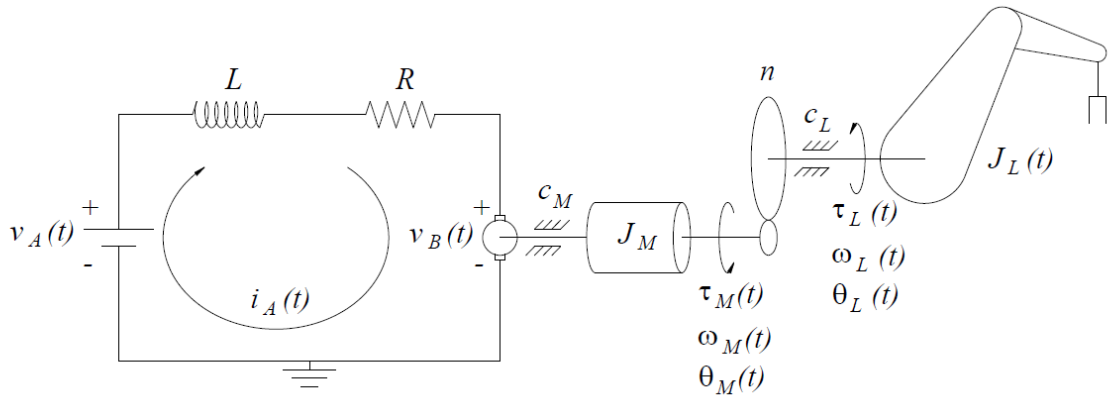
Fonte: (DORF; BISHOP, 2009).

A planta original do elevador não possui atraso puro de tempo, entretanto, para a síntese do controlador foram testados alguns valores de atrasos e escolhido o valor de 0,1 segundo para a sintonia.

Por fim, o sistema de terceira ordem refere-se ao controle da angulação na junta de um braço robótico, o qual é acionado por um servo motor, conforme Figura 8 (WILLIAMS; LAWRENCE, 2007):

$$G_3(s) = \frac{\Theta_L(s)}{V_A(s)} = \frac{5}{s^3 + 11s^2 + 1010s}. \quad (3.4)$$

Figura 8 – Diagrama do Servo Motor Conectado ao Braço Robótico.



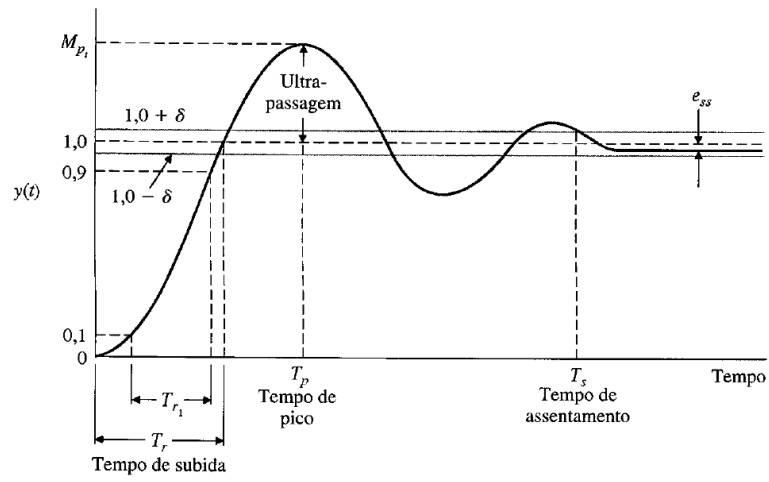
Fonte: (WILLIAMS; LAWRENCE, 2007).

3.2 Critério de Desempenho dos Controladores

Os controladores desenvolvidos foram submetidos a um processo de comparação e avaliação, utilizando simulações realizadas no ambiente MATLAB. Para uma análise abrangente, os seguintes critérios de desempenho foram considerados:

- **Tempo de Subida (T_r):** O tempo necessário para que a resposta do sistema atinja pela primeira vez o valor final após um estímulo ser aplicado com uma tolerância de -2% .
- **Overshoot (M_p):** A quantidade máxima que a resposta do sistema excede o valor final desejado.
- **Tempo de Acomodação (T_s):** O tempo necessário para que a resposta do sistema se estabilize dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ em torno do valor final.
- **Margem de Fase (ϕ_m):** A quantidade de aumento ou diminuição de fase que pode ser tolerada antes que o sistema se torne instável.
- **Margem de Ganho (G_m):** O fator pelo qual o ganho do sistema pode ser aumentado ou diminuído antes que o sistema atinja a instabilidade.
- **Erro em Estado Estacionário (E_{ss}):** A diferença entre a referência e o valor da saída de um sistema quando o tempo tende ao infinito.

Figura 9 – Critérios de Desempenho.



Fonte: (DORF; BISHOP, 2009).

4 RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados os controladores sintonizados e os resultados das respostas ao degrau desses controladores quando aplicados em malha fechada com três tipos de sistemas: primeira ordem com atraso puro de tempo, segunda ordem subamortecido com atraso de tempo e terceira ordem instável.

4.1 Sistema Primeira Ordem com Atraso Puro de Tempo

Durante o processo de sintonia dos controladores para o sistema de primeira ordem com atraso puro de tempo que representa o modelo de controle de nível de um tanque, foi explorado uma faixa de atrasos temporais, e foi constatado que para valores de atraso superiores a 0,482 segundos, o sistema permanece controlável apenas para o controlador clássico de Ziegler-Nichols, evidenciando uma limitação dos controladores fracionários que não se mostraram eficazes para altos valores de atraso de tempo.

A partir dessa limitação, foi utilizado o atraso de tempo de 0,1 segundo no sistema de primeira ordem (3.1) e sintonizado os quatro controladores: Yeroglu e Tan (Seção 2.9.3), Ziegler-Nichols (Seção 2.5.2), Valério (Seção 2.9.2) e Valério + Yeroglu.

$$C_{Y1}(s) = 94,25 + \frac{471,3}{s^{0,8131}} + 11,96s^{0,8650}, \quad (4.1)$$

$$C_{ZN1}(s) = 94,25 + \frac{471,3}{s} + 11,96s, \quad (4.2)$$

$$C_{VA1}(s) = 3,953 + \frac{7,533}{s^{0,7738}} + 0,5513s^{0,6341}, \quad (4.3)$$

$$C_{VAY1}(s) = 3,953 + \frac{7,533}{s^{0,8081}} + 0,5513s^{0,8657}. \quad (4.4)$$

No desenvolvimento do controlador Valério + Yeroglu, os ganhos K_p , K_i e K_d foram obtidos pelo polinômio de Valério da Tabela 5. Esses mesmos ganhos foram aplicados nas equações (2.29) e (2.30) para calcular os ganhos λ e μ . No entanto, o controlador sintonizado teve um erro de 20% em regime transiente. Para melhorar o desempenho do controlador, em vez de usar os ganhos K_p , K_i e K_d obtidos pelo método de Valério, foram utilizados os ganhos K_p , K_i e K_d determinados pelo método de Ziegler-Nichols para sintonia de λ e μ .

Na Figura 10 é possível observar a resposta ao degrau da malha fechada do sistema de primeira ordem com cada um dos quatro controladores e na Tabela 6 os critérios de desempenho.

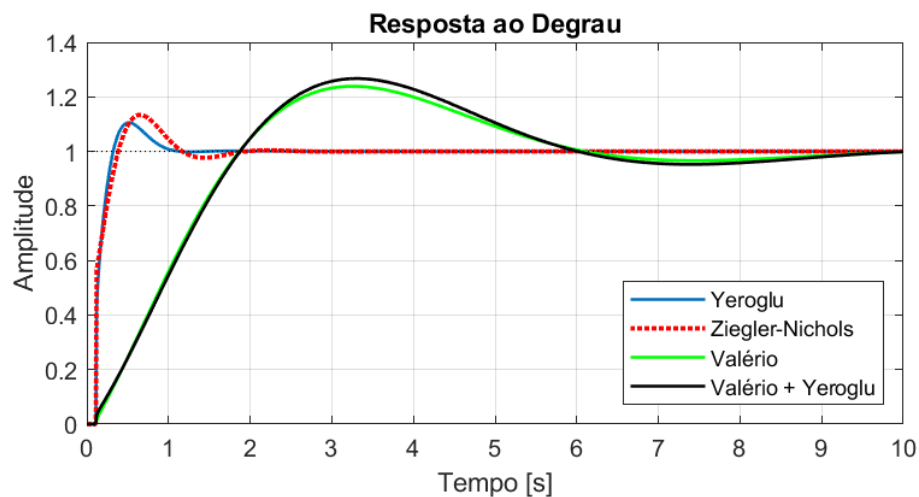
O controlador fracionário de Yeroglu obteve os melhores resultados de tempo de subida, *overshoot* e tempo de acomodação e atendeu os 30° de margem de fase que foram predefinidos

nas equações (2.29) e (2.30). Entretanto, esse controlador em série com o sistema apresentou uma margem de ganho muito limitada, o que pode levar a instabilidades no conjunto se a planta sofrer alterações em seu comportamento que afetem o ganho natural do sistema.

O controlador clássico de Ziegler-Nichols apresentou resultados muito próximos em termos de tempo de subida, *overshoot*, tempo de acomodação e margem de ganho quando comparado ao controlador fracionário de Yeroglu. Vale ressaltar que o controlador clássico foi o único a ter uma margem de fase infinita, o que reforça a validação inicial, na qual foram experimentados vários atrasos de tempo para o sistema, e ele foi o único que o conseguiu manter estável.

Os controladores de Valério e Valério + Yeroglu apresentaram resultados bastante similares entre si. Quando comparados aos dois controladores anteriores, eles não demonstram tanta robustez em termos de tempo de subida, *overshoot* e tempo de acomodação. No entanto, essa desvantagem é compensada por uma grande margem de fase e ganho.

Figura 10 – Resposta ao degrau dos controladores de Yeroglu, Ziegler-Nichols, Valério e Valério + Yeroglu no sistema de primeira ordem com atraso puro de tempo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Tabela 6 – Parâmetros dos controladores PID, em que T_r representa o tempo de subida em segundos (s), M_p representa o valor de pico, T_s representa o tempo de acomodação em segundos (s), P_m representa a margem de fase em graus ($^\circ$), G_m representa a margem de ganho em que $G_m dB = 20 \log_{10}(G_m)$ e E_{ss} representa o erro em estado estacionário.

Controlador	T_r (s)	M_p	T_s (s)	P_m ($^\circ$)	G_m	E_{ss}
Yeroglu	0,33	1,11	0,91	30,36	1,16	0
Ziegler-Nichols	0,39	1,13	1,57	∞	0,84	0
Valério	1,87	1,24	8,72	45,95	29,32	0
Valério + Yeroglu	1,88	1,27	9,02	43,01	24,64	0

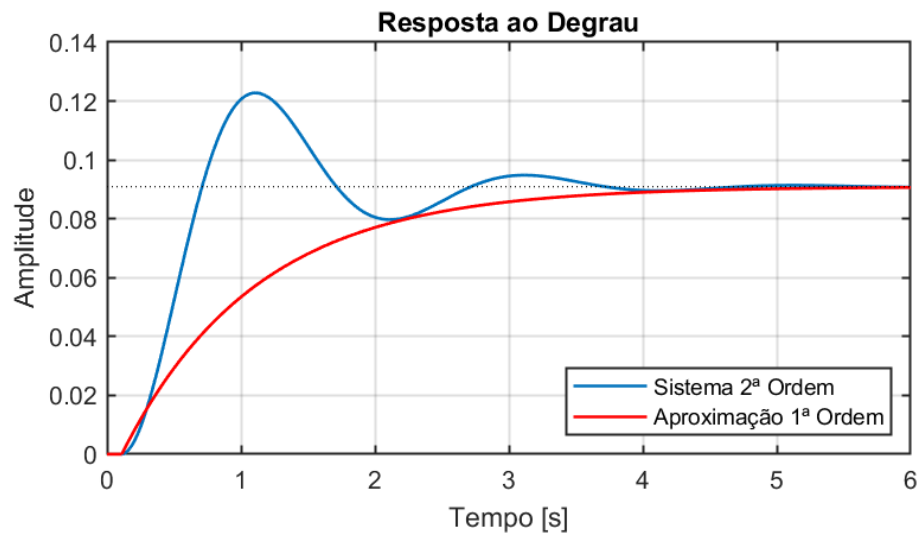
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

4.2 Sistema Segunda Ordem Subamortecido com Atraso de Tempo

Para a síntese dos controladores do sistema de segunda ordem subamortecido que simula o comportamento do controle de um elevador, foi considerado um atraso de tempo de 0,1 segundo na planta inicial, devido a limitação observada na sintonia anterior para altos valores de atraso. Além disso, foi necessário realizar uma aproximação do sistema original para um sistema de primeira ordem, uma vez que o método de Valério é aplicável apenas a sistemas de primeira ordem:

$$G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 11} e^{-0,1s} \approx \frac{0,09091}{s + 1} e^{-0,1s}. \quad (4.5)$$

Figura 11 – Resposta ao degrau do sistema 2ª ordem com atraso puro de tempo e sua forma aproximada para a 1ª ordem.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A partir da planta do sistema de segunda ordem foram sintonizados os controladores de Yeroglu e Ziegler Nichols. E com a aproximação do sistema para 1ª ordem foram sintonizados os controladores de Valério e Valério + Yeroglu:

$$C_{Y2}(s) = 12,61 + \frac{18,20}{s^{1,043}} + 4,234s^{0,7440}, \quad (4.6)$$

$$C_{ZN2}(s) = 12,61 + \frac{18,20}{s} + 4,234s, \quad (4.7)$$

$$C_{VA2}(s) = 1,251 + \frac{1,311}{s^{1,123}} - 0,2588s^{0,1534}, \quad (4.8)$$

$$C_{VAY2}(s) = 1,251 + \frac{1,311}{s^{1,046}} - 0,2588s^{0,7433}. \quad (4.9)$$

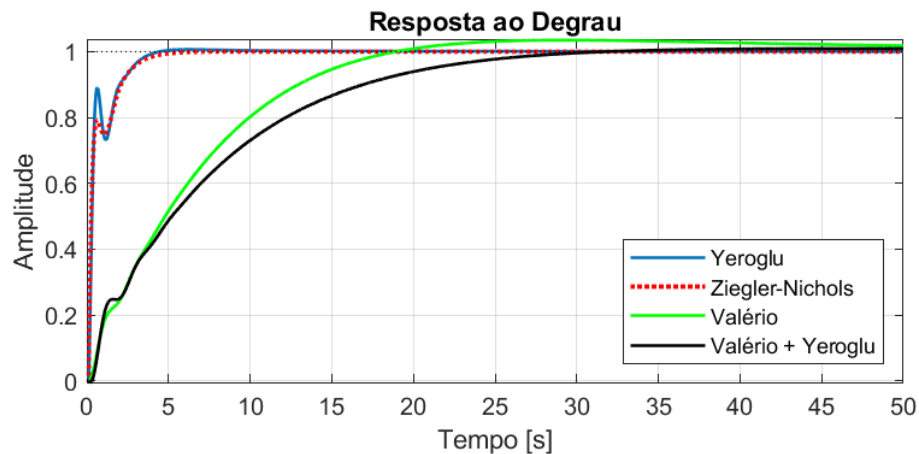
Na Figura 12 é possível observar a resposta ao degrau dos quatro controladores conectados em malha fechada com o sistema e na Tabela 7 os valores obtidos dos critérios de desempenho.

Foi observado novamente que o controlador de Yeroglu apresentou uma resposta mais rápida em comparação com os outros controladores, atendendo à margem de fase de 30° prevista no projeto. No entanto, ele demonstrou uma margem de ganho muito estreita, o que pode resultar em instabilidades caso ocorram alterações no comportamento da planta ou erro de modelagem.

O controlador de Ziegler-Nichols exibiu um comportamento semelhante ao do controlador de Yeroglu, mas com uma margem de fase maior e uma margem de ganho ligeiramente superior. No entanto, a margem de ganho ainda é bastante próxima da instabilidade.

Os controladores de Valério e Valério + Yeroglu apresentaram uma resposta mais lenta, mas isso foi compensado por uma ampla margem de fase e um pequeno aumento na margem de ganho.

Figura 12 – Resposta ao degrau dos controladores de Yeroglu, Ziegler-Nichols, Valério e Valério + Yeroglu no sistema de segunda ordem com atraso puro de tempo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

4.3 Sistema de Terceira Ordem Instável

A sintonia dos controladores de Yeroglu e Ziegler-Nichols utilizou como base a equação original do sistema de terceira ordem instável que simula o controle da angulação da junta de um braço robótico. No entanto, para os controladores de Valério e Valério + Yeroglu, foi necessário primeiramente fechar a malha do sistema devido à instabilidade:

Tabela 7 – Parâmetros dos controladores PID, em que T_r representa o tempo de subida em segundos (s), M_p representa o valor de pico, T_s representa o tempo de acomodação em segundos (s), P_m representa a margem de fase em graus ($^\circ$), G_m representa a margem de ganho em que $G_m dB = 20 \log_{10}(G_m)$ e E_{ss} representa o erro em estado estacionário.

Controlador	T_r (s)	M_p	T_s (s)	P_m ($^\circ$)	G_m	E_{ss}
Yeroglu	3,41	1,01	4,45	29,98	2,92	0
Ziegler-Nichols	3,75	1,00	14,52	54,09	3,43	0
Valério	17,13	1,03	41,52	82,02	13,31	0
Valério + Yeroglu	25,59	1,01	31,94	90,14	6,04	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

$$G_{mf3}(s) = \frac{5}{s^3 + 11s^2 + 1010s + 5}. \quad (4.10)$$

Após o fechamento da malha, foi realizada uma aproximação do sistema para um de primeira ordem:

$$\tilde{G}_3(s) = \frac{1}{202s + 1}. \quad (4.11)$$

A partir da planta do sistema de terceira ordem foram sintonizados os controladores de Yeroglu e Ziegler-Nichols. E com a aproximação do sistema para 1ª ordem foram sintonizados os controladores de Valério e Valério + Yeroglu:

$$C_{Y3}(s) = 1333,2 + \frac{120,67}{s^{1,0494}} + 13487s^{0,74600}, \quad (4.12)$$

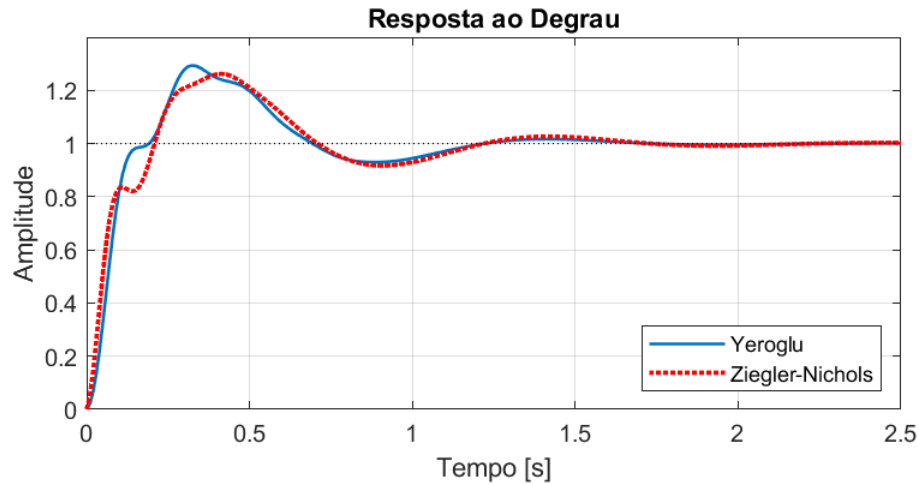
$$C_{ZN3}(s) = 1333,2 + \frac{120,67}{s} + 13487s, \quad (4.13)$$

$$C_{VA3}(s) = -15,157 + \frac{234,05}{s^{15,729}} - 14,695s^{-39,132}, \quad (4.14)$$

$$C_{VAY3}(s) = -15,157 + \frac{234,05}{s^{4,4316}} - 14,695s^{-0,94030}. \quad (4.15)$$

Os controladores foram conectados em série com a planta, a malha foi fechada e um sinal de degrau foi aplicado na entrada obtendo a resposta conforme Figura 13 e os critérios de desempenho conforme Tabela 8.

Figura 13 – Resposta ao degrau dos controladores de Yeroglu e Ziegler-Nichol no sistema de terceira ordem instável.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Tabela 8 – Parâmetros dos controladores PID, em que T_r representa o tempo de subida em segundos (s), M_p representa o valor de pico, T_s representa o tempo de acomodação em segundos (s), P_m representa a margem de fase em graus ($^\circ$), G_m representa a margem de ganho em que $G_m dB = 20 \log_{10}(G_m)$ e E_{ss} representa o erro em estado estacionário.

Controlador	T_r (s)	M_p	T_s (s)	P_m ($^\circ$)	G_m	E_{ss}
Yeroglu	0,20	1,29	1,14	30,45	1,40	0
Ziegler-Nichols	0,21	1,26	1,16	27,65	339,34	0
Valério	-	-	-	-	-	-
Valério + Yeroglu	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Os controladores de Yeroglu e Ziegler-Nichols apresentaram resultados satisfatórios em termos de tempo de subida, *overshoot*, tempo de acomodação, margem de fase e erro em estado estacionário. Observou-se que o controlador de Yeroglu teve um tempo de resposta ligeiramente melhor em comparação ao controlador de Ziegler-Nichols, mas com um *overshoot* um pouco maior e uma margem de ganho mais restrita. Essa margem de ganho limitada pode comprometer a estabilidade do controle caso a planta apresente variações internas em seu comportamento.

Os controladores de Valério e Valério + Yeroglu não conseguiram estabilizar o sistema. Uma possível explicação para esse resultado é que a síntese do controlador pelo método de Valério pressupõe que o sistema seja de primeira ordem. No entanto, o sistema avaliado era de terceira ordem e instável, o que comprometeu a eficácia desses controladores.

Em relação aos métodos de sintonia apresentados, o método de Yeroglu obteve o melhor tempo de subida, embora tenha apresentado uma margem de ganho muito restrita. O método de Ziegler-Nichols alcançou o segundo tempo de subida mais rápido e conseguiu manter uma boa faixa de margem de fase e ganho. O método de Valério não foi capaz de sintonizar sistemas

mais complexos, como os de terceira ordem instável; no entanto, é uma boa opção para obter valores iniciais, já que os ganhos do controlador são determinados por uma técnica mais simples, baseada em polinômios predefinidos. Por fim, o método proposto de Valério + Yeroglu teve resultados muito semelhantes aos do método de Valério, o que não justifica sua utilização, visto que o método de Valério é mais simples.

5 CONCLUSÃO

A partir dos controladores fracionários sintonizados, é possível afirmar que os dois ganhos adicionais do controlador fracionário tornam o processo de sintonia mais complexo. Apesar dessa maior complexidade na sintonia, os resultados obtidos demonstraram que a resposta ao degrau do sistema controlado por um controlador fracionário foi significativamente mais rápida em comparação com a obtida por um controlador clássico.

No entanto, é importante destacar que o controlador fracionário não é tão eficiente no controle de sistemas com muito atraso de tempo em comparação a um controlador clássico. Além disso, o controlador fracionário apresentou margens de fase e de ganho relativamente menores do que as obtidas por um controlador clássico. Esses fatores devem ser considerados, visto que a mudança do comportamento da planta pode levar a instabilidade do sistema caso a margem de ganho e fase do sistema seja muito restrita.

Para trabalhos futuros, é viável expandir as simulações em sistemas com características fracionárias, permitindo uma comparação mais aprofundada entre o desempenho de controladores convencionais e fracionários. Além disso, seria interessante utilizar um método mais robusto que Ziegler-Nichols para a sintonia do controlador convencional, visto que o controlador fracionário de Yeroglu obteve melhores resultados na resposta ao degrau e nos critérios de desempenho. Por fim, validar o uso do PID fracionário em sistemas embarcados e em plantas virtuais.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Sistemas realimentados: Uma abordagem histórica**. Editora Blucher, 2020. 362 p. Disponível em: <https://books.google.com.br/booksid=xEniDwAAQBAJ&printsec=copyright&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- BENNETT, S. Nicholas minorsky and the automatic steering of ships. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 4, n. 4, p. 10–15, 1984. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/248006>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- BORASE, R. P.; MAGHADE, D. K.; SONDKAR, S. Y.; PAWAR, S. N. A review of pid control, tuning methods and applications. **International Journal of Dynamics and Control**, v. 9, n. 2, p. 818–827, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40435-020-00665-4>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- DORF, R.; BISHOP, R. **Sistemas de controle modernos**. LTC, 2009. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=pT4bQAAACAAJ>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- HUBA, M.; BISTÁK, P. Should we forget the pid control? **In Proceedings of the 2022 20th International Conference on Emerging Learning Technologies and Applications (ICETA)**, 10 2022. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/9974653>>. Acesso em: 10 set. 2024.
- L, W.; EŞKINAT, E.; LUYBEN, W. An improved auto-tune identification method. **Industrial Engineering Chemistry Research**, v. 30, p. 1530–1541, 07 1991. Disponível em: <<https://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie00055a019>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- LUNDBERG, K. The history of analog computing: introduction to the special section. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 25, n. 3, p. 22–25, 2005. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1432595>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- MCMILLAN, G. K. Industrial applications of pid control. In: _____. **PID Control in the Third Millennium: Lessons Learned and New Approaches**. London: Springer London, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-2425-2_14>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- MENESES, H. *et al.* Improvement of the control system performance based on fractional-order pid controllers and models with robustness considerations. **IFAC-PapersOnLine**, v. 51, n. 4, p. 551–556, 2018. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318304506>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- MONJE, C. A.; VINAGRE, B. M.; FELIU, V.; CHEN, Y. Proposals for fractional $pi\lambda d\mu$ tuning. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 43, n. 11, p. 14–19, 2010. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/215530743_Proposals_for_Fractional_PIlambdaDmu_tuning>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- NDSU. First and second order approximations. **ECE 461**, 2020. Disponível em: <<https://www.bisonacademy.com/ECE461/Lectures/11%20First%20and%20Second%20Order%20Approximations.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2024.
- OERSTED, H.; MA, Y. **Review of PID Controller Applications for UAVs**. 2023. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2311.06809>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. São Paulo: Person Prentice Hall, 2010. ISBN 8576058103. Disponível em: <https://www.academia.edu/3894768/Engenharia_de_controle_Moderno_Katsuhiku_Ogata_pt>. Acesso em: 15 jun. 2024.

- PATEL, V. V. Ziegler-nichols tuning method. **Resonance**, v. 25, n. 10, p. 1385–1397, Oct 2020. ISSN 0973-712X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s12045-020-1058-z>>. Acesso em: 15 jun. 2024
- PETRÁŠ, I. **Stability of Fractional-Order Systems with Rational Orders**. Springer, 2011. v. 411. (Lecture Notes in Control and Information Sciences, v. 411). Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/0811.4102>>. Acesso em: 24 out. 2024.
- PODLUBNY, I. Fractional-order systems and fractional-order controllers. **Institute of Experimental Physics, Slovak Academy of Sciences, Kosice**, v. 12, n. 3, p. 1–18, 1994. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/2570415_Fractional-Order_Systems_and_Fractional-Order_Controllers>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- SHAH, P.; AGASHE, S. Review of fractional pid controller. **Mechatronics**, Elsevier, v. 38, p. 29–41, 2016. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S095741581630068X>>. Acesso em: 10 set. 2024.
- SUNG, S. W.; LEE, I.-B. Limitations and countermeasures of pid controllers. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 35, n. 8, p. 2596–2610, 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ie960090+>>. Acesso em: 10 set. 2024.
- TANNURI, E. A. **Apostila sobre PID e Métodos de Sintonia**. 2016. Disponível em: <<https://encurtador.com.br/C94Ed>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- TIAN, Y.-C.; TADE, M. O.; TANG, J. A nonlinear pid controller with applications. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 32, n. 2, p. 2657–2661, 1999. ISSN 1474-6670. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017564526>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- VALÉRIO, D.; COSTA, J. S. da. Tuning of fractional pid controllers with ziegler–nichols-type rules. **Signal Processing**, v. 86, n. 10, p. 2771–2784, 2006. ISSN 0165-1684. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165168406000624>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- WILLIAMS, R.; LAWRENCE, D. **Linear State-Space Control Systems**. Wiley, 2007. ISBN 9780471735557. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=UPWAmAXQu1AC>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- YEROGLU, C.; TAN, N. Note on fractional-order proportional-integral-differential controller design. **Control Theory Applications, IET**, v. 5, p. 1978 – 1989, 12 2011. Disponível em: <<https://digital-library.theiet.org/doi/10.1049/iet-cta.2010.0746>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- ÅSTRÖM, K.; HÄGGLUND, T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. **Automatica**, v. 20, n. 5, p. 645–651, 1984. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109884900141>>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **PID Controllers: Theory, Design, and Tuning**. 2nd. ed. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1995. Disponível em: <<https://encurtador.com.br/QOJfm>>. Acesso em: 07 abr. 2024.