

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
DE MINAS GERAIS – *CAMPUS AVANÇADO PIUMHI*  
BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

Roberta Nathália de Souza Campos

**ROTINA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO DE SAPATAS  
ISOLADAS**

Piumhi – MG

2021

ROBERTA NATHÁLIA DE SOUZA CAMPOS

**ROTINA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO DE SAPATAS  
ISOLADAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso Bacharelado em Engenharia Civil do Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* Avançado Piumhi para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Júnior Henrique Canaval

Piumhi - MG

2021

---

C198r Campos, Roberta Nathália de Souza.

Rotina computacional para dimensionamento de sapatas isoladas [manuscrito] / Roberta Nathália de Souza Campos. – 2021.

116 f. : il.

Orientador: Júnior Henrique Canaval.

Trabalho de Conclusão de Curso (bacharelado) – Instituto Federal Minas Gerais. *Campus Avançado Piumhi*, 2021.

1. Fundações (Engenharia). 2. Sapatas isoladas. 3. Dimensionamento estrutural (Engenharia). I. Canaval, Júnior Henrique. II. Instituto Federal de Minas Gerais. *Campus Ouro Preto*. III. Título.

CDD 624.15

---

Catálogo: Andreia Cristina Damasceno - CRB-6/1974



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS GERAIS  
Campus Avançado Piumhi  
Diretoria de Ensino  
Docentes Campus Avançado Piumhi  
Rua Severo Veloso 1880 - Bairro Bela Vista - CEP 37925-000 - Piumhi - MG  
(37)3371-3353 - www.ifmg.edu.br

Roberta Nathália de Souza Campos

## ROTINA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO DE SAPATAS ISOLADAS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em: 10 de Junho de 2021

### BANCA EXAMINADORA

Piumhi, 10 de junho de 2021.



Documento assinado eletronicamente por **Junior Henrique Canaval, Professor**, em 11/06/2021, às 17:50, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Felipe da Silva Alves, Professor**, em 12/06/2021, às 12:20, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Tobias Ribeiro Ferreira, Professor(a) do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico - Campus Avançado Piumhi**, em 12/06/2021, às 18:00, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Stella Maria Gomes Tome, Professor(a) do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico - Campus Avançado Piumhi**, em 12/06/2021, às 21:25, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Thais de Oliveira Azevedo, Professora Substituta**, em 14/06/2021, às 07:41, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.ifmg.edu.br/consultadocs> informando o código verificador **0868023** e o código CRC **33E5752C**.

## **AGRADECIMENTOS**

O desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso contou com a ajuda de diversas pessoas, dentre as quais agradeço:

Aos meus pais, Celso Severo de Campos e Solange Lucas de Souza Campos, e à minha irmã, Rúbia Cecília de Souza Campos, que sempre estiveram ao meu lado, me incentivando e não permitindo que eu desistisse.

À minha avó, Zulmira Piedade Campos, por todo o esforço dedicado a realização deste sonho.

Ao professor orientador, Júnior Henrique Canaval, que me acompanhou pontualmente, dando todo o auxílio necessário para a elaboração deste trabalho.

Aos professores do curso de Engenharia Civil que através dos seus ensinamentos permitiram que eu pudesse hoje estar concluindo este trabalho.

Aos meus amigos, pela compreensão das ausências e pelo afastamento temporário.

Aos colegas de curso, que estiveram comigo nessa longa jornada.

## RESUMO

As fundações são estruturas responsáveis por transmitir ao solo as cargas provenientes da superestrutura. O comportamento do solo, em relação às solicitações destas cargas, se dá de acordo com suas propriedades. Visto a dificuldade da elaboração de projetos de fundações, é necessário a criação de ferramentas de qualidade que auxiliem e otimizem seus processos. Dessa forma, o intuito deste trabalho é automatizar o processo de dimensionamento de uma fundação do tipo sapata isolada. Para isso, desenvolveu-se uma rotina computacional em *Excel*® para dimensionar geometricamente e estruturalmente sapatas isoladas submetidas a cargas centradas e momentos fletores. Para o dimensionamento geométrico foram utilizadas as recomendações da NBR 6118:2014 e NBR 6122:2019, e para o dimensionamento estrutural utilizou-se as recomendações do CEB:1970. Para avaliar a confiabilidade dos resultados da planilha, foram comparados exemplos da literatura e do *software* VerifCalc©. Por fim, conclui-se que apesar das diferenças nos resultados apresentados, abaixo de 10%, e limitações para algumas situações as quais exigiram a utilização do Ábaco de Montoya, a planilha se mostrou satisfatória, passando confiabilidade e segurança aos usuários.

**Palavras-chave:** Sapatas isoladas. Dimensionamento. Rotina computacional.

## **ABSTRACT**

Foundations are structures responsible for transmitting loads from the superstructure to the ground. The behavior of the soil occurs according to its properties, when requested by these loads. It is necessary to create tools that assist and optimize the design process given its complexity. Therefore, this work aims to automate the process of dimensioning an isolated footing type foundation. A Excel® computational routine was developed to geometrically and structurally design isolated footing solicited by centered loads and bending moments. For the geometric design, was used the recommendations of NBR 6118: 2014 and 6122: 2019, and for the structural dimensioning, it used the recommendations of the CEB: 1970. The examples from the literature and from the VerifCalc© software was compared to evaluate the reliability of the worksheet results. Finally, it was concluded that although there are small differences between the results, under 10%, and limitations for situations was needed to use the Montoya Abacus, the spreadsheet proved to be satisfactory, giving reliability and security to users.

**Keywords:** Isolated footings. Dimensioning. Computational routine.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Superestrutura de uma edificação.....	20
Figura 2 – Fundações profundas e rasas.....	21
Figura 3 – Tipos de fundações rasas .....	22
Figura 4 – Tubulão a ar comprimido e tubulão a céu aberto .....	24
Figura 5 – Bloco de coroamento .....	25
Figura 6 – Esquema do equipamento para o ensaio SPT.....	28
Figura 7 – (a) Ruptura geral; (b) Gráfico Carga x Recalque na ruptura geral .....	29
Figura 8 – (a) Ruptura por puncionamento; (b) Gráfico Carga x Recalque na ruptura por puncionamento .....	30
Figura 9 – (a) Ruptura local; (b) Gráfico Carga x Recalque na ruptura local.....	30
Figura 10 – Ensaio de placa.....	31
Figura 11 – Curva <i>tensão versus</i> deslocamento .....	32
Figura 12 – Sapata.....	36
Figura 13 – Sapata com armadura principal.....	36
Figura 14 – Sapata associada com viga de rigidez .....	37
Figura 15 – Sapata associada trapezoidal .....	38
Figura 16 – (A) Sapata corrida para apoio de parede; (B) Pilares alinhados .....	38
Figura 17 – Sapata de divisa com viga de equilíbrio .....	39
Figura 18 – Sapata isolada.....	40
Figura 19 – Centro geométrico de pilares coincidentes com o da sapata .....	40
Figura 20 – Ações atuantes em sapatas .....	41
Figura 21 – Sapata com balanços iguais .....	41
Figura 22 – Sapatas próximas e em contatos diferentes .....	43
Figura 23 – Sapata sob carga centrada .....	45
Figura 24 – Núcleo central em sapatas de base retangular .....	46
Figura 25 – Excentricidade aplicada dentro do núcleo central de inércia.....	47
Figura 26 – Excentricidade aplicada no limite do núcleo central de inércia .....	48
Figura 27 – Excentricidade aplicada fora do núcleo central de inércia.....	49
Figura 28 – Sapata sob carga excêntrica nas duas direções .....	50
Figura 29 – Tensões na base da sapata sob carga excêntrica nas duas direções ...	51
Figura 30 – Dimensões em planta de uma sapata .....	52
Figura 31 – Ligação pilar-sapata .....	54

Figura 32 – Perímetro crítico em pilares internos.....	55
Figura 33 – Solicitação na sapata .....	56
Figura 34 – Bielas de compressão em sapatas rígidas.....	58
Figura 35 – Representação do método das bielas .....	59
Figura 36 – Cargas excêntricas.....	60
Figura 37 – Tipos de áreas de influência .....	62
Figura 38 – Seções de referência $S_{1A}$ e $S_{1B}$ .....	68
Figura 39 – Área comprimida pela flexão .....	69
Figura 40 – Seção de referência $S_2$ .....	70
Figura 41 – Seção crítica de esforço cortante .....	73
Figura 42 – Dimensões da verificação à punção.....	75
Figura 43 – Distribuição da armadura A, quando $B \geq a_p + 2h$ .....	76
Figura 44 - Distribuição da armadura A, quando $B < a_p + 2h$ .....	77
Figura 45 – Ancoragem da armadura de flexão quando $C > h$ .....	77
Figura 46 – Ancoragem da armadura de flexão quando $C < h$ .....	78
Figura 47 - Distribuição da armadura .....	78
Figura 48 – Detalhamento geométrico da sapata.....	79
Figura 49 – Detalhamento estrutural da sapata .....	79
Figura 50 – Metodologia.....	80
Figura 51 – Página inicial da planilha.....	82
Figura 52 – Dados de entrada para sapatas submetidas à carga centrada.....	82
Figura 53 – Dados de entrada para sapatas submetidas à carga centrada e momento em uma direção.....	83
Figura 54 – Dados de entrada para sapatas submetidas à carga centrada e momentos nas duas direções .....	83
Figura 55 – Fluxograma das etapas de cálculo.....	84
Figura 56 – Escolha da bitola pelo usuário .....	88
Figura 57 – Detalhamento da planilha.....	89
Figura 58 – Relatório dos resultados obtidos pela planilha .....	90
Figura 59 - Representação gráfica do elemento nos resultados .....	92
Figura 60 – Detalhamento segundo Bastos (2019).....	93
Figura 61 – Detalhamento pela planilha.....	94
Figura 62 – Detalhamento pela planilha.....	97
Figura 63 – Detalhamento segundo Bastos (2019).....	98

Figura 64 – Detalhamento pela planilha.....	99
Figura 65 – Detalhamento segundo Silva (1998) .....	100
Figura 66 – Interface do <i>software</i> VerifCacl©.....	102
Figura 67 – Ábaco de Montoya .....	116

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tipos de estacas .....	25
Quadro 2 - Comprimento de ancoragem básico.....	115

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas .....	61
Tabela 2 – Valores K.....	66
Tabela 3 – Comparação dos resultados do exemplo 1 .....	95
Tabela 4 – Comparação dos resultados do exemplo 2 .....	96
Tabela 5 – Comparação dos resultados do exemplo 3 .....	100
Tabela 6 – Comparação dos resultados do exemplo 4 .....	103
Tabela 7 – Comparação dos resultados do exemplo 5 .....	104
Tabela 8 – Fatores de capacidade de carga de Terzaghi .....	112
Tabela 9 – Fatores de forma de Terzaghi .....	113
Tabela 10 – Fatores de capacidade de carga de Vesic .....	114
Tabela 11 – Fatores de forma de Beer.....	114

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
CEB	<i>Comité Euro-International du Béton</i>
NBR	Norma Técnica Brasileira
CPT	<i>Cone Penetration Test</i>
SPT	<i>Standard Penetration Test</i>
PMT	<i>Pressuremeter Ménard Test</i>
m	metro
cm	centímetro
cm <sup>2</sup>	centímetro quadrado
mm	milímetro
kN	Kilo-Newton
kN.m	Kilo-Newton metro
kN/m <sup>2</sup>	Kilo-Newton por metro quadrado
MPa	Megapascal

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_{s,min}$	Área de aço mínima
$A_s$	Área de aço
$A_{sap}$	Área da base da sapata
$N_c$	Fator de capacidade de carga
$N_q$	Fator de capacidade de carga
$N_y$	Fator de capacidade de carga
$S_c$	Fator de forma
$S_q$	Fator de forma
$S_y$	Fator de forma
$a_p$	Maior dimensão do pilar
$a_u$	Distância entre o perímetro crítico analisado e a face do pilar
$b_p$	Menor dimensão do pilar
$c_1$	Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força
$c_2$	Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força
$c_{nominal}$	Cobrimento nominal
$f'_c$	Resistência característica do concreto adotada pelo ACI-318:2019
$f_{cd}$	Resistência de cálculo do concreto à compressão
$f_{ck}$	Resistência característica do concreto
$f_{yd}$	Resistência de cálculo do aço à tração
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
$\rho_{min}$	Taxa de armadura mínima
$\sigma_s$	Tensão admissível do solo
$\tau_{Rd}$	Tensão cisalhante resistente de cálculo
$\tau_{Sd}$	Tensão cisalhante solicitante de cálculo
$\emptyset$	Diâmetro
©	Copyright
A	Maior dimensão da sapata em planta
B	Menor dimensão da sapata em planta
C	Balanço da sapata
d	Altura útil

$e$	Ponto de aplicação da força normal
$F_K$	Força característica
$G_{incl}$	Gancho inclinado
$G_{vert}$	Gancho vertical
$h$	Altura
$H$	Força horizontal
$h_0$	Altura que não varia linearmente
$K$	Coeficiente definido pela NBR 6118:2019
$k_1$	Coeficiente do Ábaco de Montoya
$k_4$	Coeficiente do Ábaco de Montoya
$L$	Maior dimensão da sapata
$L_b$	Comprimento de ancoragem
$M_x$	Momento fletor em torno do eixo X
$M_y$	Momento fletor em torno do eixo Y
$N$	Força normal
$P$	Força aplicada no pilar da sapata
$q$	Sobrecarga
$S_1$	Seção de referência para o cálculo do momento fletor (CEB:1970)
$S_2$	Seção de referência para o cálculo do esforço cortante (CEB:1970)
$S_{m\acute{a}x}$	Espaçamento máximo entre barras
$T_x$	Força de tração na base da sapata
$V$	Esforço cortante
$W$	Módulo de resistência elástico da base da sapata
$X_a$	Distância da face da sapata a seção de referência $S_1$ em A
$X_b$	Distância da face da sapata a seção de referência $S_1$ em B
$X_{cg}$	Posição do centro de gravidade
$z$	Braço de alavanca
$c$	Coesão do solo
$c'$	Coesão do solo valor reduzido
$\alpha$	Ângulo
$\gamma$	Peso específico do solo
$\rho$	Taxa de armadura

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>18</b>
1.1	OBJETIVOS .....	19
1.1.1	Objetivo Geral.....	19
1.1.2	Objetivos Específicos .....	19
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>20</b>
2.1	SUPERESTRUTURA E INFRAESTRUTURA .....	20
2.2	FUNDAÇÕES .....	21
2.2.1	Tipos de fundações .....	22
2.2.1.1	Fundações Rasas.....	22
2.2.1.2	Fundações Profundas .....	23
2.2.2	Crterios para a escolha do tipo de fundação .....	26
2.3	INVESTIGAÇÃO DO SUBSOLO .....	26
2.4	CAPACIDADE DE CARGA DE FUNDAÇÕES DIRETAS.....	28
2.5	MODOS DE RUPTURA.....	29
2.5.1	Prova de carga sobre a placa.....	30
2.5.2	Métodos teóricos .....	32
2.5.2.1	Teoria de Terzaghi .....	33
2.5.2.2	Proposição de Vesic.....	34
2.5.3	Métodos semiempíricos.....	35
2.6	SAPATAS.....	36
2.6.1	Sapata associada .....	37
2.6.2	Sapata corrida .....	38
2.6.3	Sapata de divisa .....	39
2.7	SAPATAS ISOLADAS .....	39
2.7.1	Classificação relativa à rigidez .....	43
2.7.1.1	Classificação das sapatas de acordo com a NBR 6118:2014 .....	44
2.7.1.2	Classificação das sapatas de acordo com o CEB:1970 .....	44
2.7.1.3	Classificação das sapatas de acordo com o ACI-318:2019 .....	44
2.7.2	Classificação relativa à solicitação .....	45
2.8	DIMENSIONAMENTO GEOMÉTRICO.....	52
2.8.1	Dimensões em planta.....	52
2.8.2	Cálculo da altura da sapata.....	53

2.9	PUNÇÃO .....	55
2.10	VERIFICAÇÕES DE ESTABILIDADE .....	55
2.10.1	Verificação da segurança ao tombamento .....	55
2.10.2	Verificação da segurança ao deslizamento .....	56
2.11	DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL .....	57
2.11.1	NBR 6118:2014 .....	57
2.11.1.1	Sapatas rígidas.....	57
2.11.1.2	Sapatas flexíveis .....	62
2.11.2	Método CEB:1970 .....	67
2.11.2.1	Sapatas rígidas.....	67
2.11.2.2	Sapatas flexíveis .....	71
2.11.3	Método ACI-318:2019.....	72
2.12	DETALHAMENTO .....	75
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>80</b>
3.1	PLANILHA .....	81
3.1.1	Apresentação .....	81
3.1.2	Dados de entrada .....	82
3.1.3	Rotina de cálculo .....	83
3.1.3.1	Dimensões da sapata isolada.....	86
3.1.3.2	Cálculo de tensões na sapata .....	87
3.1.3.3	Armaduras .....	87
3.1.4	Detalhamento .....	88
3.1.5	Memorial de cálculo.....	90
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>93</b>
4.1	EXEMPLO PRÁTICO 1 .....	93
4.2	EXEMPLO PRÁTICO 2 .....	95
4.3	EXEMPLO PRÁTICO 3 .....	98
4.4	COMPARAÇÃO COM O <i>SOFTWARE</i> VERIFCALC®.....	101
4.4.1	Exemplo prático 4 .....	102
4.4.2	Exemplo prático 5.....	103
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>105</b>
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	105
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>107</b>
	<b>ANEXO A – FATORES DE CAPACIDADE DE CARGA DE TERZAGHI.....</b>	<b>112</b>

<b>ANEXO B – FATORES DE CAPACIDADE DE CARGA DE VESIC .....</b>	<b>114</b>
<b>ANEXO C – COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO .....</b>	<b>115</b>
<b>ANEXO D – ÁBACO DE MONTOYA.....</b>	<b>116</b>

## 1 INTRODUÇÃO

De acordo com a ABNT NBR 6122 (2019), as fundações são estruturas responsáveis por transmitir ao solo as cargas provenientes da estrutura da edificação. Cada tipo de solo irá resistir de maneira diferente a essas solicitações, de acordo com suas propriedades.

Segundo Velloso e Lopes (2011), a análise completa e exata do comportamento do solo é complexa, devido à grande diversidade de solos existentes e por se apresentarem, na maioria das vezes, estratificados. Diante disso, um projeto geotécnico de fundação possui diversas soluções, algumas mais complexas do que outras, porém todas com a função de suportar as cargas da superestrutura com segurança, exigindo experiência do engenheiro civil responsável.

Com o surgimento de novas tecnologias na área da computação, é esperável que o ramo da Engenharia Civil utilize estes recursos para otimizar os processos construtivos, de cálculo e de gestão. Sabendo-se da dificuldade atrelada à elaboração de projetos de fundação, desenvolver ferramentas de qualidade, que possam ser utilizadas não apenas para fins educacionais, além de um desafio, é também uma necessidade.

Diante deste cenário, a fim de auxiliar tanto estudantes durante seus estudos quanto profissionais, o trabalho em questão buscou automatizar o processo de dimensionamento estrutural de um elemento de fundação do tipo sapata isolada, através do *software Microsoft Excel®*. Para isso, desenvolveu-se uma rotina computacional para dimensionar, geometricamente e estruturalmente, sapatas isoladas sujeitas à uma carga centrada, um e/ou dois momentos.

Para a análise estrutural foi utilizado o método proposto pelo *Comité Euro-International du Béton* em 1970 (CEB:1970). A planilha foi testada na resolução de problemas práticos, dimensionando completamente uma sapata, apresentando seu detalhamento e memorial de cálculo.

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo Geral**

Desenvolver uma rotina computacional no *software Microsoft Excel®* para dimensionamento e detalhamento de sapatas isoladas rígidas, sujeitas a cargas centradas e momentos fletores.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Elaborar uma planilha para o dimensionamento geométrico e estrutural de sapatas isoladas retangulares;
- Mostrar o detalhamento geométrico e estrutural de sapatas isoladas na planilha eletrônica.
- Comparar os resultados obtidos pela planilha elaborada com o dimensionamento feito pelo *software VerifCalc®*.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

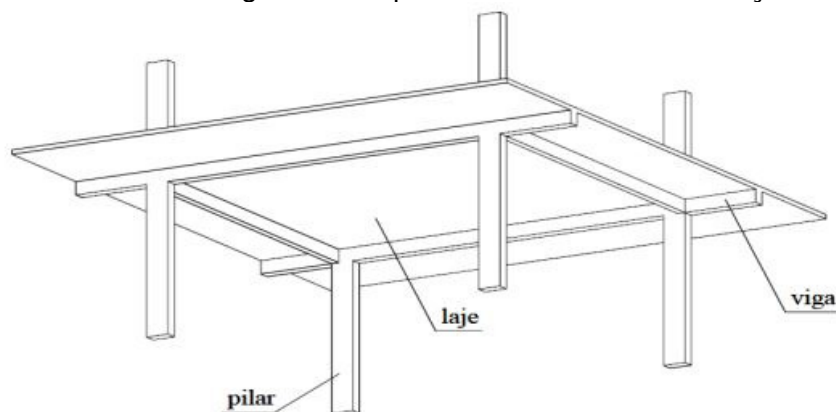
### 2.1 Superestrutura e infraestrutura

Para analisar uma estrutura é comum sua separação em superestrutura e infraestrutura, admitindo-se as reações da superestrutura como as ações na infraestrutura. Tal divisão é conveniente visto a simplificação dos cálculos (SPERNAU, 2012).

Segundo Pinheiro (2007), a superestrutura tem como finalidade resistir às ações solicitantes e transmiti-las para as fundações. A superestrutura, exemplificada na Figura 1, é constituída pelos seguintes elementos:

- Lajes: são placas que recebem tanto as cargas permanentes como as ações de uso e as transferem para os apoios. Além disso, travam os pilares distribuindo as ações horizontais entre os elementos de contraventamento (PINHEIRO, 2007).
- Vigas: denominadas de barras, delimitam as lajes e suportam as paredes. Transmitem para os apoios as ações que recebem das lajes e outras vigas (PINHEIRO, 2007). Nas vigas, os esforços de flexão são preponderantes (NBR 6118, ABNT, 2014).
- Pilares: são elementos que sofrem preponderantemente forças normais de compressão, possuem eixo reto e são, constantemente, dispostos na vertical (NBR 6118, ABNT, 2014).

Figura 1 – Superestrutura de uma edificação



A infraestrutura, ou subestrutura, é a parte da edificação comumente construída abaixo do nível final do terreno, cuja finalidade é transmitir as ações atuantes na edificação ao solo garantindo a compatibilização entre as cargas atuantes e a resistência do terreno. A infraestrutura é constituída pelos elementos de fundação (GUSMÃO, 1990).

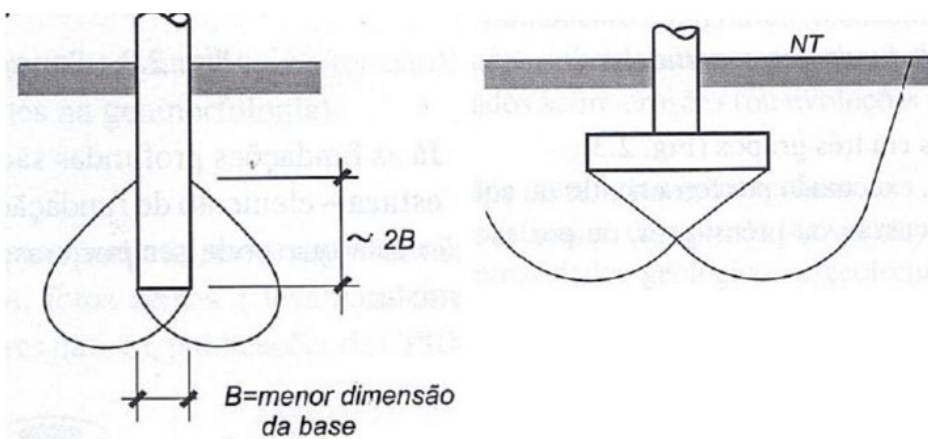
## 2.2 Fundações

De acordo com Carvalho e Pinheiro (2009), o sistema de fundação é composto pelo elemento estrutural e o maciço de solo no qual se encontra a edificação. Como o enfoque deste trabalho é o dimensionamento de fundações do tipo sapata, conhecimentos acerca do comportamento e análise do solo não serão aprofundados, embora tenha consciência da sua importância na escolha do tipo de fundação.

A principal função da fundação é transmitir as cargas atuantes nas edificações para o solo, de forma que funcione como um alicerce, garantindo que a edificação permaneça no lugar, sem sofrer instabilidades nem rupturas (ARCENO, 2018).

A NBR 6122:2019 divide as fundações em rasas e profundas, sendo diferenciadas pela profundidade de assentamento e pela transmissão da carga ao terreno. Velloso e Lopes (2010) ainda complementam que, nas fundações profundas o mecanismo de ruptura de base não surge na superfície do terreno, conforme pode ser observado na Figura 2 a seguir.

Figura 2 – Fundações profundas e rasas



Fonte: VELLOSO E LOPES, 2010.

## 2.2.1 Tipos de fundações

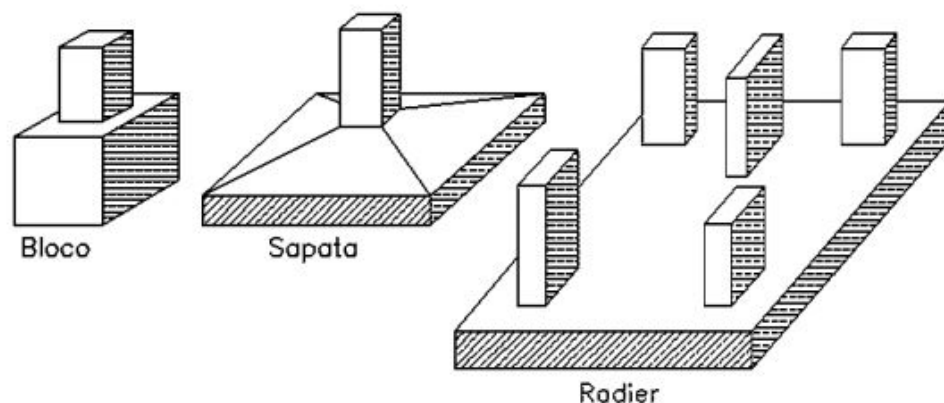
### 2.2.1.1 Fundações Rasas

Falconi *et al.* (1998) definem fundações rasas como aquelas que se apoiam a uma profundidade pequena em relação ao solo ambiente.

As fundações rasas são elementos nos quais as tensões são transmitidas ao solo pela base e sua cota de assentamento, em relação ao solo circundante, é inferior a duas vezes a menor dimensão em planta da fundação (NBR 6122, ABNT, 2019).

Este tipo de elemento de fundação é normalmente mais econômico e de rápida execução, pois necessita de uma mão de obra menos especializada (DELALIBERA, 2006). Sob a perspectiva estrutural, dividem-se em blocos, radier e sapatas, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Tipos de fundações rasas



Fonte: Adaptado de VELLOSO e LOPES, 2014.

O bloco é um elemento de fundação rasa, dimensionado para resistir as solicitações apenas pelo material, dispensando o uso de armadura. Pode ser de concreto ou outros materiais, como pedras ou alvenaria, além disso, suas faces verticais podem ser de forma plana, inclinada ou escalonada (NBR 6122, ABNT, 2019).

A NBR 6122:2019 define radier como um “elemento de fundação rasa dotado de rigidez para receber mais do que 70% das cargas da estrutura”. Silva (1998) complementa que o radier é considerado uma laje espessa, podendo ter ou não vigas superiores e inferiores.

Falconi *et al.* (1998) consideram o uso de radier como uma solução onerosa, devido à grande quantidade de concreto armado utilizada. Dória (2007) destaca que os principais casos de utilização o radier são: em solos de baixa capacidade de carga, quando deseja-se uniformizar os recalques e/ou quando a área das sapatas é muito próxima ou ocupa mais da metade da área de construção.

As sapatas são os tipos de fundações rasas mais utilizadas. Elas correspondem a estruturas de concreto armado, com altura pequena em relação à base (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). Segundo Brito (1987), as sapatas não resistem apenas à compressão simples, mas também à flexão. Abordaremos os elementos de fundação do tipo sapata mais detalhadamente no Item 2.6 deste trabalho.

#### 2.2.1.2 Fundações Profundas

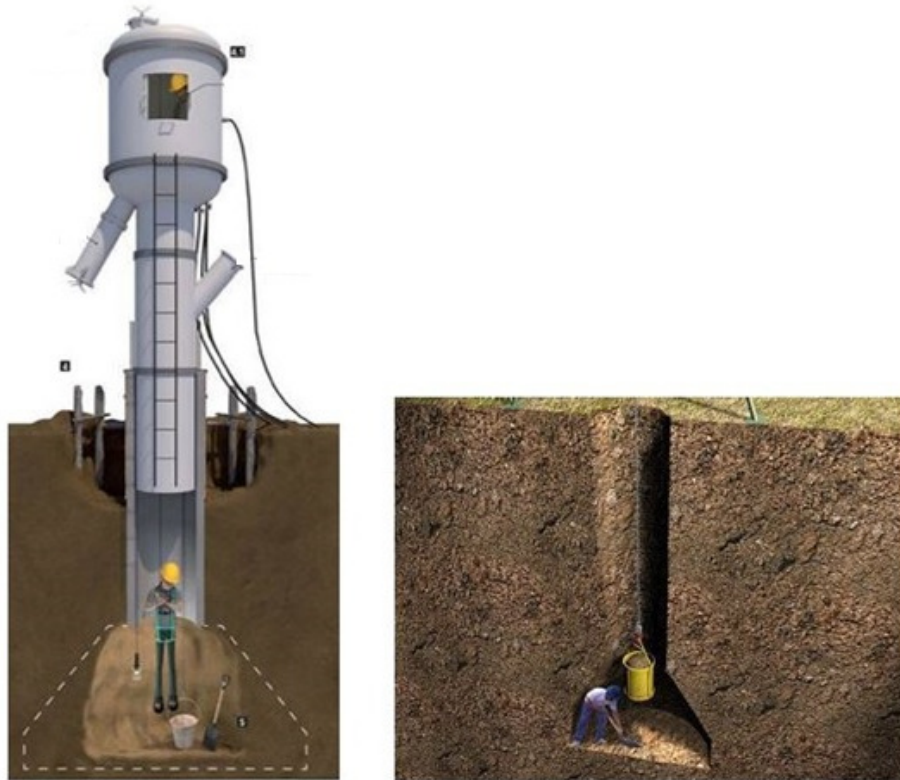
A NBR 6122:2019 define fundações profundas como aquelas cuja transmissão de carga para o terreno ocorre pela base (resistência de ponta), pela superfície lateral (resistência de fuste) ou pela combinação das duas, e cuja profundidade de assentamento seja superior a oito vezes a sua menor dimensão em planta, e no mínimo 3 m, salvo justificativa. Compreendem neste tipo de fundação: tubulões e estacas.

Os tubulões são elementos de fundação moldados in loco, com o fuste cilíndrico e profundidade igual ou maior do que três vezes o seu diâmetro (BRITO, 1987), dividem-se em: a céu aberto e a ar comprimido. A NBR 6122:2019 define que pelo menos na etapa final de escavação do tubulão faz-se necessário a participação direta de mão de obra humana, sendo para a execução da base alargada ou para a limpeza de fundo. Os tipos de tubulão podem ser vistos na Figura 4.

As estacas são definidas pela NBR 6122:2019 como elementos de fundação profunda, totalmente executados de forma indireta, ou seja, sem que haja trabalho manual em profundidade, durante todo seu processo de execução.

Quando submetidas a uma força axial, as estacas resistem à solicitação em parte pela resistência ao cisalhamento do fuste e em parte pelas tensões normais da ponta (FALCONI *et al.*, 1998).

Figura 4 – Tubulão a ar comprimido e tubulão a céu aberto



Fonte: Adaptado de ESCOLA DE ENGENHARIA, 2015.

Velloso e Lopes (2010) classificam as estacas por dois critérios: o material utilizado e o efeito gerado no solo durante sua execução, sendo classificadas em:

- De deslocamento: o solo se desloca horizontalmente para dar espaço à estaca cravada;
- De substituição: o solo do local é retirado para que a estaca escavada seja colocada ou executada;
- Sem deslocamento: há pouca remoção de solo, utilizam-se também técnicas para recompor as tensões geostáticas, na fase de concretagem.

O Quadro 1 a seguir mostra os principais tipos de estacas, agrupados de acordo com Velloso e Lopes (2010).

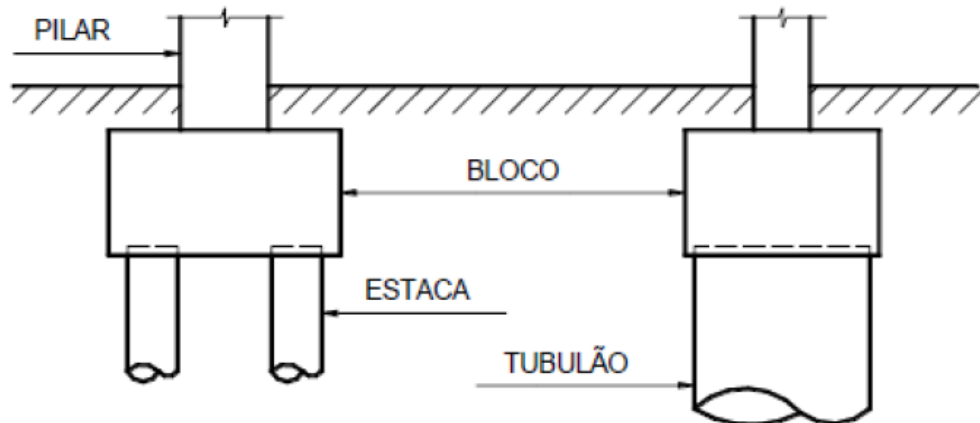
Quadro 1 – Tipos de estacas

Tipo de execução		Estacas
De deslocamento	Grande	Madeira
		Pré-moldadas de concreto
		Tipo Franki
		Microestacas injetadas
	Pequeno	Perfis de aço
		Estacas hélices especiais
Sem deslocamento		Escavadas com revestimento metálico perdido que avança à frente da escavação
		Estacas raiz
De substituição		Escavadas sem revestimento
		Tipo Strauss
		Estaca hélice contínua

Fonte: Adaptado de VELLOSO E LOPES, 2010.

A ligação entre os pilares e as fundações profundas é feita pelo elemento denominado bloco de coroamento ou transição, que pode ser visto na Figura 5. Enquanto as estacas têm suas características e capacidades definidas pela NBR 6122:2019, os blocos de coroamento seguem a NBR 6118:2014.

Figura 5 – Bloco de coroamento



Fonte: BASTOS, 2019.

A NBR 6118:2014 define blocos como “estruturas de volume usadas para transmitir às estacas e aos tubulões as cargas de fundação, podendo ser considerados rígidos ou flexíveis por critério análogo ao definido para sapatas”.

Na análise dos blocos, devem-se considerar as reações das estacas como cargas pontuais. Além disso, diferentemente das fundações diretas, não se considera a contribuição do solo, uma vez que toda carga do pilar é transmitida do bloco diretamente para as estacas (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

### **2.2.2 Critérios para a escolha do tipo de fundação**

De acordo com Almeida (2018), a escolha do tipo de fundação a ser executada depende das condições técnicas e econômicas da obra, ou seja, devem-se considerar as características e comportamentos das fundações que solucionam o problema do conjunto estrutural, e depois avaliados os custos dos tipos selecionados.

Para tal escolha, Almeida (2018) recomenda atentar-se aos seguintes critérios:

- **Topografia da área:** obtêm-se dados planialtimétricos acerca do terreno, definindo a locação das fundações e obras de contenção, necessidade de corte e aterro, constatação de taludes, encostas e erosões presentes no terreno;
- **Dados geológicos-geotécnicos:** o conhecimento sobre o subsolo é muito importante, uma vez que determina o tipo viável de fundação a ser executada. A investigação deve ser realizada através de sondagens, podendo ser auxiliada por mapas, fotos aéreas e outros;
- **Dados da estrutura a construir:** considerar o sistema estrutural e as cargas nas fundações, além do tipo e uso da obra;
- **Dados sobre construções vizinhas:** devido ao seu processo de execução, algumas fundações podem causar vibrações prejudiciais a obras vizinhas, fato que pode impossibilitar sua escolha;
- **Dados comerciais:** verificar se o tipo de fundação pré-escolhida está disponível no mercado local, para que o custo com transporte de equipamentos não inviabilize economicamente sua utilização.

### **2.3 Investigação do subsolo**

É de suma importância que o responsável pelo projeto de fundações se envolva desde o início da investigação do subsolo. Para uma investigação adequada, deve-se definir um programa contendo as etapas de investigação e os objetivos. As etapas de investigação podem ser divididas em: investigação preliminar, investigação complementar ou de projeto, e investigação para a fase de execução (VELLOSO E LOPES, 2010).

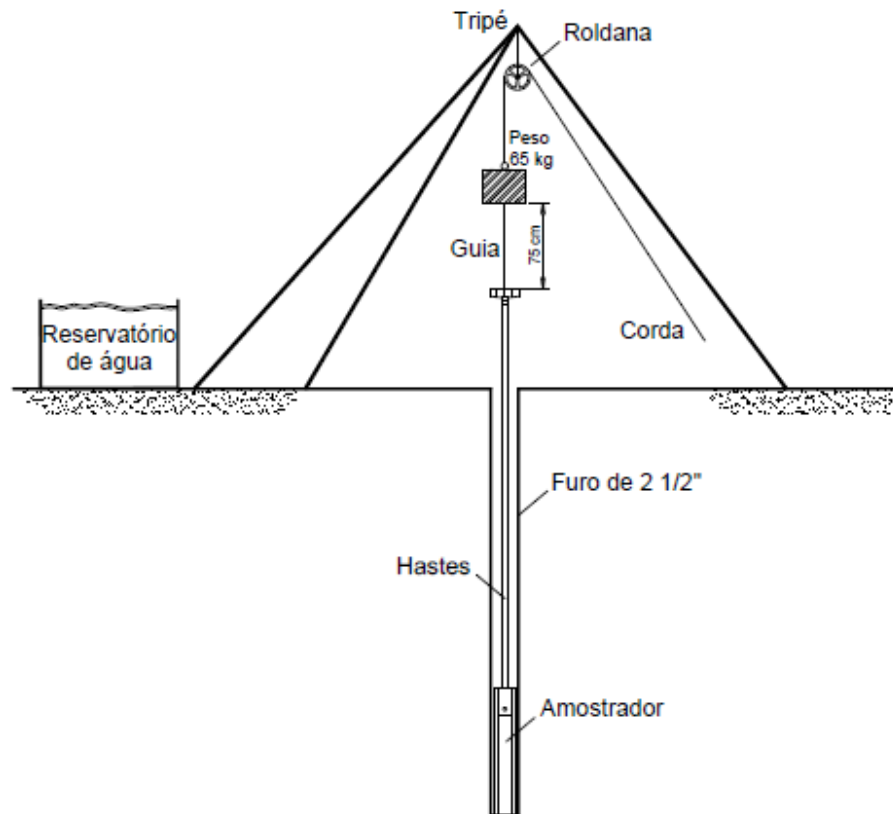
De acordo com Britto (1987), fundações mal projetadas ou mal executadas podem aumentar o custo da fundação de 5 a 10 vezes, para economizar é necessário um estudo completo do subsolo.

O engenheiro é responsável por avaliar qual o método de sondagem mais viável. Os principais, segundo Velloso e Lopes (2010), são: poços; sondagem a trado; sondagem a percussão (SPT); sondagens rotativas; sondagens mistas; ensaio de cone (CPT); e ensaio pressiométrico (PMT).

O método de sondagem mais utilizado no Brasil atualmente é a sondagem de simples reconhecimento com realização de SPT (*Standard Penetration Test*), também conhecida como sondagem a percussão. Esta sondagem, cujo procedimento de ensaio é padronizado pela NBR 6484:2020, é capaz de determinar a estratigrafia e classificação dos solos – conforme as prescrições da NBR 6502:1995, a posição do nível d'água (NA) e a medida do índice de resistência à penetração (NBR 6484, ABNT, 2020).

O ensaio SPT é definido pela NBR 6484:2020 e consiste em cravar 45 cm de um amostrador padrão, em três etapas de 15 cm. Para cada etapa, registra-se a quantidade de golpes necessários à sua cravação. O SPT corresponde à somatória dos números de golpes dos 30 cm finais (DELATIM, 2017). O esquema do equipamento para o ensaio SPT pode ser visto na Figura 6.

Figura 6 – Esquema do equipamento para o ensaio SPT



Fonte: FERREIRA, 2013.

## 2.4 Capacidade de carga de fundações diretas

A capacidade de carga pode ser definida como a tensão que provocará a ruptura do maciço de solo em que está apoiada a fundação (MOURA, 2016). De acordo com Cintra, Aoki e Albiero (2011), quando uma força ( $P$ ) é aplicada no pilar da sapata uma tensão é produzida em toda sua área da base ( $B \times L$ ). Se elevarmos esta força de maneira que o sistema de fundação se rompa, dizemos que o sistema superou sua capacidade de carga, em outras palavras, atingiu-se a sollicitação máxima resistida pela fundação.

Logo, a capacidade de carga de uma fundação é definida como “a tensão transmitida pelo elemento de fundação capaz de provocar a ruptura do solo ou a sua deformação excessiva” (DANTAS NETO, 2006). A ruptura do solo pode ocorrer de três modos distintos, que estão abordados a seguir.

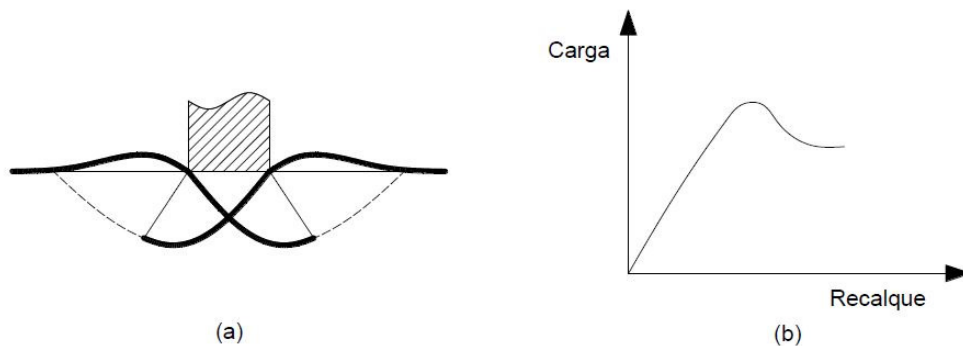
## 2.5 Modos de ruptura

O cálculo da capacidade de carga do solo provém dos modelos de ruptura que este pode apresentar. A partir de ensaios e catástrofes, observou-se que a ruptura pode se apresentar das seguintes formas: ruptura generalizada, ruptura localizada e ruptura por punção. Sendo, a compressibilidade do solo, a geometria da fundação, o carregamento e o embutimento, os fatores que determinam o tipo de ruptura que ocorrerá (MOURA, 2016).

De acordo com Aleksandar Vesic (1975, *apud* Cintra, Aoki e Albiero, 2011), podemos descrever os modos de ruptura da seguinte maneira:

- Ruptura geral: este tipo de ruptura ocorre em solos mais resistentes e sapatas rasas. A ruptura possui superfície contínua e ocorre de forma súbita, causando o tombamento da sapata e a elevação da terra na superfície do terreno, conforme ilustrado na Figura 7. Atinge-se a carga de ruptura para pequenos valores de recalque.

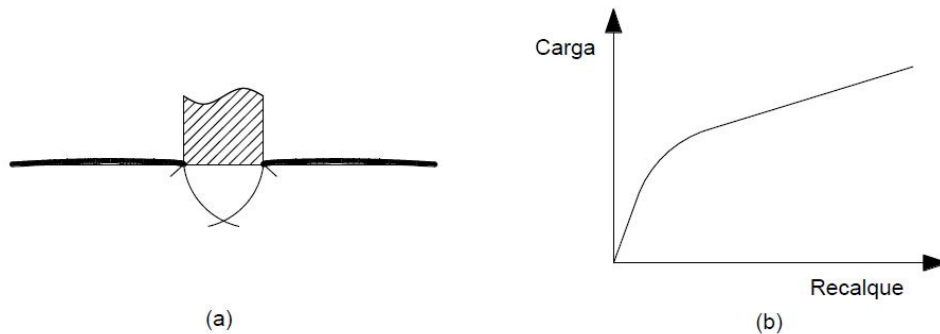
Figura 7 – (a) Ruptura geral; (b) Gráfico Carga x Recalque na ruptura geral



Fonte: CINTRA *apud* FERREIRA, 2013.

- Ruptura por punção: este tipo de ruptura ocorre em solos mais deformáveis, por exemplo, solos argilosos. Ao contrário da ruptura geral, não há tombamento da fundação, e sim, a penetração devido ao adensamento do solo, conforme apresentado na Figura 8. Atinge-se a carga de ruptura para valores elevados de recalque.

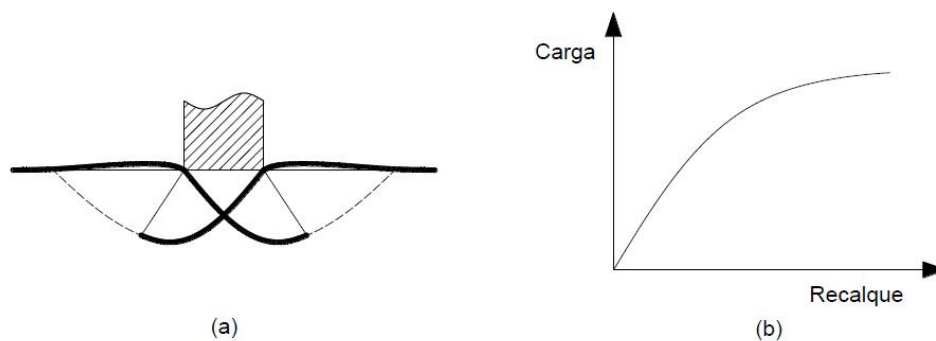
Figura 8 – (a) Ruptura por punção; (b) Gráfico Carga x Recalque na ruptura por punção



Fonte: FERREIRA, 2013.

- Ruptura local: este tipo de ruptura ocorre em solos de compactidade ou consistência média. A superfície de deslizamento não aflora neste tipo de ruptura, condição ilustrada na Figura 9. É considerado um caso intermediário dos outros dois.

Figura 9 – (a) Ruptura local; (b) Gráfico Carga x Recalque na ruptura local



Fonte: FERREIRA, 2013.

A NBR 6122:2019 estabelece que a capacidade de carga de uma fundação rasa pode ser calculada pelos seguintes procedimentos: prova de carga sobre a placa, métodos teóricos, método semiempíricos e a partir do estado-limite de serviço. Alguns destes procedimentos serão apresentados a seguir.

### 2.5.1 Prova de carga sobre a placa

A prova de carga sobre a placa é um ensaio estático de campo, que pode ser realizado na superfície ou em profundidade, cuja finalidade é verificar o comportamento da fundação quando submetida à compressão e indicar parâmetros

de resistência e deformabilidade do solo (COSTA, 1999). É realizado de acordo com a NBR 6489:2019.

Segundo Barata (1984), o ensaio é considerado o mais antigo ensaio *in situ* de compressão. Teixeira e Godoy (1996) complementam que este surgiu antes das primeiras conceituações de Mecânica dos Solos.

De acordo com a NBR 6489:2019, o ensaio de placa consiste em aplicar esforços estáticos axiais de compressão à placa, de concreto armado ou aço, com diâmetro ou lado mínimo de 0,30 m, e registrar os deslocamentos correspondentes. O ensaio deve atingir pelo menos o dobro da tensão admissível do solo ou o deslocamento máximo estabelecido pelo projetista. A configuração típica do ensaio é ilustrada na Figura 10.

Figura 10 – Ensaio de placa



Fonte: QualiCon, 2018.

A partir da pressão aplicada e do recalque medido, traça-se a curva tensão *versus* deslocamento, ilustrada na Figura 11, que possibilita analisar o comportamento do solo. Existem várias metodologias para interpretar a curva *tensão versus* deslocamento e, assim, determinar a capacidade de carga. Para Alonso (1983), a forma mais simples é através do emprego da Equação 1 e da Equação 2.

$$\sigma_s = \frac{\sigma_r}{2} \quad (kN/m^2) \quad \text{Equação 1}$$

para solos de ruptura geral

$$\sigma_s \leq \begin{cases} \frac{\sigma_{25}}{2} \\ \sigma_{10} \end{cases} \quad (\text{kN/m}^2)$$

Equação 2

para solos de ruptura local

Em que:

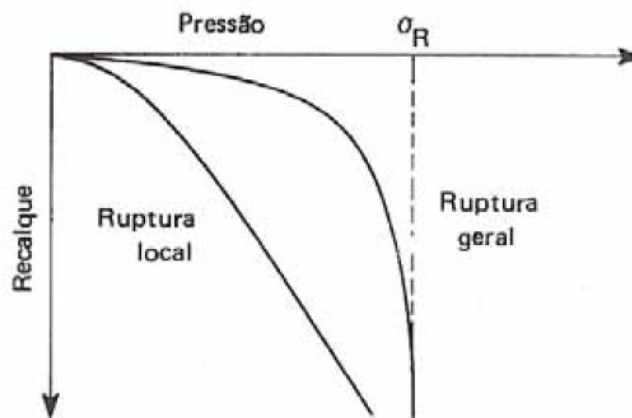
$\sigma_s$ : tensão admissível do solo;

$\sigma_r$ : tensão de ruptura verificada no ensaio de placa ( $\text{kN/m}^2$ );

$\sigma_{25}$ : tensão correspondente ao recalque de 25 mm;

$\sigma_{10}$ : tensão correspondente ao recalque de 10 mm.

Figura 11 – Curva tensão versus deslocamento



Fonte: ALONSO, 1983.

### 2.5.2 Métodos teóricos

De acordo com Moura (2016), a utilização de fórmulas para o cálculo de capacidade de carga, atualmente, é bastante eficaz. As fórmulas são determinadas de acordo com o tipo de ruptura que o solo está condicionado e das condições de carregamento.

Dentre as formulações destacam-se as de: Terzaghi, Vesic, Meyerhof, Skempton e Brinch Hansen. Neste referencial, trataremos das formulações de Terzaghi e Vesic.

### 2.5.2.1 Teoria de Terzaghi

De acordo com Cintra, Aoki e Albiero (2011), o primeiro a desenvolver uma teoria sobre capacidade de carga de um sistema de fundação foi Terzaghi, em 1943. Velloso e Lopes (2011) complementam informando que o autor deu um tratamento racional aos resultados obtidos por Prandtl (1920) na aplicação da teoria da plasticidade aos metais. Para isto, ele admitiu que:

- A resistência ao cisalhamento seria definida pelo termo de coesão ( $c$ ) e pelo ângulo de atrito ( $\phi$ );
- Peso específico ( $\gamma$ ) é constante;
- Solo com comportamento elasto-plástico perfeito;
- Solo homogêneo e isotrópico;
- Estado plano de deformação.

Terzaghi analisou a capacidade de carga de ruptura em solos distintos, ou seja, solos com coesão, não coesivos e puramente coesivos, determinando duas maneiras de ruptura: geral e local (TAVARES, 2017).

Conforme Fabrício e Rossignolo (2017), Terzaghi apresentou três fórmulas para estimar a capacidade de carga do solo, para sapatas quadradas, corridas ou circulares, com cotas de assentamento inferior a sua menor dimensão em planta.

Utilizando um fator de correção para a forma da sapata, a equação de Terzaghi para ruptura geral, é descrita na Equação 3:

$$\sigma_r = cN_cS_c + qN_qS_q + 0,5\gamma N_\gamma S_\gamma B \quad (kN/m^2) \quad \text{Equação 3}$$

Em que,

$c$ : coesão do solo ( $kN/m^2$ );

$q$ : sobrecarga ( $q = \gamma D$ ) ( $kN/m^2$ );

$\gamma$ : peso específico do solo ( $kN/m^3$ );

$B$ : menor dimensão da sapata (m);

$N_c$ ,  $N_q$  e  $N_\gamma$ : fatores de capacidade de carga;

$S_c$ ,  $S_q$  e  $S_\gamma$ : fatores de forma;

Já em solos em que ocorre ruptura local, a equação se modifica para:

$$\sigma_r = c'N'_cS_c + qN'_qS_q + 0,5\gamma N'_\gamma S_\gamma B \quad (\text{kN/m}^2) \quad \text{Equação 4}$$

Em que:

$c'$ : coesão do solo – valor reduzido, dado por:

$$c' = \frac{2}{3} c \quad (\text{kN/m}^2) \quad \text{Equação 5}$$

$q$ : sobrecarga ( $q = \gamma D$ ) ( $\text{kN/m}^2$ );

$\gamma$ : peso específico do solo ( $\text{kN/m}^3$ );

$B$ : menor dimensão da sapata (m);

$N'_c$ ,  $N'_q$  e  $N'_\gamma$ : fatores de capacidade de carga – valores reduzidos;

$S_c$ ,  $S_q$  e  $S_\gamma$ : fatores de forma;

Os valores dos fatores de capacidade de carga e de forma, inteiros e reduzidos, encontram-se no ANEXO A deste trabalho.

### 2.5.2.2 Proposição de Vesic

Aleksandar Vesic é autor de contribuições importantes no cálculo da capacidade de carga de fundações diretas, tanto para solos mais resistentes quanto para solos compressíveis (CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011).

Vesic (1975, *apud* CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011) propõe duas substituições nos fatores da equação geral de Terzaghi para o cálculo de capacidade de carga de solos mais rígidos. A primeira diz respeito à adoção do coeficiente ( $N_\gamma$ ) de Caquot e Kérisel, encontrado através da Equação 6, com isso os valores para os fatores de capacidade de carga são alterados e estão dispostos no ANEXO B.

$$N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \varphi \quad \text{Equação 6}$$

A segunda substituição proposta por Vesic (1975, *apud* CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011), para solos mais rígidos, é a utilização dos fatores de forma de Beer (1967), que se encontram no ANEXO B.

Para solos mais compressíveis, os quais estão sujeitos à ruptura local ou por punção, Vesic (1975 *apud* CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011) sugeriu a inclusão de fatores de compressibilidade em cada uma das parcelas da equação geral. Com isso, toda gama de compressibilidade dos solos é levada em consideração, levando a fórmulas muito complexas.

Então, na ruptura por punção utiliza-se uma redução de 1/3 nos valores de coesão ( $c$ ) e de tangente de ( $\phi$ ) propostos por Terzaghi, e os fatores propostos por Vesic. Já para a ruptura local, devido à ausência de literatura específica, utiliza-se o valor médio de capacidade de carga para ruptura geral e por punção (CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011).

### **2.5.3 Métodos semiempíricos**

A NBR 6122:2019 define que os métodos semiempíricos são os métodos que relacionam resultados de ensaios com tensões admissíveis de projetos, lembrando que, devem ser observadas suas validades de aplicação e limitações.

O fator de segurança global recomendado pela NBR 6122:2019 é de 3,0, porém as correlações usadas na prática produzem diretamente o valor da tensão admissível, dispensando o uso do fator de segurança, mas mantendo a confiabilidade dos resultados (MOURA, 2016).

A Equação 7, a seguir, determina a tensão admissível para fundações diretas, através de correlações com o  $N_{spt}$ . Esta formulação é utilizada no meio técnico brasileiro para o intervalo de  $N_{spt}$  entre 5 e 20 e foi baseada na formulação proposta por Teixeira (1996 *apud* CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011).

$$\sigma_a = \frac{N_{SPT}}{50} + q \quad (kN/m^2) \quad \text{Equação 7}$$

Em que:

$N_{SPT}$ : valor médio dos índices no bulbo de tensões;

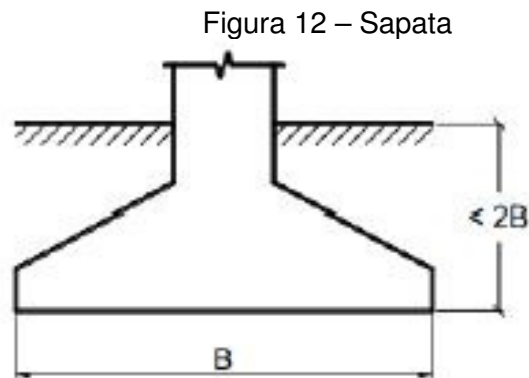
$q$ : sobrecarga, que pode ser considerada ou não ( $kN/m^2$ ).

Existem outras formulações para calcular a tensão admissível correlacionando com ensaios (como SPT e CPT), entretanto, como não é o objetivo

deste trabalho, estas não serão tratadas, porém, tem-se conhecimento de suas existências.

## 2.6 Sapatas

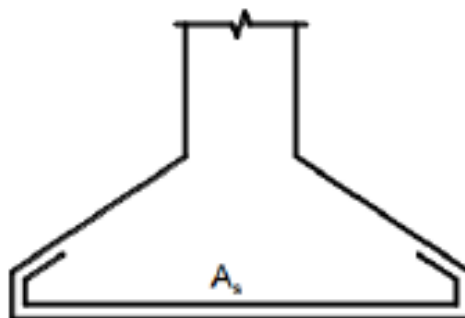
Segundo Bastos (2019), sapata é o elemento de fundação rasa mais usual, que transmite as cargas e ações da superestrutura para o solo através do contato base-solo, conforme a Figura 12, onde (B) é a menor dimensão em planta. Costa (2015) recomenda a utilização de sapatas quando o solo é resistente e o nível d'água do terreno é consideravelmente baixo.



Fonte: BASTOS, 2019.

A NBR 6122:2019 define sapata como o elemento de fundação rasa, de concreto armado, no qual as tensões de tração sejam resistidas pela armadura dimensionada para esse fim, conforme apresentado na Figura 13. Já a NBR 6118:2014 define sapata como uma estrutura de volume usada para transmitir ao solo as cargas da fundação e que necessita de armadura para resistir às tensões de tração.

Figura 13 – Sapata com armadura principal



Fonte: BASTOS, 2019.

Existem formatos distintos de sapatas, que dependem, de modo geral, da forma do pilar que se apoia nela (REBELLO, 2009).

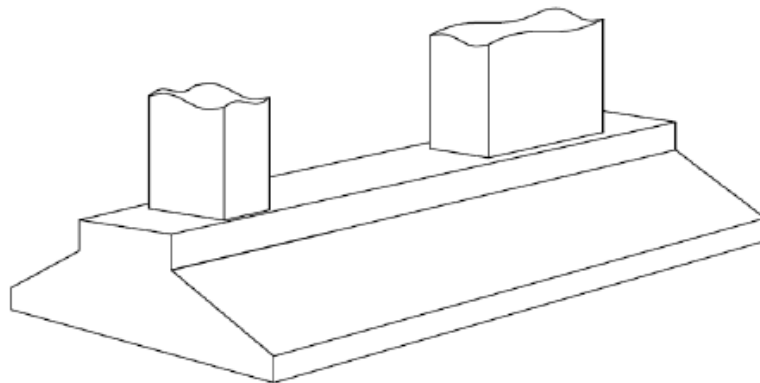
### **2.6.1 Sapata associada**

Quando as cargas estruturais são muito altas, pode não ser possível projetar uma sapata isolada para cada pilar, pois estes ficariam muito próximos e suas respectivas sapatas se sobreporiam. Para este caso é necessário o emprego de uma única sapata para dois ou mais pilares (FALCONI *et al.*, 1998).

De acordo com Rebello (2009), para sapatas associadas pode-se ou não ser utilizado uma viga de rigidez, conforme ilustrado na Figura 14.

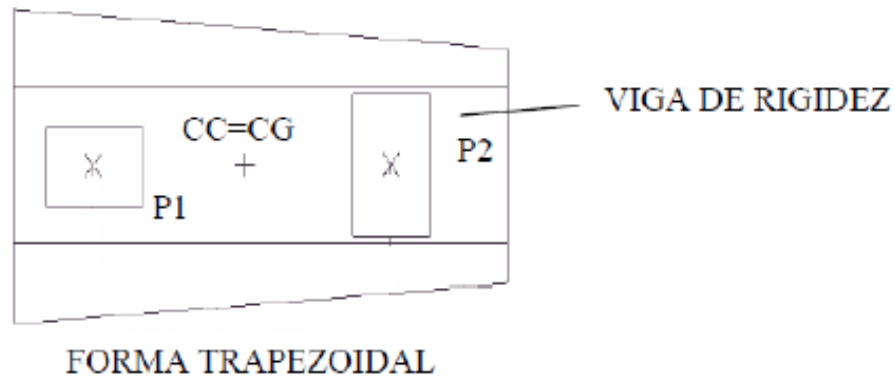
Para casos em que as ações dos pilares são similares pode-se empregar uma sapata corrida simples, já em casos em que as ações exercidas pelos pilares variam, recomenda-se o uso de um plano de base trapezoidal, para que o centro de gravidade da sapata coincida com o centro de carga dos pilares (SILVA e GIONGO, 2008), condição ilustrada na Figura 15.

Figura 14 – Sapata associada com viga de rigidez



Fonte: PEREIRA, 2013.

Figura 15 – Sapata associada trapezoidal



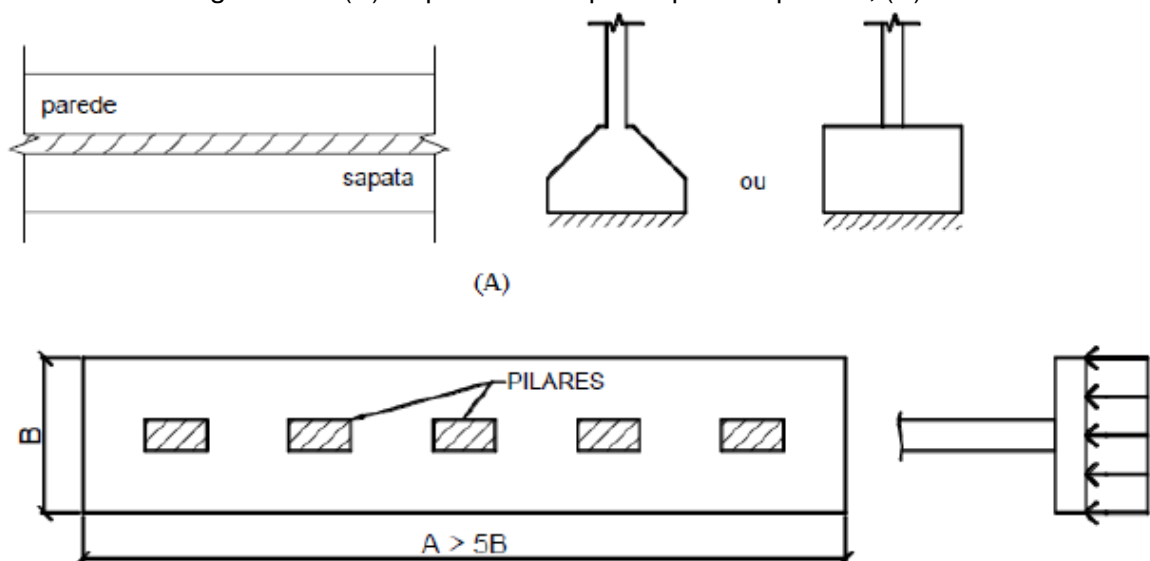
Fonte: Adaptado de REBELLO, 2009.

### 2.6.2 Sapata corrida

A sapata corrida é recomendada para construções de edificações com pequenos vãos, muros, paredes de reservatório e piscinas. É uma estrutura contínua, localizada sob as paredes, de forma que o peso da construção seja distribuído linearmente para o solo (BORGES, 2017).

Para uma sapata ser considerada corrida, de acordo com a NBR 6122:2019, deve estar sujeita à uma carga distribuída linearmente ou receber o carregamento de três ou mais pilares em um mesmo alinhamento, desde que representem menos de 70% das cargas da estrutura, como mostra a Figura 16.

Figura 16 – (A) Sapata corrida para apoio de parede; (B) Pilares alinhados



Fonte: BASTOS, 2019

### 2.6.3 Sapata de divisa

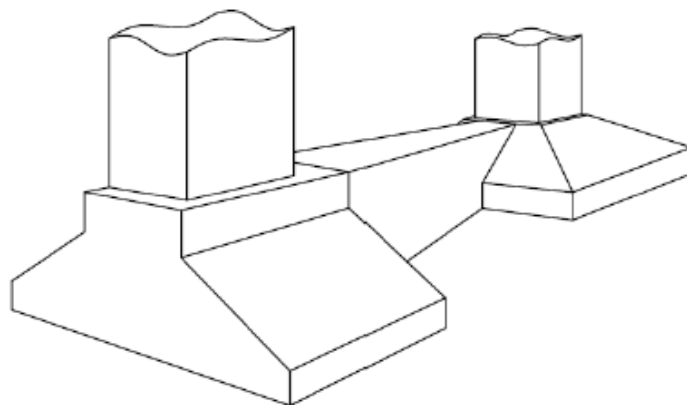
Segundo Lima (2015), a sapata de divisa, também conhecida como sapata alavancada ou sapata com viga de equilíbrio, ilustrada na Figura 17, é utilizada quando há pilares de divisa, ou seja, quando por limitação construtiva ou do terreno, o pilar não pode ficar posicionado de forma centralizada sobre a sapata. Tem a função de transmitir a carga do pilar para o centro de gravidade da sapata e resistir aos momentos fletores causados pelas excentricidades da carga do pilar.

A NBR 6122:2019 define viga alavanca ou viga de equilíbrio como um:

Elemento estrutural que recebe as cargas de um ou dois pilares (ou pontos de carga) e é dimensionado de modo a transmiti-las centradas às fundações. Da utilização de viga de equilíbrio resultam cargas nas fundações diferentes das cargas dos pilares nelas atuantes.

Quando utiliza-se vigas alavancas pode ocorrer uma redução das ações na sapata interna, devendo esta ser dimensionada considerando um alívio de 50% na solicitação, e quando a soma dos alívios totais resultar em tração na fundação do pilar aliviado, a sapata deve ser dimensionada para suportar a tração total e pelo menos metade da carga de compressão do pilar, sem considerar o alívio (NBR 6122, ABNT, 2019).

Figura 17 – Sapata de divisa com viga de equilíbrio



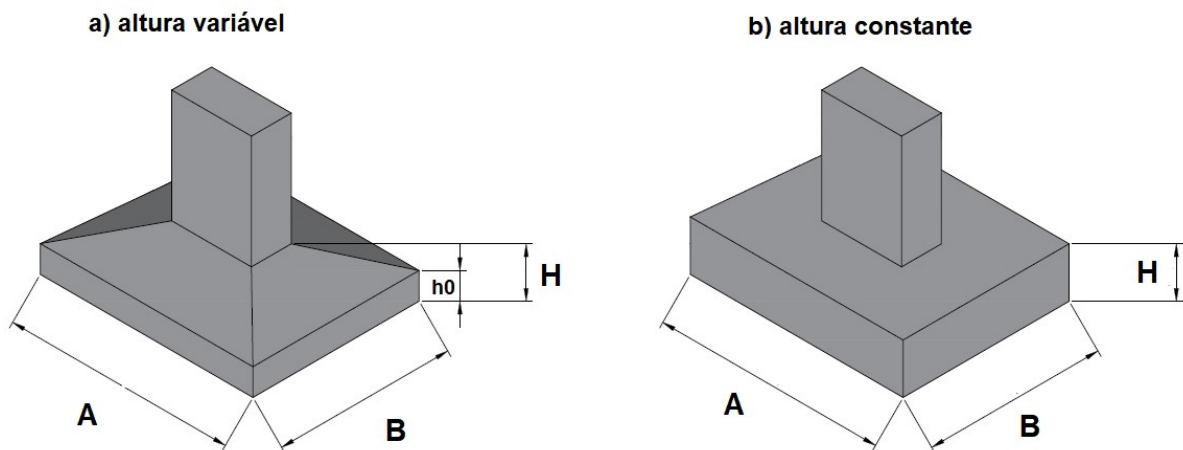
Fonte: PEREIRA, 2013.

## 2.7 Sapatas isoladas

De acordo com Silva (1998), é o tipo de sapata mais comum. Recebe ações, centradas ou excêntricas, de um único pilar. Podem ser quadradas,

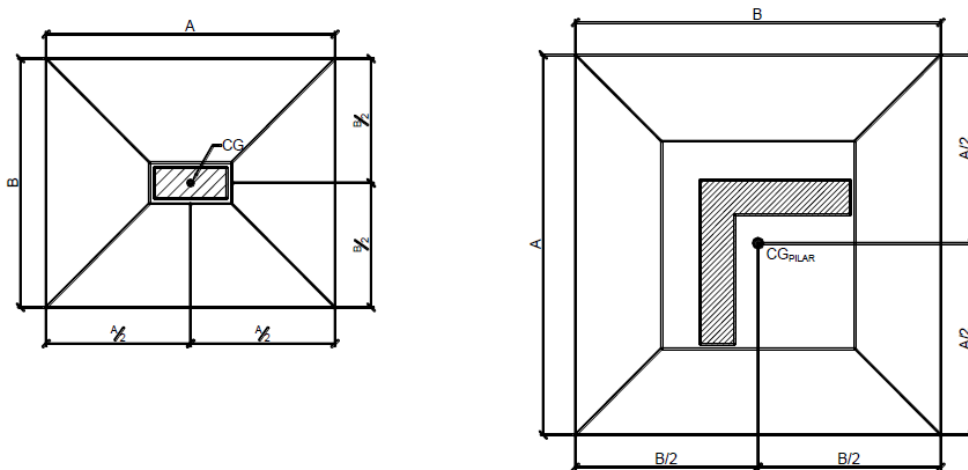
retangulares ou circulares, com altura constante ou variável, conforme a Figura 18. Delalibera (2006) acrescenta que o centro de gravidade da sapata deve coincidir com o centro de gravidade do pilar, independentemente de sua forma, condição ilustrada na Figura 19.

Figura 18 – Sapata isolada



Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

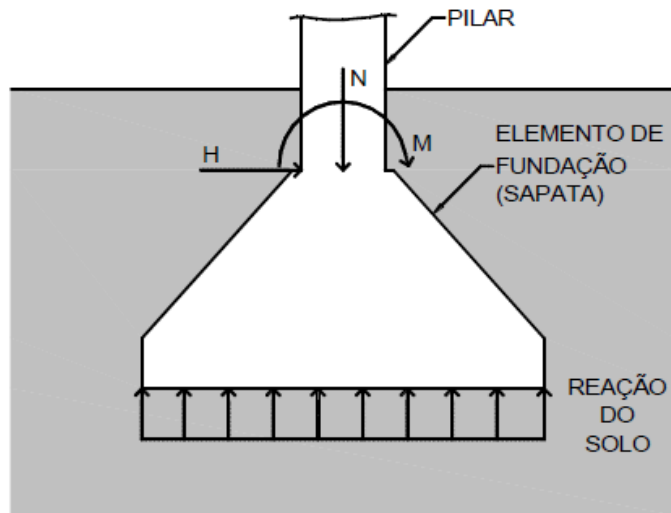
Figura 19 – Centro geométrico de pilares coincidentes com o da sapata



Fonte: BASTOS, 2019.

As ações mais comuns em sapatas são a força normal ( $N$ ), os momentos fletores, em uma ou duas direções ( $M_x$  e  $M_y$ ), e a força horizontal ( $H$ ), conforme esquematizado na Figura 20. Para que uma sapata não deixe de ser isolada e passe ser do tipo corrida, sua maior dimensão da base não deve superar cinco vezes a largura (BASTOS, 2019).

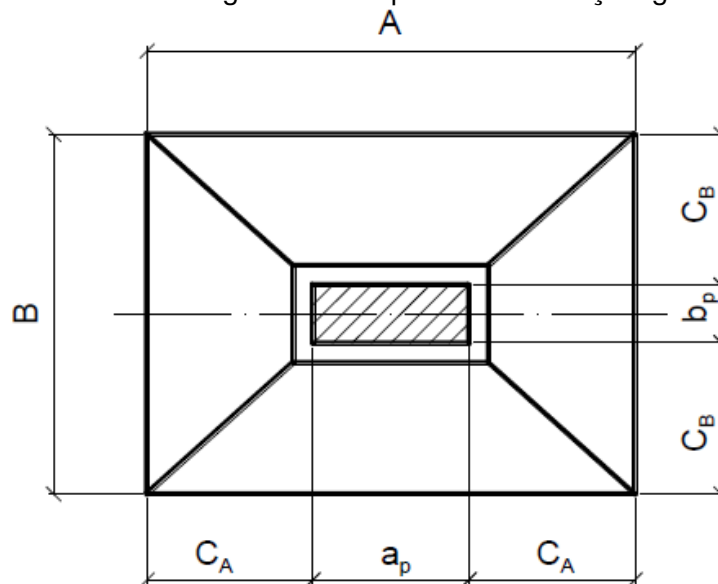
Figura 20 – Ações atuantes em sapatas



Fonte: BASTOS, 2019.

A NBR 6122:2019 limita a dimensão mínima das sapatas em 60 cm, porém, existe uma recomendação prática que, para edifícios de múltiplos pavimentos, em que a dimensão mínima usual é de 80 cm. Outra recomendação prática, agora, em relação ao dimensionamento econômico, é que os balanços da sapata sejam iguais nas duas direções ( $C_A$  e  $C_B$ ) e que  $A \leq 2,5B$ , conforme a Figura 21 (BASTOS, 2019).

Figura 21 – Sapata com balanços iguais



Fonte: BASTOS, 2019.

O ACI-318:2019 não define dimensões mínimas em planta para sapatas, porém estabelece que a altura mínima de ( $h_0$ ), que pode ser vista na Figura 18, deve ser 20 cm. Campos (2015) determina que a altura mínima  $h_0$  deve satisfazer a seguinte condição:

$$h_0(cm) \geq \begin{cases} h/3 \\ 20 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{Equação 8}$$

Já Bastos (2019) sugere que o topo da sapata deva ter uma seção maior, cerca de 2,5 ou 3 cm, do que a seção do pilar, para facilitar a montagem das fôrmas, e que a altura mínima de  $h_0$  satisfaça:

$$h_0(cm) \geq \begin{cases} h/3 \\ 15 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{Equação 9}$$

De acordo com Campos (2015), deve-se observar se a altura do elemento de fundação é suficiente para ancorar a armadura do pilar.

Para possibilitar uma economia de concreto, as sapatas apresentam-se, na maioria das vezes, com sua altura variando linearmente, conforme o item (a) da Figura 18. O ângulo gerado pela variação da altura, calculado pela Equação 10, com a horizontal, deve ser igual ou inferior a  $30^\circ$ , evitando a necessidade do uso de fôrmas (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ, 1973 *apud* CAMPOS, 2015). Rebello (2019) destaca que o não uso de formas para ângulos de  $30^\circ$  é para os casos onde o concreto apresenta *slump* normal.

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{h - h_0}{C} \right) \quad \text{Equação 10}$$

Em que ( $C$ ) é o balanço da sapata.

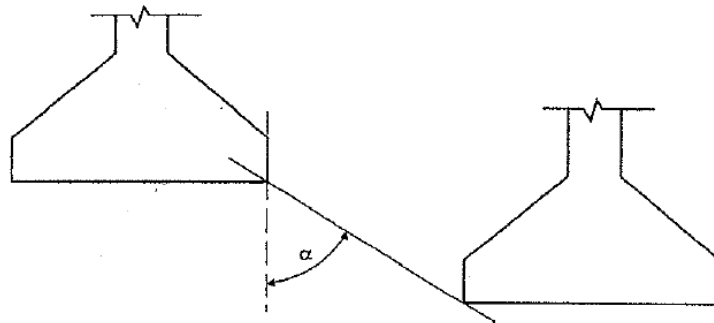
Em relação à profundidade mínima de assentamento, a norma ACI-318:2019 e o boletim CEB:1970, não estabelecem nenhum valor mínimo. Já a NBR 6122:2019, estabelece que na divisa de terreno a profundidade não deve ser menor que 1,5 m, salvo quando estiverem assentadas sobre rocha.

A NBR 6122:2019 ainda define que todas as partes da sapata, que estão em contato com solo, devem ser concretadas sobre um lastro de concreto de, no mínimo, 5 cm de espessura.

De acordo com a NBR 6122:2019, para sapatas próximas, porém em cotas diferentes, deve-se respeitar um ângulo ( $\alpha$ ), formado pela reta de declive entre os bordos conforme mostrado na Figura 22. O valor de ( $\alpha$ ) varia para cada tipo de solo e tem os seguintes valores:

- a) Solos pouco resistentes:  $\alpha \geq 60^\circ$ ;
- b) Solos resistentes:  $\alpha \geq 45^\circ$ ;
- c) Rochas:  $\alpha \geq 30^\circ$ .

Figura 22 – Sapatas próximas e em cotas diferentes



Fonte: ABNT NBR 6122, 2019.

### **2.7.1 Classificação relativa à rigidez**

As sapatas, em relação ao seu comportamento estrutural e dimensões, podem ser classificadas em rígidas ou flexíveis. Esta classificação é muito importante para entender a distribuição das tensões na base da sapata e direcionar o método de dimensionamento estrutural (MONTROYA, 1973).

Segundo ANDRADE (1989), a resistência do solo também influencia na definição da rigidez da sapata. Para solos de baixa resistência ( $\sigma_a < 150 \text{ kN/m}^2$ ) e pequenas solicitações, recomenda-se o uso de sapatas flexíveis. Já as sapatas rígidas são recomendadas para solicitações mais altas e solo com relativa resistência.

### 2.7.1.1 Classificação das sapatas de acordo com a NBR 6118:2014

A NBR 6118:2014 determina que a sapata será considerada rígida se ela atender a seguinte condição:

$$h \geq \frac{A - a_p}{3} \quad (cm) \quad \text{Equação 11}$$

Em que:

$h$ : altura da sapata (cm);

$A$ : dimensão da sapata na direção calculada (cm);

$a_p$ : dimensão do pilar na mesma direção (cm).

### 2.7.1.2 Classificação das sapatas de acordo com o CEB:1970

Baseado nos estudos realizados por Montoya (1973) e Lebellet (1936), o CEB:1970 classifica uma sapata como rígida, quando:

$$0,5 \leq \tan \beta \leq 1,5 \rightarrow 26,6^\circ \leq \beta \leq 56,3^\circ \quad \text{Equação 12}$$

Ou

$$\frac{A(cm) - a_p(cm)}{4} \leq h(cm) \leq 1,5 \left( \frac{A(cm) - a_p(cm)}{2} \right) \quad \text{Equação 13}$$

Em que:

$\tan \beta$ : equivale  $h/C$ , com  $C$  = balanço da sapata.

### 2.7.1.3 Classificação das sapatas de acordo com o ACI-318:2019

A norma norte americana não estabelece nenhuma classificação quanto à rigidez da sapata.

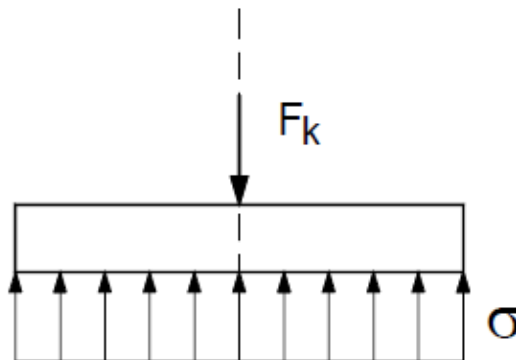
### 2.7.2 Classificação relativa à solicitação

As sapatas podem ser solicitadas por uma carga central ou por carga excêntrica.

Segundo Alva (2007), quando a carga vertical do pilar passa pelo centro de gravidade da sapata, esta é denominada sapata sob carga centrada. Neste caso, a distribuição das tensões do solo na base da sapata é considerada uniforme e constante, conforme demonstrado na Figura 23, e é igual a razão entre a carga vertical ( $F_k$ ) e a área da sapata ( $A_{sap}$ ), conforme a Equação 14.

$$\sigma = \frac{F_k}{A_{sap}} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 14}$$

Figura 23 – Sapata sob carga centrada

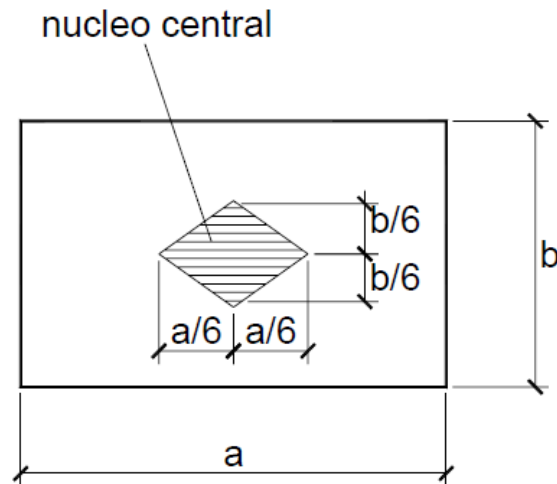


Fonte: ALVA, 2007.

Na prática, encontramos muitas cargas verticais sendo aplicadas de forma excêntrica ao centro de gravidade da sapata, o que ocasiona momentos fletores. As solicitações geradas pelo vento, por exemplo, podem transmitir momentos em uma ou nas duas direções principais, gerando na base da sapata solicitações de flexão normal composta ou oblíqua composta (ALVA, 2007).

Através das expressões clássicas da Resistência dos Materiais, obtém-se a tensão máxima. O ponto de aplicação da força vertical implicará na distribuição das tensões. Se essa força for aplicada em uma região específica, denominada núcleo central de inércia, que pode ser vista na Figura 24, as tensões na base da sapata serão somente de compressão (ALVA, 2007), conforme a Figura 25.

Figura 24 – Núcleo central em sapatas de base retangular



Fonte: ALVA, 2007.

O ponto de aplicação da força vertical, com excentricidade ( $e$ ) conforme ilustrado na Figura 25, é obtido pela razão entre o momento e a força normal.

Alva (2007) explica que quando a excentricidade ocorre em apenas uma direção e dentro do núcleo de inércia, os valores máximo e mínimo da tensão, poderão ser obtidos pela Equação 15 e Equação 16.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{F}{A_{sap}} + \frac{M}{W} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 15}$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \frac{F}{A_{sap}} - \frac{M}{W} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 16}$$

Em que:

$F$ : força vertical na sapata (kN);

$A_{sap}$ : área da sapata em planta ( $cm^2$ );

$M$ : momento aplicado ou gerado pela excentricidade (kN.cm);

$W$ : módulo de resistência elástica da base na sapata, que para bases retangulares é igual a:

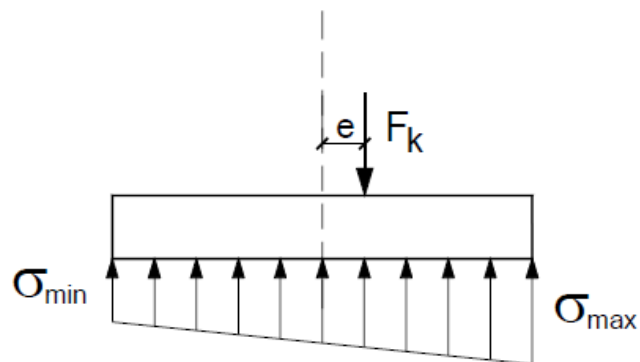
$$W = \frac{b a^2}{6} \quad (\text{cm}^3) \quad \text{Equação 17}$$

em que:

$a$ : dimensão da sapata na direção analisada (cm);

$b$ : dimensão da sapata na direção perpendicular à analisada (cm).

Figura 25 – Excentricidade aplicada dentro do núcleo central de inércia



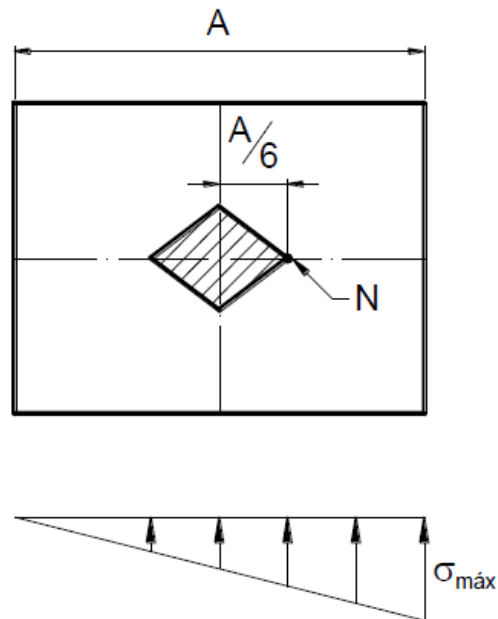
Fonte: ALVA, 2007.

Quando a ação aplicada está no limite do núcleo central de inércia, condição ilustrada na Figura 26, a tensão mínima é nula e o valor da tensão máxima é obtido a partir da expressão simplificada:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 2 \frac{F}{A_{sap}} \quad (\text{kN/cm}^2) \quad \text{Equação 18}$$

em que ( $F$ ) é a força vertical aplicada (kN) na sapata e ( $A_{sap}$ ) a área da base ( $\text{cm}^2$ ).

Figura 26 – Excentricidade aplicada no limite do núcleo central de inércia



Fonte: BASTOS, 2019.

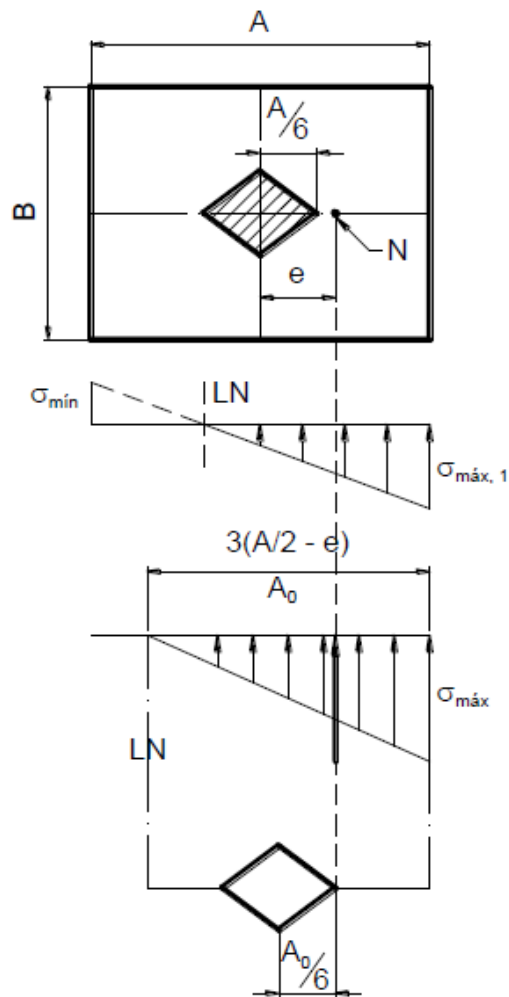
De acordo com Bastos (2019), no caso da excentricidade aplicada fora do núcleo central de inércia, apenas uma parte da sapata está sendo comprimida, conforme representado na Figura 27.

Para tal comportamento, adota-se um novo diagrama triangular, do qual se exclui a zona tracionada, e coincide-se o centro geométrico do triângulo com o limite do novo núcleo central de inércia. Destaca-se que não ocorre tensão de tração na base da sapata, já que o solo não é capaz de proporcionar este efeito.

Desta forma, a tensão máxima de compressão aumenta para:

$$\sigma_{máx} = \frac{2F}{3B \left( \frac{A}{2} - e \right)} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 19}$$

Figura 27 – Excentricidade aplicada fora do núcleo central de inércia



Fonte: BASTOS, 2019.

Já para excentricidade nas duas direções, utilizam-se as expressões de flexão composta oblíqua.

Quando a condição da Equação 20 é satisfeita, a ação está aplicada dentro ou no limite do núcleo central de inércia. As tensões máxima e mínima são dadas pela Equação 21 e Equação 22.

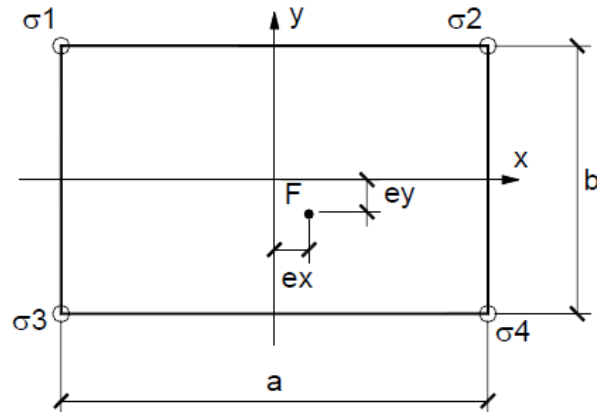
$$\frac{e_a}{A} + \frac{e_b}{B} \leq \frac{1}{6} \quad \text{Equação 20}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{F}{A_{\text{sap}}} + \frac{M_X}{W_X} + \frac{M_Y}{W_Y} \quad (\text{kN/cm}^2) \quad \text{Equação 21}$$

$$\sigma_{\text{mín}} = \frac{F}{A_{\text{sap}}} - \frac{M_X}{W_X} - \frac{M_Y}{W_Y} \quad (\text{kN/cm}^2) \quad \text{Equação 22}$$

A Figura 28 apresenta a disposição das tensões na base da sapata e o eixo adotado como positivo. Para disposições diferentes deve-se analisar o tipo de sollicitação.

Figura 28 – Sapata sob carga excêntrica nas duas direções



Fonte: ALVA, 2007.

Para o modelo da Figura 28, as tensões são dadas pelas equações a seguir.

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_{sap}} - \frac{M_X}{W_X} - \frac{M_Y}{W_Y} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 23}$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{A_{sap}} - \frac{M_X}{W_X} + \frac{M_Y}{W_Y} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 24}$$

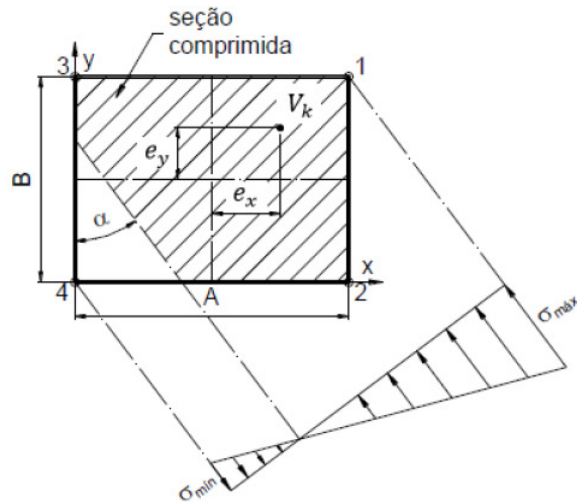
$$\sigma_3 = \frac{F}{A_{sap}} + \frac{M_X}{W_X} - \frac{M_Y}{W_Y} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 25}$$

$$\sigma_4 = \frac{F}{A_{sap}} + \frac{M_X}{W_X} + \frac{M_Y}{W_Y} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 26}$$

Quando a carga excêntrica estiver aplicada fora do núcleo central de inércia, apenas uma parte da sapata sofrerá compressão, conforme representado na Figura 29, não se admitindo tensões de tração no contato sapata-solo. Para isto, Alva (2007) indica que a área da sapata deve ser calculada através de equações de

equilíbrio entre as ações verticais e as reações do solo sobre a sapata, podendo também se utilizar ábacos, como os de Montoya *et al.* (1973).

Figura 29 – Tensões na base da sapata sob carga excêntrica nas duas direções



Fonte: Adaptado de BASTOS, 2019.

Para determinar as tensões na base da sapata através do Ábaco de Montoya (ANEXO D) deve-se primeiramente determinar os valores dos parâmetros  $(e_x/A)$  e  $(e_y/B)$ , e a partir deles, encontrar os valores de  $(k_1)$ ,  $(k_4)$  e  $(\alpha)$ , posteriormente pode-se calcular as tensões através das seguintes equações:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_1 = \frac{F}{k_1 A_{sap}} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 27}$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \sigma_4 = -k_4 \sigma_1 \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 28}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_4) \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 29}$$

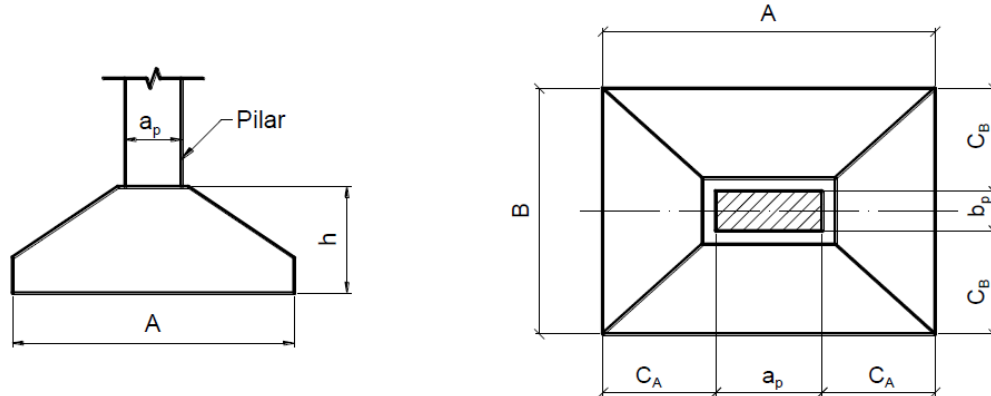
$$\sigma_3 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_4) \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 30}$$

## 2.8 Dimensionamento geométrico

De acordo com Alonso (1983 *apud* SILVA e GIONGO, 2008), para determinar as dimensões em planta de uma sapata, ilustradas na Figura 30, a fim de se obter elementos mais econômicos, recomenda-se:

- Coincidir o centro de gravidade do pilar e da sapata;
- A relação entre os lados (A) e (B) da sapata ser menor ou igual a 2,5;
- Os balanços nas duas direções serem iguais.

Figura 30 – Dimensões em planta de uma sapata



Fonte: BASTOS, 2019.

### 2.8.1 Dimensões em planta

Seguindo estas considerações, a área inicial da sapata pode ser encontrada através da equação:

$$A_{sap} = \frac{\alpha \beta N_k}{\sigma_a} \quad (cm^2) \quad \text{Equação 31}$$

Em que:

$A_{sap}$ : área da sapata;

$\alpha$ : coeficiente do peso próprio da sapata;

$\beta$ : coeficiente para consideração de momentos fletores;

$\sigma_a$ : tensão admissível do solo ( $kN/cm^2$ );

$N_k$ : esforço normal característico (kN).

Encontrada a área necessária para a base da sapata, calculam-se os valores de  $(A)$  (Equação 33) e  $(B)$  (Equação 32) adotando a condição de balanços iguais. Com esse método, o dimensionamento é considerado mais econômico e as armaduras de flexão ficam, aproximadamente, iguais nas duas direções (BASTOS, 2019).

$$B = \frac{b_p - a_p}{2} + \sqrt{\frac{(b_p - a_p)^2}{4} + A_{sap}} \quad (cm) \quad \text{Equação 32}$$

$$A = \frac{A_{sap}}{B} \quad (cm) \quad \text{Equação 33}$$

Os valores encontrados para as dimensões  $A$  e  $B$  são considerados iniciais, uma vez que ainda não foram aplicadas as parcelas dos momentos fletores. Por recomendações práticas, adota-se o múltiplo de 5 cm próximo superior para os valores de  $A$  e  $B$  (BASTOS, 2019).

### 2.8.2 Cálculo da altura da sapata

Bastos (2019) define que há três condições para determinar a altura da sapata: pela sua rigidez, pela ancoragem das armaduras do pilar e pela resistência ao cisalhamento.

A Equação 11 e a Equação 13 determinam a altura da sapata pela sua classificação quanto à rigidez.

Para que a armadura do pilar consiga ancorar na sapata, a altura útil ( $d$ ) deve ser maior que o comprimento de ancoragem ( $l_b$ ) necessário para as barras longitudinais do pilar (BASTOS, 2019), conforme ilustrado na Figura 31. Para barras comprimidas a ancoragem é feita de forma retilínea, ou seja, sem gancho. Em caso de barras tracionadas, seu comprimento deve considerar o gancho na extremidade, dentro da sapata.

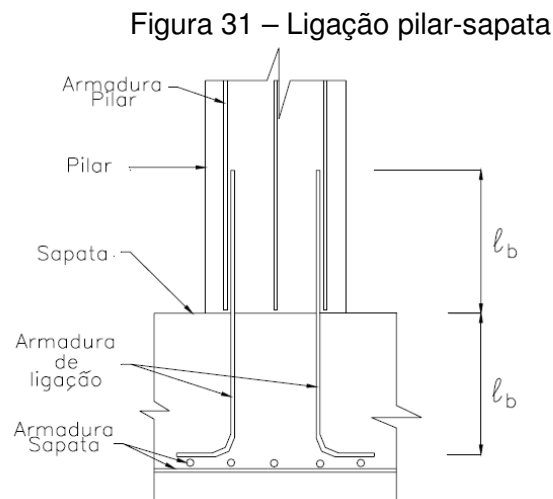
Para atender a condição do comprimento de ancoragem, a altura da sapata é dada por:

$$h = l_b + c_{nominal} + \phi \quad (cm) \quad \text{Equação 34}$$

O valor da altura útil ( $d$ ) é diferente para cada direção e depende da disposição das barras. Como, nesta etapa de cálculo, ainda não se sabe a disposição das barras, a NBR 6118:2014, item 19.5.2.1, recomenda-se utilizar a Equação 35, como média dos dois valores.

$$d = h - c_{nominal} - \phi \quad (cm) \quad \text{Equação 35}$$

De maneira simplificada, os valores para os comprimentos de ancoragem podem ser calculados pela utilização do quadro elaborado por Marcos Vinícius e Libânio Pinheiro, de acordo com a NBR 6118:2014, disposto no ANEXO C.



Fonte: SILVA, 1998.

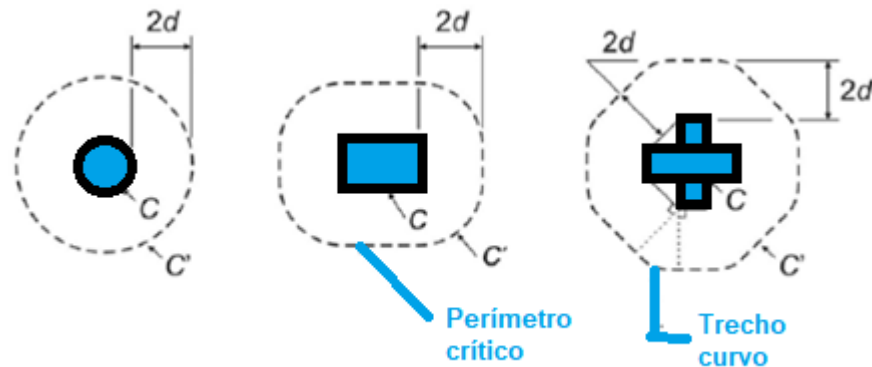
A terceira condição para determinar a altura da sapata considera a altura necessária para que não seja empregado o uso de armadura transversal. Pode ser calculado conforme descrito pelo CEB:1970 e pela NBR 6118:2014, que serão abordados mais adiante.

Segundo a NBR 6118:2014 as sapatas classificadas como flexíveis, trabalham ao cisalhamento pelo fenômeno da punção. As superfícies que devem ser verificadas quanto à punção, estão ilustradas na Figura 32.

A verificação ao cisalhamento é uma etapa realizada apenas nas etapas finais do dimensionamento, sendo assim, é uma condição limitante da altura, não possibilitando utilizá-la para determinar uma altura inicial.

A altura da sapata será o maior valor entre os três encontrados.

Figura 32 – Perímetro crítico em pilares internos



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118, 2014.

## 2.9 Punção

A punção, em estruturas de concreto armado, é o efeito de ruptura transversal, por cisalhamento, na região submetida a carregamentos localizados. Ela se caracteriza por ruptura do tipo frágil e pelo deslocamento vertical ao longo da superfície da estrutura (CORDOVIL, 1997). Segundo Pinheiro (2013), a superfície de ruptura, em sapatas, tem formato de tronco de cone e apresenta inclinação de 45° em relação ao plano da base da sapata. Moraes (1976) destaca que é importante verificar a tensão de punção no dimensionamento de sapatas flexíveis.

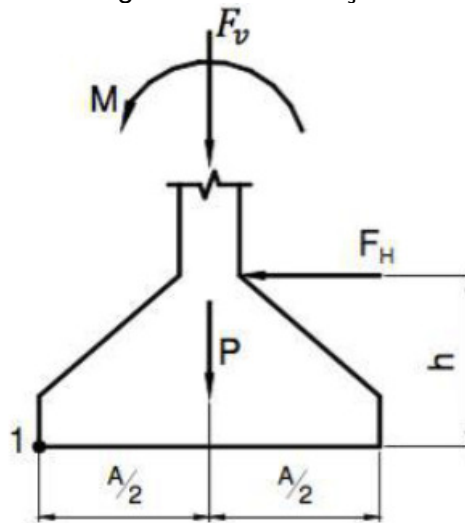
## 2.10 Verificações de estabilidade

Em sapatas com solicitações de força horizontal e/ou momentos, é necessário verificar a estabilidade correspondente. Existem dois tipos de verificação: ao tombamento e ao deslizamento.

### 2.10.1 Verificação da segurança ao tombamento

Segundo Bastos (2019), a verificação ao tombamento é feita através da comparação dos momentos, em torno de um ponto (1), como se vê na Figura 33.

Figura 33 – Solicitação na sapata



Fonte: BASTOS, 2019.

O momento de tombamento e momento de estabilização são dados pelas equações a seguir.

$$M_{tomb} = M + F_H h \quad (kN.cm) \quad \text{Equação 36}$$

$$M_{estab} = (F_v + P_{próprio}) \frac{A}{2} \quad (kN.cm) \quad \text{Equação 37}$$

Para que haja estabilidade, Montoya (1973) define que a seguinte condição deve ser atendida:

$$\gamma_{tomb} = \frac{M_{estab}}{M_{tomb}} \geq 1,5 \quad \text{Equação 38}$$

### 2.10.2 Verificação da segurança ao deslizamento

Bastos (2019) define que, na verificação da segurança ao deslizamento, deve-se garantir que a força de atrito entre a base da sapata e o solo seja superior às forças horizontais atuantes. Segundo ele, o efeito favorável do empuxo passivo pode ser desprezado, uma vez que não se tem garantia da permanência da sua atuação.

$$F_{atrito} = (F_v + P_{próprio}) \tan\left(\frac{2}{3}\varphi\right) \quad (kN) \quad \text{Equação 39}$$

$$F_{coesão} = A_{sap} \left(\frac{1}{2}c\right) \quad (kN) \quad \text{Equação 40}$$

em que:

$\varphi$  : ângulo de atrito entre o solo e o concreto;

$c$ : coesão do solo;

$A_{sap}$ : dimensão da base em contato com o solo.

Para que a condição de segurança ao deslizamento seja atendida, deve-se satisfazer:

$$\gamma_{esc} = \frac{F_{atrito} + F_{coesão}}{F_H} \geq 1,5 \quad \text{Equação 41}$$

Segundo Moraes (1976), o valor do ângulo de atrito entre o solo e concreto ( $\varphi$ ) deve ser inferior ao valor do ângulo de atrito interno do solo.

## 2.11 Dimensionamento estrutural

### 2.11.1 NBR 6118:2014

A NBR 6118:2014 não determina critérios técnicos específicos para o dimensionamento estrutural de sapatas. A norma apenas define que para o dimensionamento deve-se utilizar de modelos tridimensionais lineares ou modelos biela-tirante tridimensionais, e, quando necessário, utilizar modelos de flexão.

#### 2.11.1.1 Sapatas rígidas

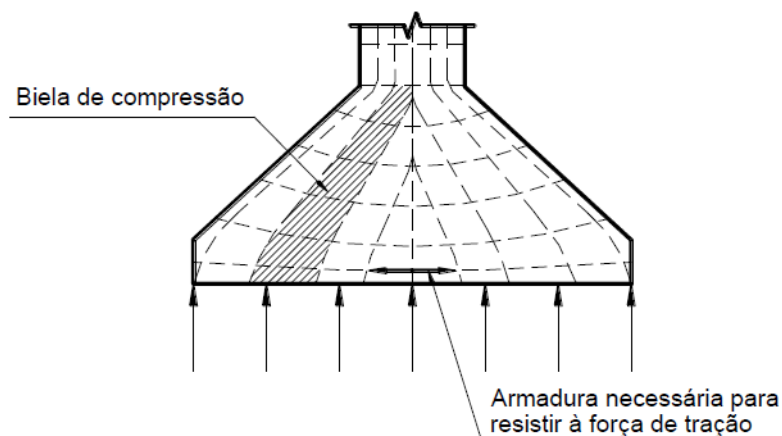
Segundo a NBR 6118:2014, as sapatas rígidas são caracterizadas, em relação ao seu comportamento estrutural, pelo trabalho à flexão e ao cisalhamento nas duas direções, sendo que a tração de flexão é distribuída de forma uniforme, e, conseqüentemente, sua armadura é distribuída de forma constante ao longo da

dimensão da sapata. Entretanto, a compressão não se apresenta de forma constante, já que há concentração de tensões na região do pilar.

A NBR 6118:2014 ainda define que, em sapatas rígidas, não ocorre ruptura por tração diagonal, e sim, por compressão diagonal. Mencionado isso, em sapatas rígidas dispensa a verificação à punção, sendo necessária apenas a verificação da biela comprimida, ou seja, da compressão diagonal.

Conforme já exposto, as normas brasileiras não apresentam, para o dimensionamento estrutural de sapatas rígidas, um modelo de cálculo específico. Um método largamente utilizado é o método proposto por Lebellet (1936 *apud* Guerrin, 1955), denominado de método das bielas. De acordo com Bastos (2019), neste método a carga é transferida do pilar para a base da sapata através de bielas de concreto comprimido, que geram tensões de tração na base, as quais devem ser resistidas pela armadura, conforme pode ser visto na Figura 34. Guerrin (1955) verificou ainda, através de ensaios, que não ocorre ruptura por compressão da biela de concreto, dispensando assim, sua verificação.

Figura 34 – Bielas de compressão em sapatas rígidas



Fonte: BASTOS, 2019.

A partir do esquema de forças, apresentado na Figura 35, calculam-se os esforços de tração na armadura. Considerando somente a direção  $x$ , a equação da força de tração na base da sapata ( $T_x$ ) pode ser demonstrada, segundo Bastos (2019), da seguinte forma:

$$dT = dN \cos \alpha$$

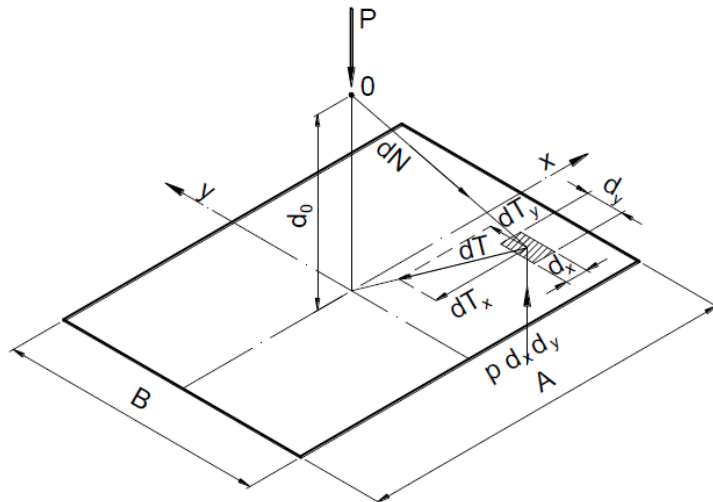
Equação 42

$$dF_v = dN \operatorname{sen} \alpha \therefore dN = \frac{dF_v}{\operatorname{sen} \alpha} \quad \text{Equação 43}$$

Sabendo que ( $F_v$ ) é a ação vertical, ( $dT$ ) é a tração infinitesimal na base da sapata, ( $d_0$ ) é a altura útil da sapata e ( $dN$ ) é a tensão de compressão infinitesimal na biela de compressão, e substituindo a Equação 43 na Equação 42, tem-se:

$$dT = \frac{dF_v}{\operatorname{sen} \alpha} \operatorname{cos} \alpha = \frac{dF_v}{\operatorname{tg} \alpha} = p \, dx \frac{x}{d_0} \quad \text{Equação 44}$$

Figura 35 – Representação do método das bielas



Fonte: BASTOS, 2019.

Posteriormente, para obter o esforço de tração total, integra-se:

$$T_x = \int_x^{A/2} \frac{F_v}{d_0} x \, dx = \frac{1}{2} \frac{F_v}{d_0} \left( \frac{A^2}{4} - x^2 \right) \quad \text{Equação 45}$$

$$T_x = \frac{1}{2} \frac{F_v (A - a_p)}{A d} \left( \frac{A^2}{4} - x^2 \right) \quad \text{Equação 46}$$

Assim, quando  $x$  é igual a 0, temos a tração máxima na armadura, que pode ser calculada por:

$$T_x = \frac{F_v (A - a_p)}{8 d} \quad (\text{kN}) \quad \text{Equação 47}$$

O cálculo da área da seção transversal das armaduras, nas duas direções, é dado pelas seguintes equações:

$$A_{s,x} = \frac{\gamma_c \cdot T_{xd}}{f_{yd}} \quad (cm^2) \quad \text{Equação 48}$$

$$A_{s,y} = \frac{\gamma_c \cdot T_{yd}}{f_{yd}} \quad (cm^2) \quad \text{Equação 49}$$

em que:

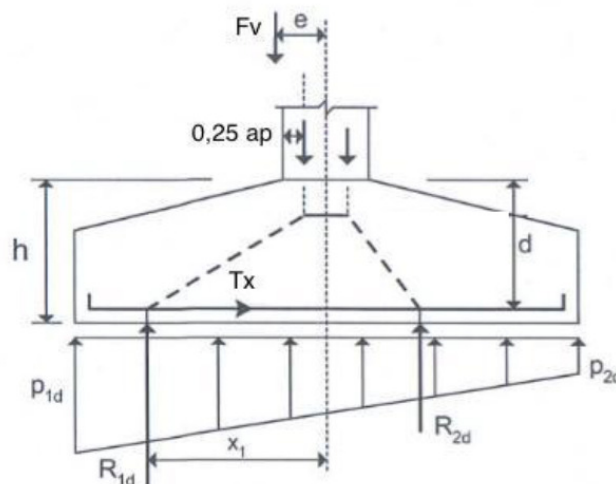
$\gamma_c$  : coeficiente de minoração da resistência do concreto;

$f_{yd}$  : resistência de cálculo do aço à tração.

De acordo com Araújo (2014), no caso de cargas excêntricas, é possível fazer a análise nas direções de forma separada, condição ilustrada na Figura 36, obtendo-se a tração na armadura pela Equação 50, e a área de armadura necessária pela Equação 48 e Equação 49.

$$T_x = \frac{R_{1d}(x_1 - 0,25a_p)}{d} \quad (kN) \quad \text{Equação 50}$$

Figura 36 – Cargas excêntricas



Fonte: Adaptado de ARAÚJO, 2014.

A NBR 6118:2014 não define área mínima de aço para sapatas, porém Silva (1998) recomenda que os valores obtidos para a área de aço devem ser comparados com o valor mínimo recomendado para lajes, segundo a NBR 6118:2014, sendo assim, utiliza-se a Equação 51 para este cálculo. O valor da taxa de armadura mínima ( $\rho_{min}$ ) está presente na Tabela 1.

$$A_{S,min} = \rho_{min} \cdot A_c \quad (cm^2) \quad \text{Equação 51}$$

Tabela 1 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^a$ ( $A_{S,min}/A_c$ ) %							
	20	25	30	35	40	45	50	55
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211
	<b>60</b>	<b>65</b>	<b>70</b>	<b>75</b>	<b>80</b>	<b>85</b>	<b>90</b>	
Retangular	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256	

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{min}$  estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c=1,4$  e  $\gamma_s=1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{min}$  deve ser recalculado.

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

A verificação da biela comprimida é feita, de acordo com o item 19.5.3.1 da NBR 6118:2014, no contorno C, ilustrado na Figura 32, de maneira indireta através da tensão de cisalhamento. Para que seja atendida, a tensão solicitante deve ser menor ou igual a resistente, conforme visto na Equação 52:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \text{Equação 52}$$

Com:

$$\tau_{Rd2} = 0,27\alpha_V f_{cd} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 53}$$

$$\alpha_V = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad \text{Equação 54}$$

E:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{vd}}{u_0 d} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 55}$$

em que: ( $F_{vd}$ ) é a força vertical de projeto, ( $f_{cd}$ ) é a resistência de cálculo a compressão do concreto, ( $f_{ck}$ ) é a resistência característica a compressão do concreto, ( $u_0$ ) é o perímetro do contorno crítico C e ( $d$ ) é a altura útil.

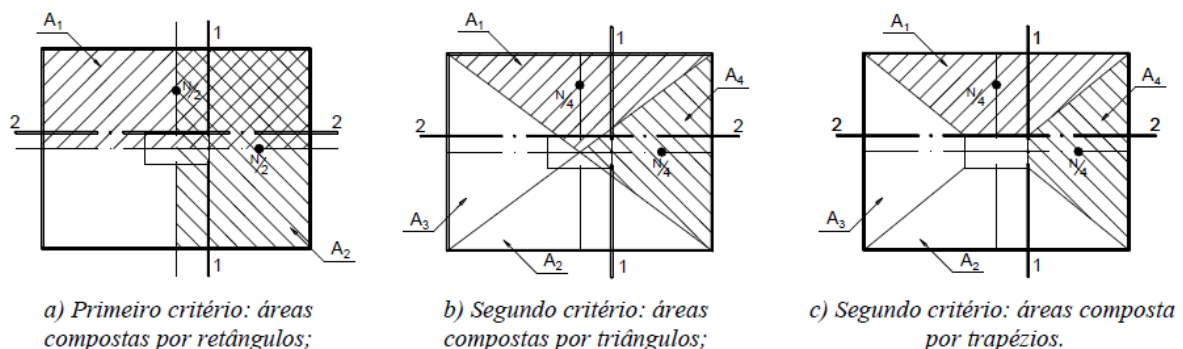
### 2.11.1.2 Sapatas flexíveis

Sabendo que a tração na flexão não ocorre de forma uniformemente distribuída em sapatas flexíveis, a NBR 6118:2014 recomenda avaliar a concentração de flexão junto ao pilar, concentrando uma parte da armadura total na região. A NBR 6118:2014 também recomenda que as sapatas flexíveis sejam verificadas à punção.

Como a NBR 6118:2014 não cita modelos de dimensionamento específicos para sapatas flexíveis, esta pesquisa demonstrará o método clássico, ou método dos quinhões de carga, que pode ser utilizado para dimensionamento deste tipo de sapata.

De acordo com Andrade (1989 *apud* BASTOS, 2019), este método compreende o cálculo do momento fletor no eixo central da sapata e do esforço cortante na seção que confronta com o pilar. É realizado através da determinação de áreas de influência, que podem ser retangulares, triangulares ou trapezoidais, conforme apresentado na Figura 37.

Figura 37 – Tipos de áreas de influência



Fonte: BASTOS, 2019.

O modelo em que se empregam áreas de influência compostas por trapézio é o mais indicado, pois apresenta resultados mais precisos. A utilização do modelo de áreas compostas por triângulos gera resultados parecidos com o modelo

trapezoidal. Já o modelo retangular é considerado antieconômico, uma vez que eleva os valores obtidos (SILVA, 1998).

A tensão aplicada pela sapata no solo ( $p$ ) e a tensão atuante na área do pilar ( $p_{pil}$ ) devido à carga vertical são dadas pelas equações a seguir:

$$p = \frac{N}{A} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 56}$$

$$p_{pil} = \frac{N}{a_p b_p} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 57}$$

Bastos (2019) determina que o cálculo do momento fletor e da força cortante para cada tipo de área pode ser realizado das seguintes maneiras:

a) Considerando a área composta por retângulos:

Os momentos fletores máximos relativos aos lados maior ( $A$ ) e menor ( $B$ ) da sapata são:

$$M_A = \frac{1}{2} p \left(\frac{A}{2}\right)^2 B - \frac{1}{2} p_{pil} \left(\frac{a_p}{2}\right)^2 b_p \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 58}$$

$$M_A = \frac{N}{8} (A - a_p) \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 59}$$

$$M_B = \frac{N}{8} (B - b_p) \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 60}$$

E a força cortante para cada lado é dada por:

$$V_A = \frac{1}{2} p (A - a_p) \quad (kN) \quad \text{Equação 61}$$

$$V_A = \frac{N}{2} \left(1 - \frac{a_p}{A}\right) \quad (kN) \quad \text{Equação 62}$$

$$V_B = \frac{N}{2} \left(1 - \frac{b_p}{B}\right) \quad (kN) \quad \text{Equação 63}$$

b) Considerando a área composta por triângulos:

Os momentos fletores máximos relativos aos lados maior ( $A$ ) e menor ( $B$ ) da sapata são:

$$M_A = \frac{N}{4} \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{A}{2} \right) - \frac{N}{4} \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{a_p}{2} \right) \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 64}$$

$$M_A = \frac{N}{12} (A - a_p) \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 65}$$

$$M_B = \frac{N}{12} (B - b_p) \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 66}$$

E a força cortante para cada lado é dada por:

$$V_A = \frac{1}{2} p (B + b_p) \frac{1}{2} (A - a_p) \quad (kN) \quad \text{Equação 67}$$

$$V_A = \frac{N}{4} \left( 1 - \frac{b_p}{B} \right) \left( 1 - \frac{a_p}{A} \right) \quad (kN) \quad \text{Equação 68}$$

$$V_B = \frac{N}{4} \left( 1 - \frac{b_p}{B} \right) \left( 1 - \frac{a_p}{A} \right) \quad (kN) \quad \text{Equação 69}$$

c) Considerando a área composta por trapézios:

A carga  $\frac{N}{4}$ , valor do esforço normal para cada área do trapézio, é aplicada no centro de gravidade do trapézio, com:

$$x_{CG} = \left( \frac{A - a_p}{6} \right) \left( \frac{2B + b_p}{B + b_p} \right) \quad (cm) \quad \text{Equação 70}$$

Os momentos fletores relativos aos lados maior ( $A$ ) e menor ( $B$ ) da sapata são:

$$M_A = \frac{N}{4} \left[ \left( \frac{A - a_p}{6} \right) \left( \frac{2B + b_p}{B + b_p} \right) + \frac{a_p}{2} \right] - \frac{N}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a_p}{2} \quad \text{Equação 71}$$

(kN.cm)

$$M_A = \frac{N}{4} \left[ \left( \frac{A - a_p}{6} \right) \left( \frac{2B + b_p}{B + b_p} \right) + \frac{a_p}{6} \right] \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 72}$$

$$M_B = \frac{N}{4} \left[ \left( \frac{B - b_p}{6} \right) \left( \frac{2A + a_p}{A + a_p} \right) + \frac{b_p}{6} \right] \quad (kN.cm) \quad \text{Equação 73}$$

E a força cortante para cada lado é dada por:

$$V_A = \frac{1}{2} p (B + b_p) \cdot \frac{1}{2} (A - a_p) \quad (kN) \quad \text{Equação 74}$$

$$V_A = \frac{N}{4} \left( 1 - \frac{b_p}{B} \right) \cdot \left( 1 - \frac{a_p}{A} \right) \quad (kN) \quad \text{Equação 75}$$

$$V_B = \frac{N}{4} \left( 1 - \frac{b_p}{B} \right) \cdot \left( 1 - \frac{a_p}{A} \right) \quad (kN) \quad \text{Equação 76}$$

O método clássico é inviável quando as sapatas também são solicitadas por momentos, já que considera a pressão na base uniforme. A fim de viabilizar o dimensionamento para este caso, Bastos (2019) estabelece a uniformização da pressão na base através da Equação 77.

$$\sigma_{base} \geq \begin{cases} 0,8 \sigma_{m\acute{a}x} \\ \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \end{cases} \quad \text{Equação 77}$$

A verificação da biela comprimida para sapatas flexíveis ocorre de forma similar à verificação em sapata rígidas, vista no item anterior.

A NBR 6118:2014 define que em sapatas flexíveis há a possibilidade de ocorrência de ruptura à punção. A ruptura ocorre na superfície crítica (C'), demonstrada na Figura 32. Para que não haja ruptura por puncionamento, a tensão solicitante de cálculo deve ser inferior ou igual à tensão resistente de cálculo, conforme indica a Equação 78.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{Equação 78}$$

O valor de  $\tau_{Sd}$  é calculado para o perímetro crítico e obtido por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{vd}}{u d} + \frac{KM_{sd}}{W_p d} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 79}$$

em que: ( $F_{vd}$ ) é a força vertical solicitante de projeto, ( $u$ ) é o perímetro do contorno crítico, ( $d$ ) é a altura útil ao longo do contorno crítico, ( $K$ ) é coeficiente obtido através da Tabela 2, e o módulo de resistência plástica do perímetro crítico ( $W_p$ ) é calculado através da Equação 80 e Equação 81.

Tabela 2 – Valores K

<b>C<sub>1</sub>/C<sub>2</sub></b>	0,5	1,0	2,0	3,0
<b>K</b>	0,45	0,60	0,70	0,80

C<sub>1</sub>: dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C<sub>2</sub>: dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118, 2014.

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad \text{Equação 80}$$

*para pilar retangular*

$$W_p = (\phi_{pilar} + 4d^2) \quad \text{Equação 81}$$

*para pilar circular*

A tensão de cisalhamento resistente é obtida conforme a Equação 82.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad \text{Equação 82}$$

em que:

$\rho$ : taxa de armadura principal;

$\sigma_{cp}$ : tensão provocada pela protensão;

$d$ : altura útil ao longo do perímetro C' (cm);

$f_{ck}$ : resistência característica do concreto (MPa).

Ressalta-se que para o cálculo da tensão de cisalhamento resistente, a parcela  $\left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right)$  não pode ser superior a 2.

### 2.11.2 Método CEB:1970

O método proposto pelo CEB:1970 só pode ser aplicado se atendida a condição descrita na Equação 83.

$$\frac{h}{2} \leq C \leq 2h \quad \text{Equação 83}$$

em que ( $C$ ) é o balanço da sapata.

Segundo Bastos (2019), se  $C > 2h$  a sapata é considerada como viga ou como placa, e deve ser dimensionada com a teoria correspondente. Já se o balanço for pequeno,  $C < h/2$ , admite-se que é um bloco de fundação.

Convenciona que o solo tem comportamento elástico e as reações sobre a superfície de apoio acontecerão de formas distintas. Se a carga for grande, podem surgir na base da sapata tensões de tração, o que é indesejado no dimensionamento de sapatas (BASTOS, 2019).

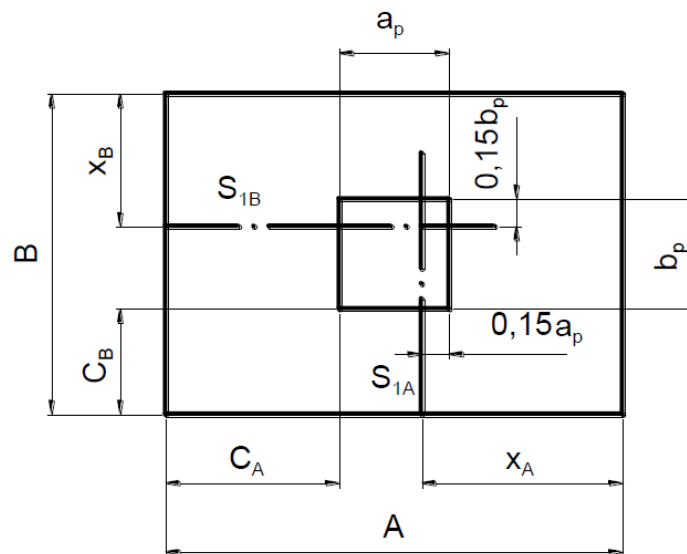
#### 2.11.2.1 Sapatas rígidas

O CEB:1970 propõe que sapatas rígidas sejam dimensionadas para suportar o momento fletor solicitante e devem ser verificadas ao esforço cortante.

Para o cálculo da armadura principal, deve-se considerar, para cada direção principal, o momento fletor solicitante na seção de referência ( $S_1$ ), localizada entre as faces do pilar, conforme ilustrado na Figura 38, e encontrada por:

$$x_A = c_A + 0,15a_p \quad (cm) \quad \text{Equação 84}$$

$$x_B = c_B + 0,15b_p \quad (cm) \quad \text{Equação 85}$$

Figura 38 – Seções de referência  $S_{1A}$  e  $S_{1B}$ 

Fonte: BASTOS, 2019.

O CEB:1970 não determina taxa de armadura mínima para sapatas, porém, estabelece uma relação de 1/5 ou maior entre as áreas de armadura principal de cada direção. Recomenda-se ainda que, para cargas excêntricas, deve-se utilizar a tensão média na borda. Para simplificação dos cálculos, pode-se admitir uma tensão uniforme de referência para cada seção  $S_1$ , que deve satisfazer a seguinte verificação:

$$\sigma_{ref} \geq \begin{cases} \frac{2}{3} \sigma_{m\acute{a}x} \\ \sigma_{m\acute{e}d} \end{cases} \quad \text{Equação 86}$$

Os momentos fletores relativos às seções de referência são calculados por:

$$M_{1A} = pB \frac{x_A^2}{2} \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 87}$$

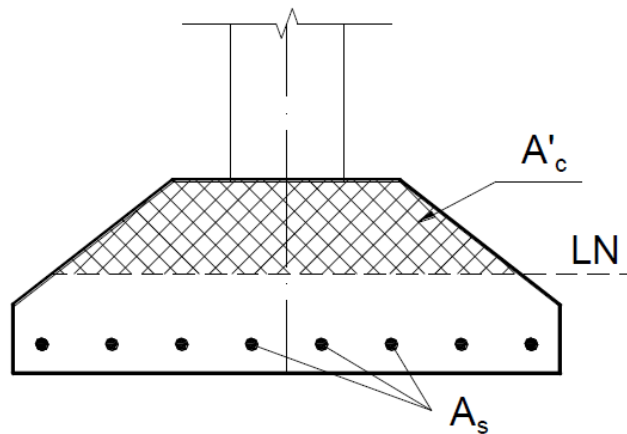
$$M_{1B} = pA \frac{x_B^2}{2} \quad (kN \cdot cm) \quad \text{Equação 88}$$

Em que,  $(p)$  é a pressão que a sapata exerce sobre o solo.

De acordo com Bastos (2019), para sapatas com a superfície superior inclinada, deve-se considerar a seção comprimida de concreto, ilustrada na Figura 39, para o cálculo exato das armaduras de flexão. A fim de simplificar estes cálculos, Machado (1985 *apud* BASTOS, 2019) considera a seção retangular com um braço de alavanca ( $z$ ), que equivale a 85% da altura útil ( $d$ ). Com isso, a taxa de armadura é calculada por:

$$A_s = \frac{M_d}{z f_{yd}} = \frac{M_d}{0,85d f_{yd}} \quad (cm^2) \quad \text{Equação 89}$$

Figura 39 – Área comprimida pela flexão



Fonte: BASTOS, 2019.

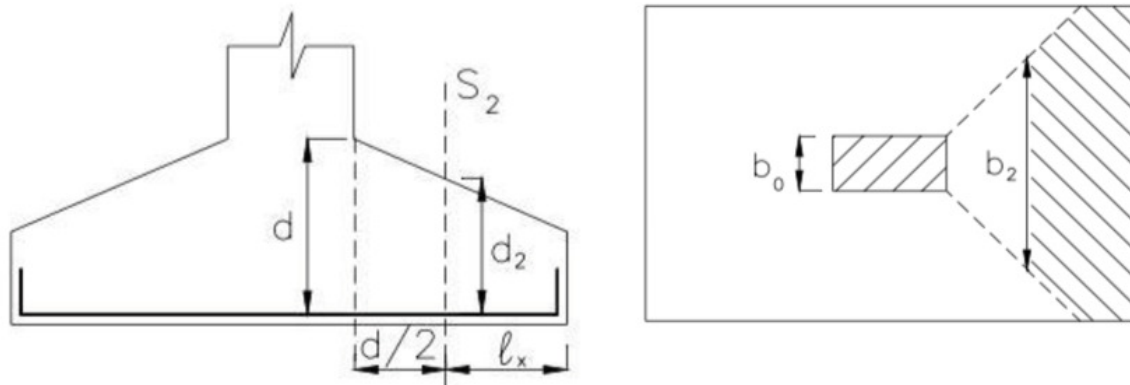
Na verificação à cortante, segundo o CEB:1970, adota-se uma seção  $S_2$  distante ( $d/2$ ) da face do pilar para análise. Já o esforço solicitante é obtido pela resultante das tensões no terreno da área hachurada demonstrada na Figura 40.

Para que não haja ruptura pelo esforço cortante, deve ser atendida a condição apresentada na Equação 90, em que o esforço solicitante de cálculo deve ser menor ou igual ao esforço resistente de cálculo.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad \text{Equação 90}$$

O valor de ( $b_2$ ), dimensão mostrada na Figura 40 é dado por:

$$b_2 = b_0 + d \quad (cm) \quad \text{Equação 91}$$

Figura 40 – Seção de referência  $S_2$ 

Fonte: SILVA e GIONGO, 2008.

O valor do esforço resistente de cálculo ( $V_{Rd}$ ) é obtido pela seguinte equação:

$$V_{Rd} = \frac{0,474 b_2 d_2}{\gamma_c} \sqrt{\rho} \sqrt{f_{ck}} \quad (kN) \quad \text{Equação 92}$$

com  $f_{ck}$  em MPa

Em que:

$\rho$ : taxa de armadura de tração na seção  $S_2$ , dada por:

$$\rho = \frac{A_S}{b_2 d_2} < 0,01 \quad \text{Equação 93}$$

$b_2$ : largura da seção crítica (cm);

$d_2$ : altura útil da seção crítica (cm);

$\gamma_c$ : coeficiente de minoração da resistência do concreto, igual a 1,5.

A força cortante resistente de cálculo proposta pelo CEB: 1970 é considerada muito baixa, ou seja, a condição é muito rigorosa. Machado (1988) propõe que, para sapatas isoladas rígidas, a cortante limite seja dada por:

$$V_{Rd} = \frac{0,63 b_2 \cdot d_2}{\gamma_c} \sqrt{f_{ck}} \quad (kN) \quad \text{Equação 94}$$

### 2.11.2.2 Sapatas flexíveis

O CEB:1970 não determina um modelo de cálculo para armadura principal de sapatas flexíveis, porém recomenda-se adotar o modelo utilizado para sapatas rígidas, tanto para o dimensionamento da armadura como para a verificação à cortante.

Já na verificação à punção, segundo o método proposto por CEB:1970, o critério descrito na Equação 95 deve ser satisfeito.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd} \quad \text{Equação 95}$$

Sendo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd}}{u d} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 96}$$

O esforço vertical de projeto ( $F_{vd}$ ) pode ser reduzido pela pressão exercida pelo solo no perímetro de controle. Já em casos que ocorra solicitação de cargas excêntricas, o valor do esforço vertical excêntrico de cálculo ( $F_{vdexc}$ ) é dado por:

$$F_{vdexc} = F_{vd} \left[ 1 + K \frac{M_{Sd} u}{F_{vd} W_p} \right] \quad (kN) \quad \text{Equação 97}$$

A tensão resistente de cálculo é obtida a partir da Equação 98.

$$\tau_{Rd} = 0,13 \varepsilon (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} 2 \frac{d}{a_u} \leq 0,5 f_{cd2} \quad \text{Equação 98}$$

( $kN/cm^2$ )

Sendo:

$$\varepsilon = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (\text{com } d \text{ em mm}) \quad \text{Equação 99}$$

$$f_{cd2} = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad \text{Equação 100}$$

Em que, ( $a_u$ ) é a distância entre o perímetro crítico analisado e a face do pilar.

### 2.11.3 Método ACI-318:2019

Como visto no item 2.7.1.3, a norma ACI-318:2019 não classifica as sapatas quanto à rigidez. Geralmente, as sapatas dimensionadas por este método não apresentam variação de altura de ponto a ponto.

O ACI-318:2019 utiliza o momento fletor solicitante na seção da face do pilar ou modelo de bielas e tirantes para o dimensionamento de sapatas.

O momento fletor na seção adjacente à face do pilar leva em consideração a pressão do solo na base da sapata, podendo ser calculado pela Equação 101 e Equação 102.

$$M_{Sdx} = \frac{F_{vd}}{8} \frac{(a - a_0)^2}{a} \quad (kN.cm) \quad \text{Equação 101}$$

$$M_{Sdy} = \frac{F_{vd}}{8} \frac{(b - b_0)^2}{b} \quad (kN.cm) \quad \text{Equação 102}$$

Em que:

$$F_{vd} = 1,4 G + 1,7 Q \quad (kN) \quad \text{Equação 103}$$

Com ( $G$ ) sendo as ações permanentes e ( $Q$ ) as ações variáveis.

O ACI-318:2019 recomenda que a armadura mínima para sapatas seja a especificada para elementos fletidos, sendo que a armadura mínima para lajes de altura uniforme é considerada pequena e insuficiente. Então, recomendam-se armaduras mínimas que atendam as seguintes equações:

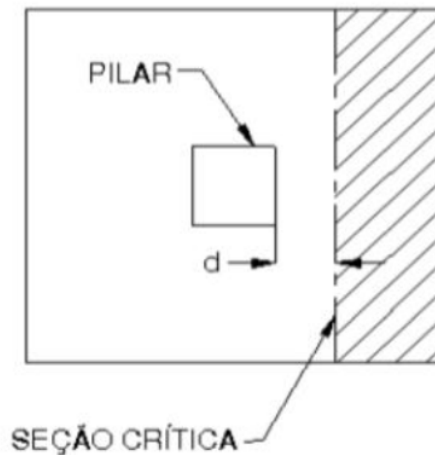
$$A_{S,mín} = 0,18\% b_w d \quad (cm^2) \quad \text{Equação 104}$$

$$A_{S,mín} = 0,20\% b_w d \quad (cm^2) \quad \text{Equação 105}$$

De acordo com o ACI-318:2019 é recomendado que o esforço cortante seja verificado para a seção crítica, assim como em vigas largas. A seção crítica localiza-se a uma distância ( $d$ ) da face do pilar, conforme demonstrado na Figura 41, em que ( $d$ ) é a altura útil da sapata, e deve atender a condição da Equação 106.

$$V_{sd} \leq V_{Rd} \quad \text{Equação 106}$$

Figura 41 – Seção crítica de esforço cortante



Fonte: SILVA e GIONGO, 2008.

em que:

$$V_{sd,x} = \frac{F_{vd}}{A} \left( \frac{A - a_p}{2} - d \right) \quad (kN) \quad \text{Equação 107}$$

$$V_{sd,y} = \frac{F_{vd}}{B} \left( \frac{B - b_p}{2} - d \right) \quad (kN) \quad \text{Equação 108}$$

$$V_{Rd} = \phi 0,166 \lambda \cdot b_w \cdot d \sqrt{f'_c} \quad (kN) \quad \text{Equação 109}$$

sendo:

$\phi$ : fator de redução da resistência igual a 0,75 para esforço cortante;

$\lambda$ : fator modificador que leva em consideração o tipo de concreto e assume valor igual a 1;

$f'_c$ : resistência característica do concreto adotada pelo ACI-318:2019.

Segundo Souza e Bittencourt (2003), a relação entre ( $f'_c$ ) e ( $f_{ck}$ ) é dada por:

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad \text{Equação 110}$$

Na verificação a punção, o ACI-318:2019 estabelece que a condição a seguir deve ser verificada para o perímetro crítico localizado a ( $d/2$ ) da face do pilar:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd} \quad \text{Equação 111}$$

em que:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd}}{u \cdot d} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 112}$$

Já para cargas excêntricas, a tensão cisalhante de projeto é dada pela Equação 113:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{vd}}{u \cdot d} + \frac{\gamma_V \cdot M_{Sd} \cdot C_{AB}}{J_c} \quad (kN/cm^2) \quad \text{Equação 113}$$

sendo:

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{6} \quad (cm^4) \quad \text{Equação 114}$$

$$\gamma_V = 1 - \gamma_f \quad \text{Equação 115}$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \leq 1,0 \quad \text{Equação 116}$$

em que:

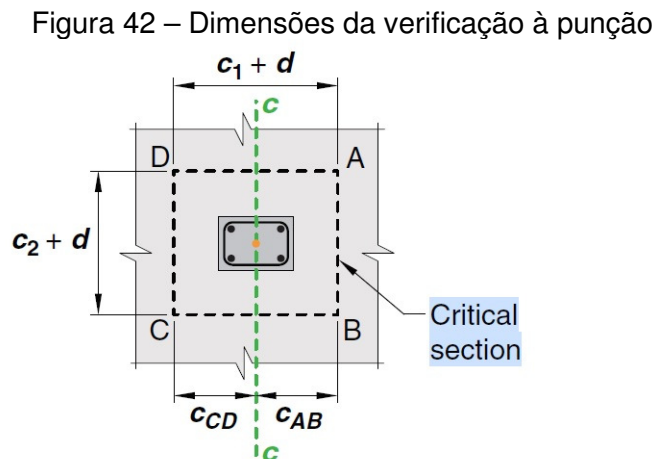
$c_1$ : dimensão do pilar paralela à excentricidade da força (cm);

$c_2$ : dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força (cm);

$b_1$ : igual  $c_1 + d$  (cm);

$b_2$ : igual  $c_2 + d$  (cm);

$C_{AB}$ : está exemplificado na Figura 42.



Fonte: ACI-318, 2019.

## 2.12 Detalhamento

A NBR 6118:2014 define que a armadura de flexão deve ser distribuída de forma uniforme ao longo da largura da sapata, estendendo-se totalmente de face a face e finalizando com gancho nas duas extremidades. O trecho do gancho na vertical pode ser calculado pela Equação 117 e o trecho inclinado do gancho pela Equação 118.

$$G_{vert} = h_0 - 2c_{nominal} \quad \text{Equação 117}$$

$$G_{incl} = l_b - G_{vert} \quad \text{Equação 118}$$

De acordo com Velloso e Lopes (2014), o comprimento da barra é dado por:

$$C_b = B - 2c_{nominal} + 2(G_{vert} + G_{incl}) \quad \text{Equação 119}$$

O espaçamento máximo entre barras deve ser o menor entre os dois critérios apresentados na Equação 120.

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2h_0 \end{cases} \quad \text{Equação 120}$$

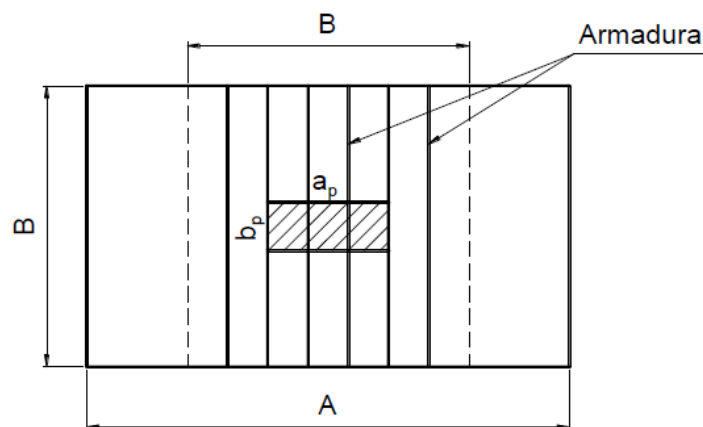
Já o CEB:1970 determina que para sapatas quadradas as armaduras podem ser distribuídas uniformemente. Porém em sapatas de base retangular, a armadura paralela ao lado de maior comprimento ( $A$ ) deve ser uniformemente distribuída sobre a largura ( $B$ ), e, para a armadura paralela ao lado menor ( $B$ ), deve-se obedecer aos critérios:

- a) Quando  $B \geq a_p + 2h$ , deve-se concentrar uma parcela de armadura total na extensão  $B$  sob o pilar, segundo a fração:

$$\frac{2B}{A+B} A_{s,A} \quad \text{Equação 121}$$

O restante da armadura deve ser distribuído nas duas faixas além da dimensão ( $B$ ), conforme a Figura 43.

Figura 43 – Distribuição da armadura  $A$ , quando  $B \geq a_p + 2h$



Fonte: BASTOS, 2019.

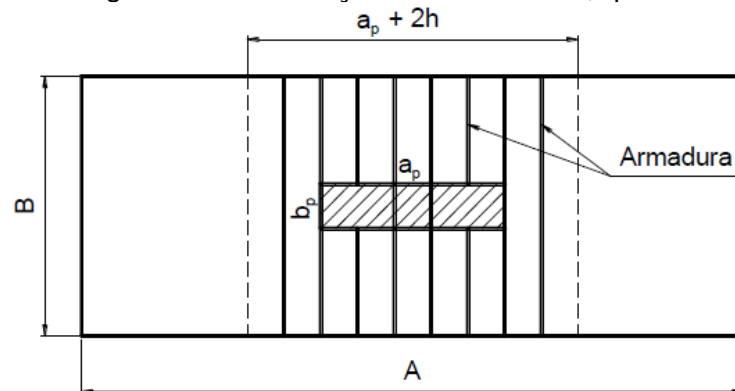
- b) Quando  $B < a_p + 2h$ , deve-se concentrar uma parcela da armadura total na extensão  $a_p + 2h$  sob o pilar, segundo a fração:

$$\frac{2(a_p + 2h)}{A + a_p + 2h} A_{s,A}$$

Equação 122

O restante da armadura deve ser distribuído nas duas faixas além da dimensão  $a_p + 2h$ , do mesmo modo que no caso anterior.

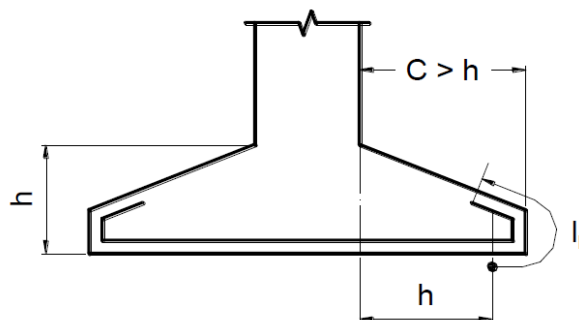
Figura 44 - Distribuição da armadura A, quando  $B < a_p + 2h$



Fonte: BASTOS, 2019.

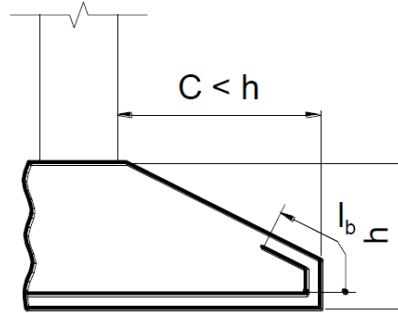
Em relação ao gancho, o CEB:1970 considera duas condições. Na primeira condição, se o comprimento do balanço ( $C$ ) superar a altura ( $h$ ) da sapata deve-se ancorar a armadura a partir da distância ( $h$ ) da face do pilar, conforme a Figura 45, e estender até as bordas da sapata, sendo ( $l_b$ ) o comprimento de ancoragem básico sem gancho.

Figura 45 – Ancoragem da armadura de flexão quando  $C > h$



Fonte: BASTOS, 2019.

Na segunda condição, se o comprimento do balanço ( $C$ ) for inferior à altura ( $h$ ) da sapata, deve-se ancorar a armadura a partir da borda da sapata, de acordo com a Figura 46.

Figura 46 – Ancoragem da armadura de flexão quando  $C < h$ 

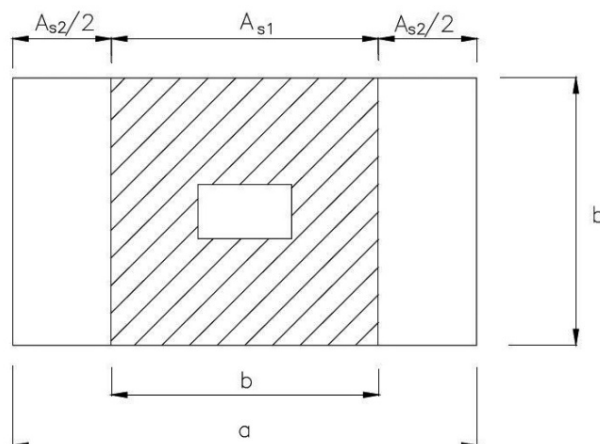
Fonte: BASTOS, 2019.

O ACI-318:2019 recomenda que em sapatas quadradas, a armadura seja distribuída uniformemente nas duas direções. Já em sapatas retangulares, a distribuição da armadura é diferente nas duas direções. Enquanto a armadura paralela ao lado maior é distribuída uniformemente, na outra direção deve-se colocar uma maior densidade de barras próximo ao pilar, conforme demonstrado na Figura 47.

$$A_{s1} = A_s \frac{2b}{a+b} \quad (cm^2) \quad \text{Equação 123}$$

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} \quad (cm^2) \quad \text{Equação 124}$$

Figura 47 - Distribuição da armadura

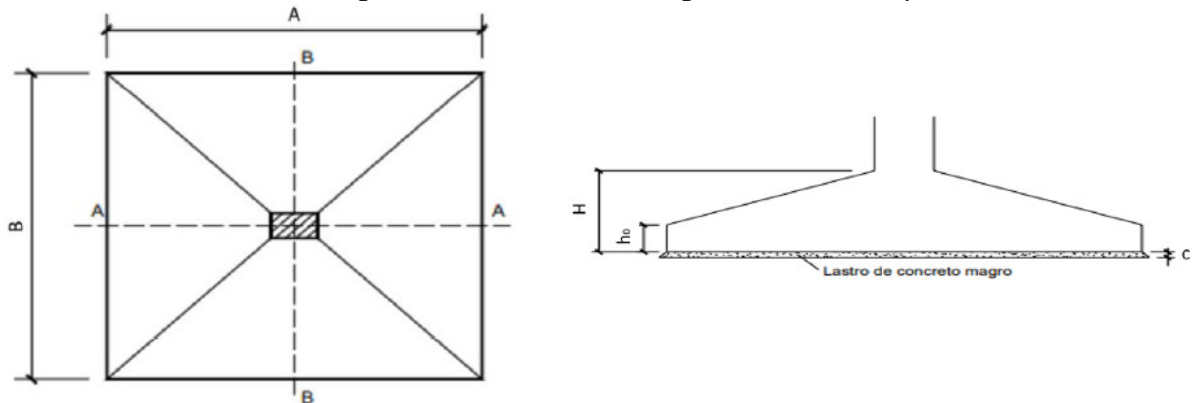


Fonte: SILVA, 1998.

A partir dos valores obtidos, faz-se o detalhamento geométrico, apresentado na

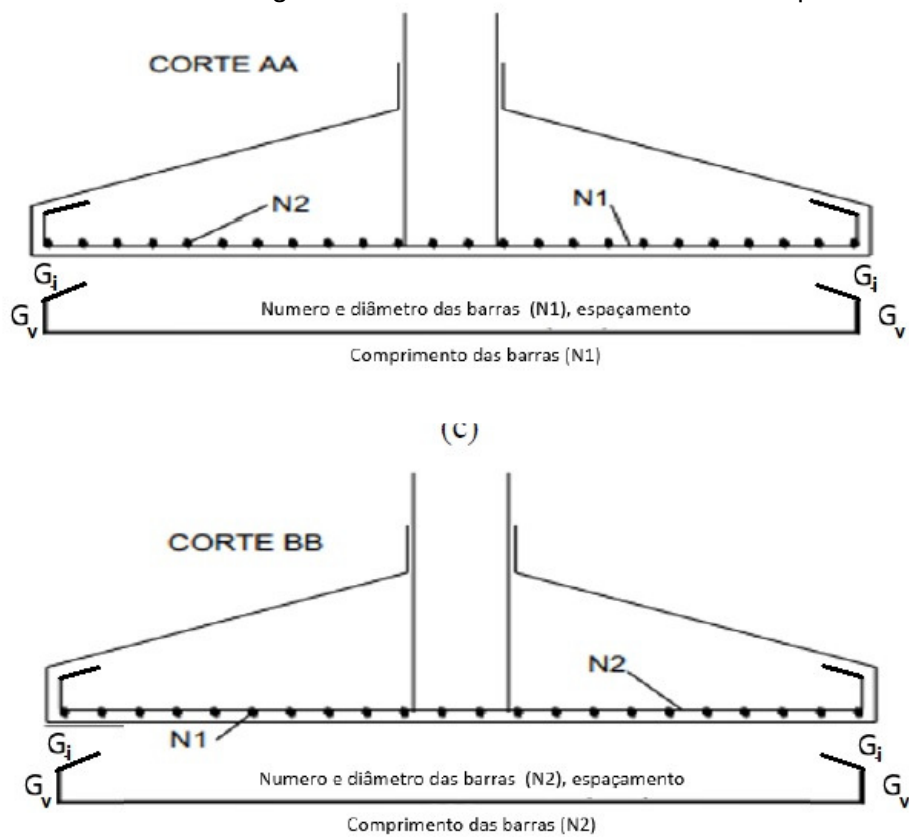
Figura 48, e estrutural do elemento, demonstrado na Figura 49.

Figura 48 – Detalhamento geométrico da sapata



Fonte: Adaptado de ALVA, 2007.

Figura 49 – Detalhamento estrutural da sapata



Fonte: Adaptado de ALVA, 2007.

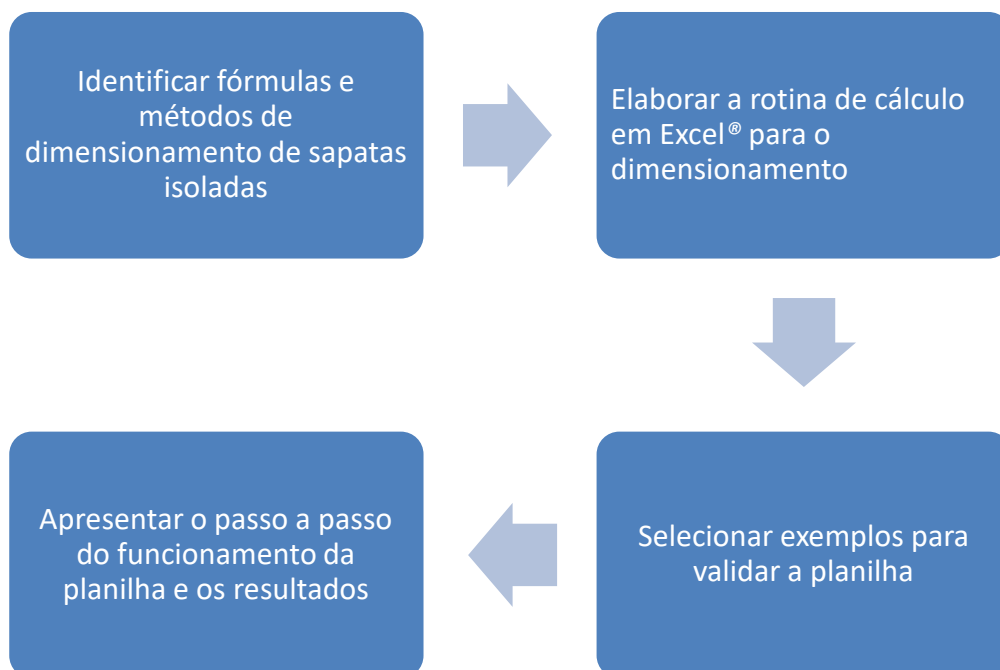
### 3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, primeiramente foi realizada uma revisão bibliográfica para identificar fórmulas e métodos de pré-dimensionamento presentes na literatura. Dessa maneira, foi possível compreender o processo de dimensionamento e automatizar esse procedimento através do *software Microsoft Excel®*.

Para o dimensionamento geométrico, foram utilizadas as recomendações da NBR 6122:2019 e NBR 6118:2014 e, para o dimensionamento estrutural, foram empregadas as recomendações do CEB:1970.

Posteriormente, para validar a planilha elaborada, foram analisados e comparados os resultados obtidos através da planilha com três exemplos de dimensionamento de sapatas cujos resultados estão disponíveis na literatura. Comparou-se também, com os resultados obtidos, pelo *software VerifCalc®*.

Figura 50 – Metodologia



Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

### 3.1 Planilha

A planilha desenvolvida no presente trabalho busca dimensionar geometricamente e estruturalmente sapatas isoladas. As sapatas dimensionadas pela planilha são retangulares e rígidas, sendo estas sujeitas a uma força centrada, com ou sem a atuação de momentos fletores. Os pilares apoiados sobre cada sapata devem ser retangulares e centrados na sapata. Para o desenvolvimento da planilha empregou-se o *software Microsoft Excel®*.

A planilha estabelece as dimensões mínimas da sapata em planta, assim como a área de aço mínima necessária para resistir aos esforços solicitantes, de acordo com o diâmetro selecionado para a armadura.

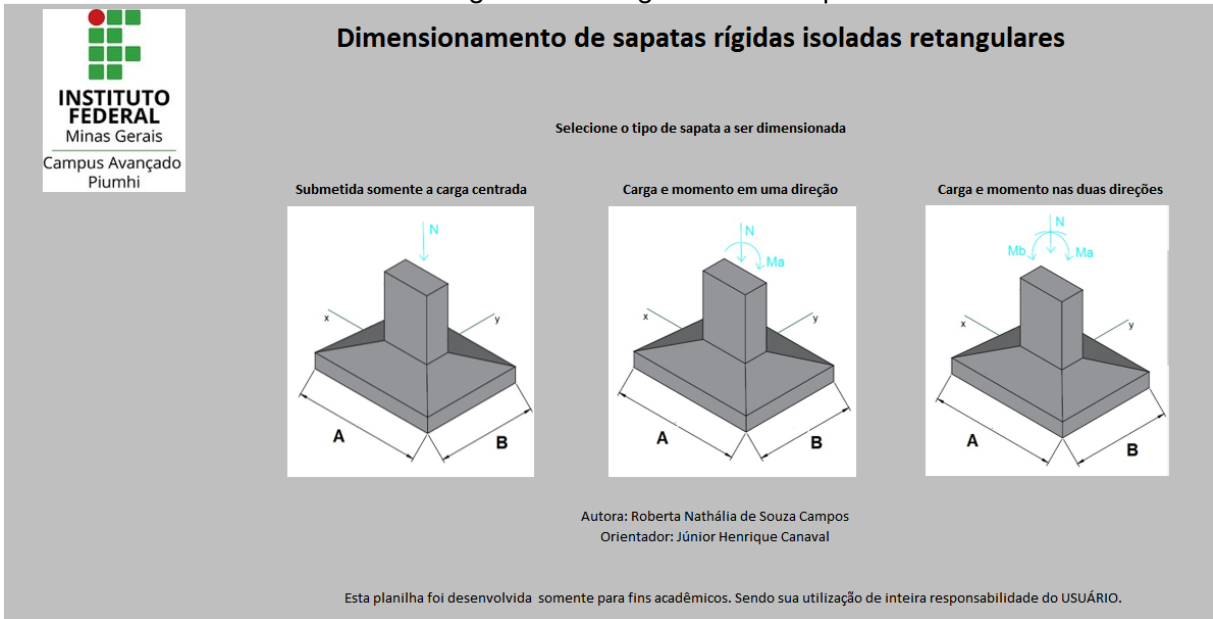
A interface da planilha é simplificada, bastando o usuário informar os dados de entrada e como dados de saída a planilha retorna os valores das dimensões geométricas, das tensões atuantes e da área de aço necessária. Além disso, a planilha apresenta o detalhamento geométrico e estrutural da sapata na forma gráfica.

As rotinas de cálculo são apresentadas nos tópicos a seguir, juntamente com as interfaces da planilha.

#### 3.1.1 Apresentação

A página inicial da planilha é exibida na Figura 51, na qual o usuário escolhe o tipo de sapata que será dimensionada, de acordo com os seus esforços.

Figura 51 – Página inicial da planilha



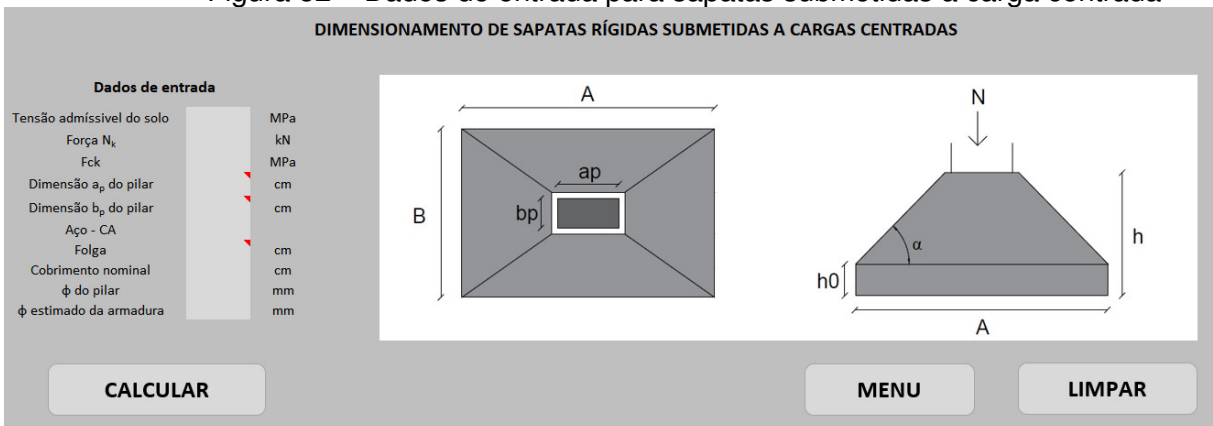
Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

### 3.1.2 Dados de entrada

Após selecionar o tipo de solicitação a qual a sapata está submetida, o usuário é direcionado à página correspondente para inserir os dados de entrada. Os dados de entrada resumem-se em: tensão admissível do solo, esforços atuantes, características do pilar e características dos materiais.

As figuras, a seguir, apresentam a página de dados de entrada para sapatas submetidas apenas a cargas centradas, apresentada na Figura 52; submetidas à carga centrada e um momento fletor, de acordo com a Figura 53; e submetidas à carga centrada e dois momentos fletores, vista na Figura 54.

Figura 52 – Dados de entrada para sapatas submetidas à carga centrada



Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Figura 53 – Dados de entrada para sapatas submetidas à carga centrada e momento em uma direção

**DIMENSIONAMENTO DE SAPATAS RÍGIDAS SUBMETIDAS A CARGAS CENTRADAS E MOMENTOS EM UMA DIREÇÃO**

Dados de entrada		
Tensão admissível do solo	0,30	MPa
Força $N_k$	1600	kN
Momento $M_A$	100	kN.m
$F_{ck}$	25	MPa
Dimensão $a_p$ do pilar	100	cm
Dimensão $b_p$ do pilar	20	cm
Aço - CA	50	
Folga	0	cm
Cobrimento nominal	4,0	cm
$\phi$ do pilar	20,0	mm
$\phi$ estimado da armadura	12,5	mm

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Figura 54 – Dados de entrada para sapatas submetidas à carga centrada e momentos nas duas direções

**DIMENSIONAMENTO DE SAPATAS RÍGIDAS SUBMETIDAS A CARGAS CENTRADAS E MOMENTOS NAS DUAS DIREÇÕES**

Dados de entrada		
Tensão admissível do solo	0,4	MPa
Fator de majoração da $\sigma_{adm}$	1,15	
Força $N_k$	300	KN
Momento $M_A$	80	KN.m
Momento $M_B$	100	KN.m
$F_{ck}$	20	MPa
Dimensão $a_p$ do pilar	40	cm
Dimensão $b_p$ do pilar	20	cm
Aço - CA	50	
Folga	0	cm
Cobrimento nominal	4	cm
$\phi$ do pilar	10,0	mm
$\phi$ estimado da armadura	10,0	mm

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

### 3.1.3 Rotina de cálculo

Inseridos os dados de entrada, o usuário deve apertar o botão Calcular para iniciar a rotina de cálculo. A Figura 55 representa o fluxograma das etapas de cálculo seguidas pela planilha.

Figura 55 – Fluxograma das etapas de cálculo

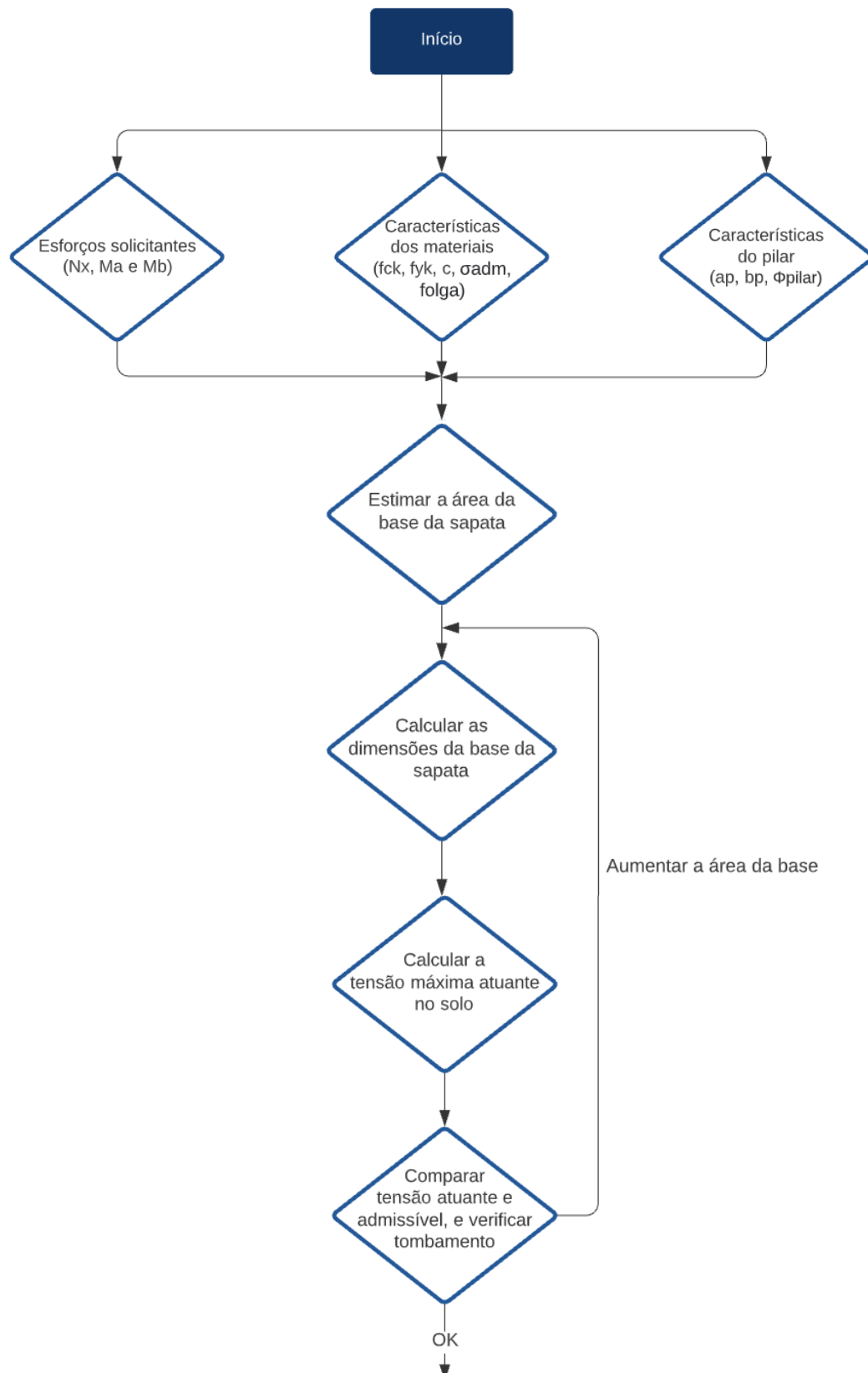
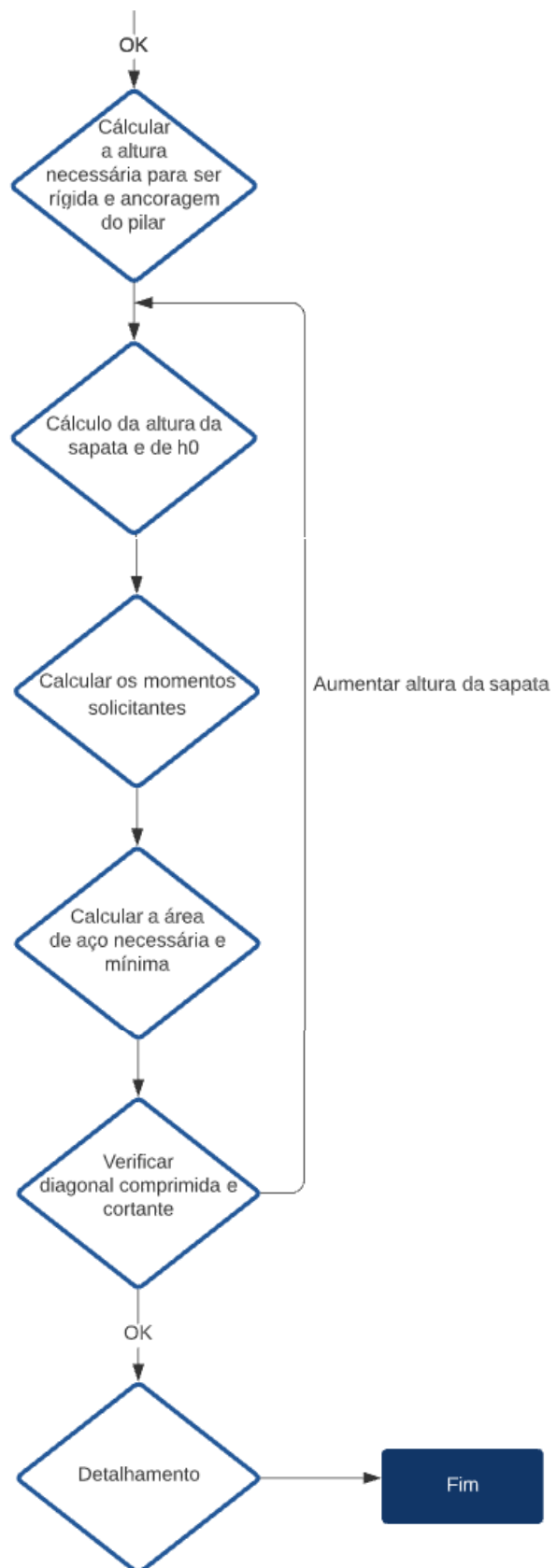


Figura 55 – Fluxograma das etapas de cálculo (continuação)



### 3.1.3.1 Dimensões da sapata isolada

A partir dos dados de entrada, define-se uma área inicial para suportar a carga do pilar através da Equação 31, considerando o peso próprio do elemento estrutural.

Através da área requerida, dimensiona-se os lados A e B da sapata, através da Equação 33 e Equação 32, respectivamente. Os valores obtidos são arredondados para o múltiplo de cinco centímetros superior, garantindo uma área útil maior que a requerida.

Para pilares quadrados, dimensionam-se sapatas quadradas e para pilares retangulares calcula-se sapatas retangulares com balanços iguais nas duas direções.

Quando a sapata estiver submetida a momentos fletores, deve-se verificar se a área útil calculada é capaz de suportar a tensão máxima atuante, considerando as solicitações de flexão normal composta (Equação 15) ou oblíqua composta (Equação 26). Para atender a esta condição, são realizadas 50 iterações, aumentando as dimensões de 5 em 5 cm, até que a área útil seja eficiente.

O próximo passo é o cálculo da altura da sapata. A altura  $h$  é determinada como o maior valor entre a altura necessária para que a sapata seja classificada como rígida e o comprimento de ancoragem básico do pilar, para isto, utiliza-se, respectivamente, a Equação 11 e a Equação 34.

A altura encontrada deve passar por duas verificações: em relação à diagonal comprimida e à cortante.

A verificação da diagonal comprimida é feita de acordo com a NBR 6118:2014. Para tal, são feitas 20 iterações, aumentando-se a altura encontrada anteriormente, de 5 em 5 cm, até que a condição da Equação 52 seja satisfeita. Para o cálculo da tensão resistente de cálculo e tensão solicitante de cálculo foram utilizadas, nesta ordem, a Equação 53 e a Equação 55.

A verificação à cortante é feita seguindo as recomendações do CEB:1970. Para o cálculo da cortante resistente, empregou-se a Equação 94 recomendada por Machado, já que a cortante resistente proposta pelo CEB:1970 é muito rigorosa. Para a cortante solicitante, utilizou-se a área da seção de referência  $S_2$ .

Com o valor da altura  $h$  definido calcula-se o valor de  $h_0$  e a altura útil  $d$ . O valor de  $h_0$  é encontrado através da Equação 8, respeitando a altura mínima de 20 cm. A altura útil é definida pela Equação 35.

Por último é calculado o ângulo da superfície da sapata através da Equação 10.

Assim, determinam-se todas as dimensões geométricas da sapata.

### 3.1.3.2 Cálculo de tensões na sapata

Para sapatas submetidas a cargas centradas, calcula-se a tensão no elemento pela Equação 14. No entanto, quando a carga é excêntrica, calcula-se as tensões nos quatro cantos da sapata. Quando ocorrem momentos em uma direção, utilizam-se a Equação 15 e a Equação 16 para forças aplicadas dentro do núcleo central de inércia, a Equação 18 para forças aplicadas no limite do núcleo de inércia e a Equação 19 para forças aplicadas fora do núcleo de inércia. Já quando ocorrem momentos nas duas direções, as tensões são dadas pela Equação 23, Equação 24, Equação 25 e Equação 26, para forças dentro do núcleo, e através do Ábaco de Montoya, quando fora do núcleo e, pela Equação 27, Equação 28, Equação 29 e Equação 30.

Quando se utiliza o Ábaco de Montoya, a planilha informa automaticamente os valores dos coeficientes  $(k_1)$ ,  $(k_4)$  e  $(\alpha)$ , para os valores de  $(e_x/A)$  e  $(e_y/B)$  correspondentes.

### 3.1.3.3 Armaduras

Pelo método CEB: 1970, o momento fletor deve ser calculado na seção de referência  $S_1$ , que é posicionada conforme a Equação 84 e a Equação 85. Para o cálculo dos momentos fletores atuantes, nos eixos paralelos ao lado A e lado B, utilizam-se, respectivamente, a Equação 87 e a Equação 88.

As armaduras necessárias para as sapatas, são obtidas através da Equação 89. Como o CEB:1970 não determina armadura mínima, optou-se por utilizar a armadura mínima recomendada para lajes, pela NBR 6118:2019, que pode ser vista abaixo.

$$A_{s,min} = 0,10\% b_w d \quad (cm^2) \quad \text{Equação 125}$$

A escolha do diâmetro das barras é a critério do usuário.

### 3.1.4 Detalhamento

Após o cálculo, a planilha apresenta o detalhamento da sapata de forma gráfica simplificada, assim como o resumo de aço e o volume de concreto.

Nesta etapa, o usuário deve escolher o diâmetro da armadura desejada. A planilha avisará ao usuário quando os espaçamentos máximos e mínimo não forem respeitados, conforme apresentado na Figura 56.

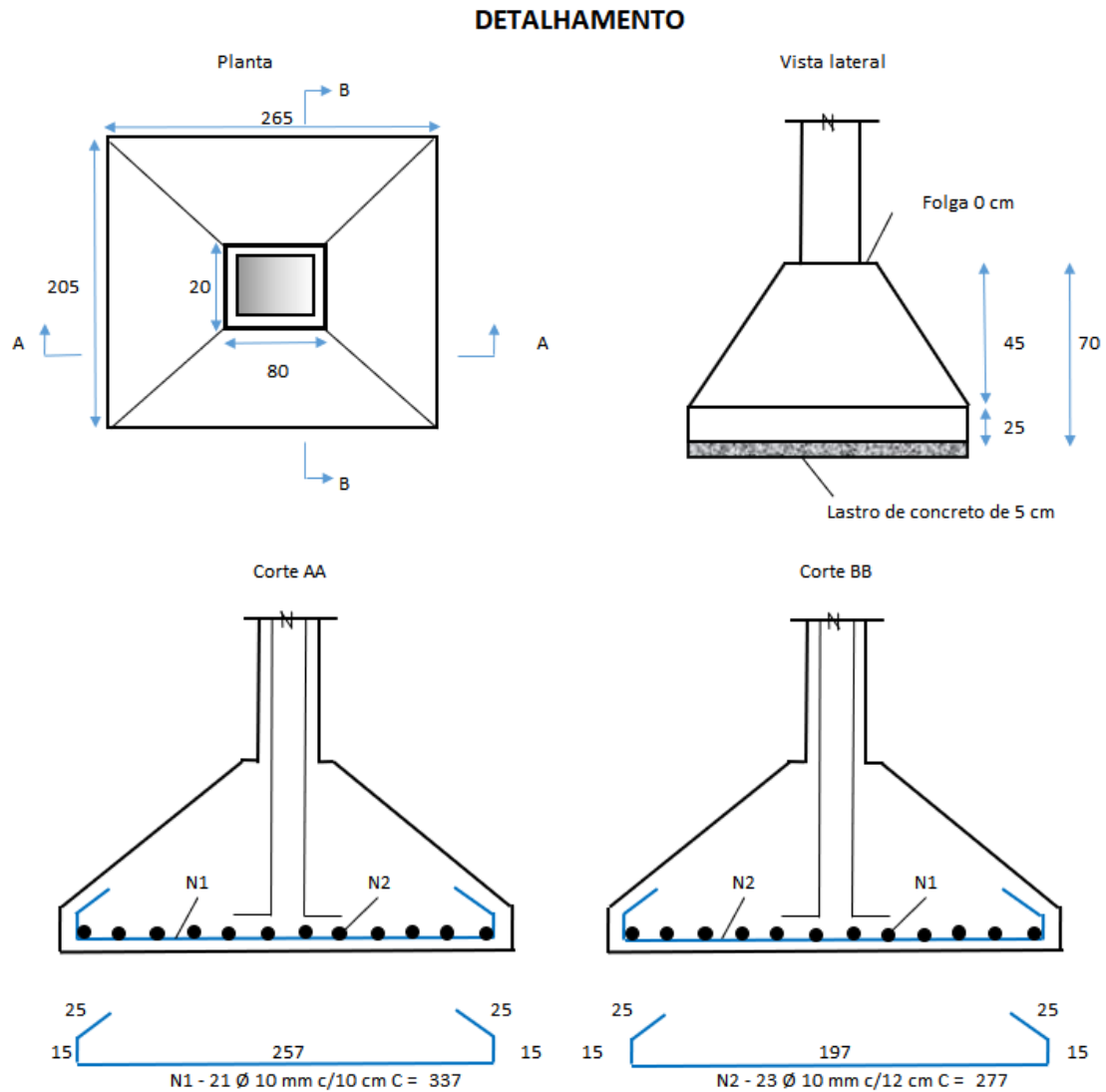
Figura 56 – Escolha da bitola pelo usuário

Selecione a bitola desejada				
N1				
Bitola	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Qtd	S (cm)	
Ø 6,3	15,81	51	4	Inferior ao mínimo
Ø 8,0	17,00	34	6	Inferior ao mínimo
Ø 10,0	16,49	21	10	
Ø 12,5	17,08	14	16	
Ø 16,0	18,09	9	27	Superior ao máximo
Ø 20,0	18,84	6	42	Superior ao máximo
Ø 25,0	19,64	4	67	Superior ao máximo
Ø escolhido			10	
N1 - 21 Ø 10 mm c/10 cm				
N2				
Bitola	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Qtd	S (cm)	
Ø 6,3	16,43	53	5	Inferior ao mínimo
Ø 8,0	17,00	34	8	Inferior ao mínimo
Ø 10,0	18,06	23	12	
Ø 12,5	18,30	15	19	
Ø 16,0	20,10	10	32	Superior ao máximo
Ø 20,0	21,98	7	51	Superior ao máximo
Ø 25,0	24,55	5	80	Superior ao máximo
Ø escolhido			10	
N2 - 23 Ø 10 mm c/12 cm				

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Com o diâmetro escolhido, a planilha apresenta o detalhamento da sapata, demonstrado na Figura 57. Destaca-se que o detalhamento apresentado pela planilha não está em escala, e que o formato de impressão já está configurado para a folha A4 em retrato.

Figura 57 – Detalhamento da planilha



Resumo de aço					
Barra	Qtd	Bitola (mm)	Comprimento (cm)		Peso (kg)
			Unit.	Total	
N1	21	10,0	277	5817	3589,09
N2	23	10,0	337	7751	4782,37
Total					8371,46
Total + 10%					9208,60

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

### 3.1.5 Memorial de cálculo

Por fim, a planilha apresenta ao usuário o memorial de cálculo com os valores obtidos no dimensionamento, apresentado na Figura 58 e Figura 59.

Figura 58 – Relatório dos resultados obtidos pela planilha

Dados geométricos		
Área requerida	52885	cm <sup>2</sup>
Dimensão A	265	cm
Dimensão B	205	cm
Área adotada	54325	cm <sup>2</sup>
Balanço (C <sub>a</sub> )	92,50	cm
Balanço (C <sub>b</sub> )	92,50	cm
Altura (h)	70	cm
h <sub>0</sub>	25	cm
Altura útil (d)	65,00	cm
α	25,94	graus
Dimensão a <sub>p</sub> do pilar	80	cm
Dimensão b <sub>p</sub> do pilar	20	cm
Folga	0	cm
l <sub>b</sub> pilar	41,60	cm

Ok!

Balanços iguais

Valor superior ao mínimo!

Não necessita de fôrmas

Verificação da altura (h)		
Altura mínima - ancoragem	47,00	cm
Altura mínima - rigidez	65,00	cm

Verificação à diagonal comprimida		
τ <sub>s,d</sub>	1,35	MPa
τ <sub>Rd,2</sub>	4,34	MPa

Condição atendida

Verificação à cortante		
V <sub>s,d,x</sub>	396,23	kN
V <sub>Rd,x</sub>	940,74	kN
V <sub>s,d,y</sub>	512,20	kN
V <sub>Rd,y</sub>	2063,31	kN

Condição atendida

CEB aplicável		
Limite inferior	35,00	
Balanço	92,50	
Limite superior	140,00	

Condição atendida

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Figura 58 – Relatório dos resultados obtidos pela planilha (continuação)

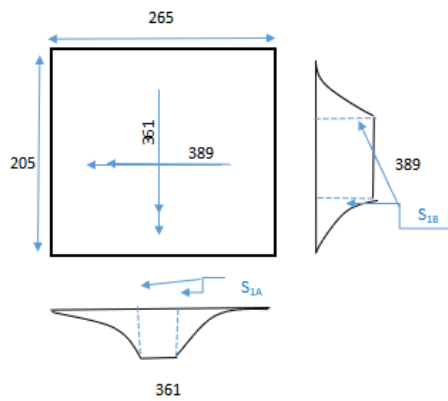
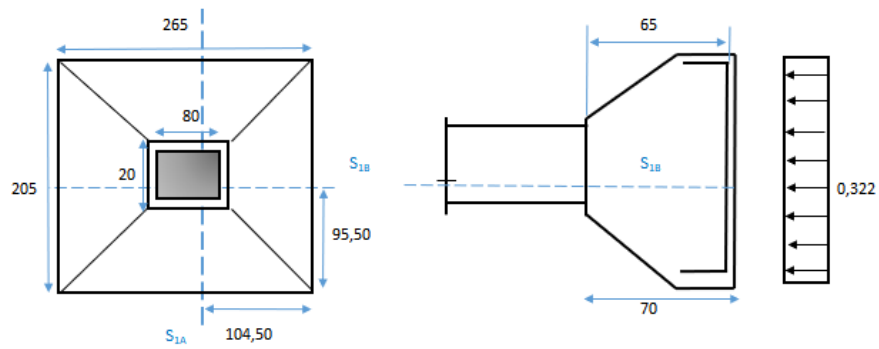
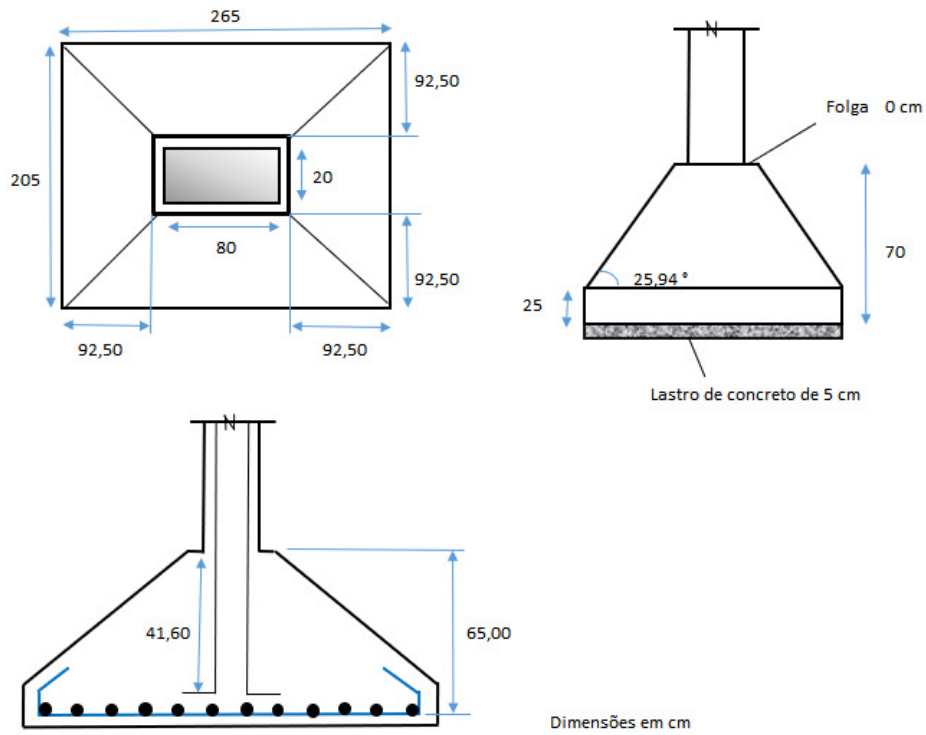
Dimensionamento estrutural		
$p_d$	0,322	MPa
Posição da $S_1 - x_A$	104,50	cm
Posição da $S_1 - x_B$	95,50	cm
$M_{1A,d}$	361	kN.m
$M_{1B,d}$	389	kN.m
$A_{s,A}$	15,01	cm <sup>2</sup>
$A_{s,B}$	16,21	cm <sup>2</sup>
Relação de armadura principal	0,93	Ok!
taxa de armadura em A	7,32	cm <sup>2</sup> /m
taxa de armadura em B	6,12	cm <sup>2</sup> /m
$\phi_A (N1)$	10,00	mm
$\phi_B (N2)$	10,00	mm
$S_A (N1)$	10	cm
$S_B (N2)$	12	cm
taxa de armadura adotada em A	7,85	cm <sup>2</sup> /m
taxa de armadura adotada em B	6,54	cm <sup>2</sup> /m
Espaçamento máximo ( $S_{m\acute{a}x}$ )	20	cm
Qtd de barras (N1)	21	
Qtd de barras (N2)	23	
$A_{utilizada,A}$	16,49	cm <sup>2</sup>
$A_{utilizada,B}$	18,06	cm <sup>2</sup>

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Caso deseje, o usuário pode imprimir um relatório com todas as informações apresentadas no memorial de cálculo.

Ainda no memorial de cálculo, o usuário pode observar a representação gráfica do elemento, com informações sobre dimensões, tensões e momentos atuantes, conforme apresentado na Figura 59. Ressalta-se que esta representação não é o detalhamento.

Figura 59 - Representação gráfica do elemento nos resultados



Dimensões em cm  
 Momentos em kN.m  
 Tensões em MPa

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta etapa do trabalho, foram efetuados testes de cálculo com a planilha desenvolvida através de análise e comparação de exemplos disponíveis na literatura. Realizou-se também um teste comparativo com os resultados obtidos através do *software* VerifCalc© 1.0. Por fim, a validação desta planilha foi feita pela análise dos resultados obtidos.

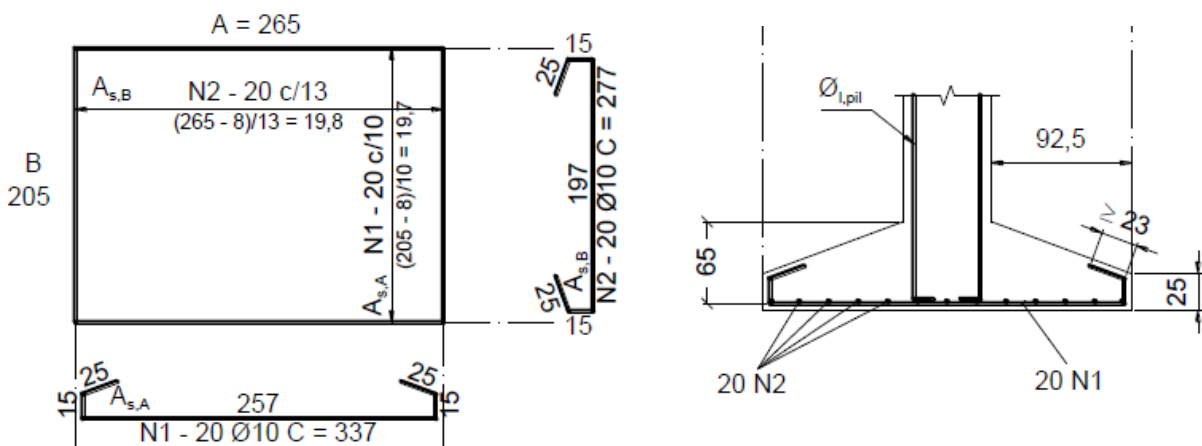
### 4.1 Exemplo prático 1

O objeto de estudo usado como exemplo de aplicação da planilha é o exemplo da apostila do professor Bastos (2019). Trata-se do dimensionamento de uma sapata de fundação superficial para um pilar com seção transversal 20 x 80 cm, que transfere uma carga central vertical de 1250 kN, tensão admissível do solo de 0,26 MPa, momentos fletores nulos e:

- Concreto C25 e Aço CA-50;
- Cobrimento de 4 cm;
- Armadura do pilar de  $\varnothing 16$  mm;
- Coeficientes de segurança:  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ .

Em seu dimensionamento, Bastos (2019) obteve os valores apresentados na Figura 60.

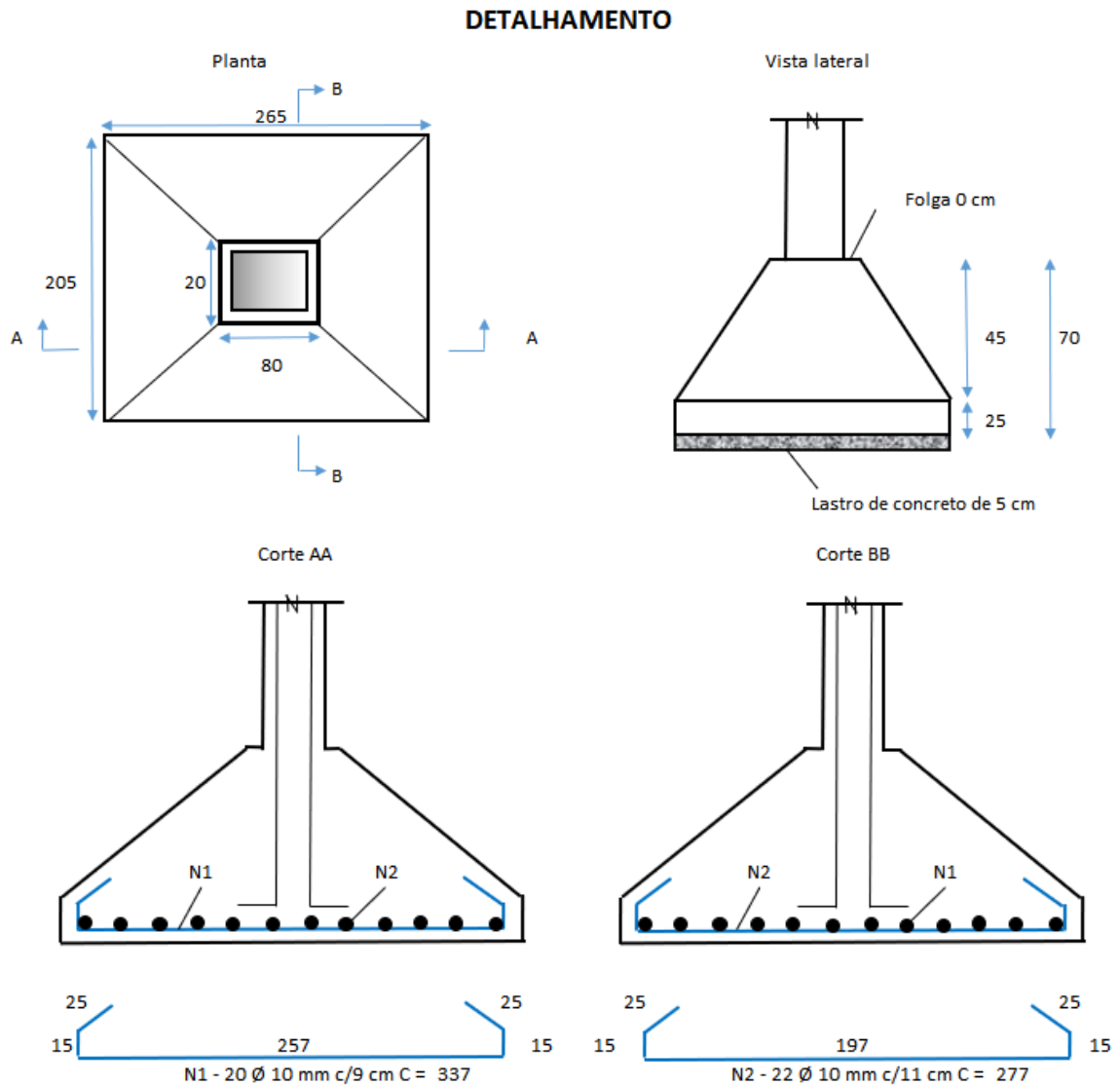
Figura 60 – Detalhamento segundo Bastos (2019)



Fonte: Adaptado de BASTOS, 2019.

Os dados foram inseridos e calculados na rotina de dimensionamento desenvolvida. Os resultados encontrados podem ser vistos na Figura 61. Ressalta-se que o detalhamento não se encontra em escala.

Figura 61 – Detalhamento pela planilha



Resumo de aço					
Barra	Qtd	Bitola (mm)	Comprimento (cm)		Peso (kg)
			Unit.	Total	
N1	20	10,0	337	6740	4158,58
N2	22	10,0	277	6094	3760,00
Total					7918,58
Total + 10%					8710,44

<b>Volume de concreto</b>	<b>2,337 m³</b>
---------------------------	-----------------

Dimensões em cm

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Para facilitar a análise dos resultados obtidos, os valores foram dispostos na Tabela 3. Verificou-se que existem semelhanças e pequenas diferenças nos resultados calculados para a sapata em questão.

Tabela 3 – Comparação dos resultados do exemplo 1

<b>Comparação dos resultados</b>		
	Planilha	Bastos (2019)
A (cm)	265	265
B (cm)	205	205
h (cm)	70	70
h <sub>0</sub> (cm)	25	25
A <sub>s,A</sub>	20 N1 $\Phi$ 10 c/ 9 C=337	20 N1 $\Phi$ 10 c/10 C=337
A <sub>s,B</sub>	22 N2 $\Phi$ 10 c/11 C=277	20 N2 $\Phi$ 10 c/13 C=277

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Analisando os valores obtidos pela planilha com a resolução do professor Bastos (2019), percebeu-se que os resultados das dimensões geométricas da sapata estão em conformidade. Porém, verificou-se diferença de valores no espaçamento entre barras (N1 e N2) e na quantidade de barras (N2).

Esta diferença é esclarecida pelo fato de Bastos ter utilizado a Tabela de Área de Armadura por Metro de Largura desenvolvida por Pinheiro (1994), e neste trabalho a planilha apresenta o valor calculado diretamente.

Acrescenta-se ainda que, na diferença de quantidade de barras (N2), o desvio fica em torno 9%. Esta diferença se deu pelo fato de a planilha utilizar área de aço mínima, e, para este exemplo, a área de aço mínima disposta ao longo de A é superior à área calculada. Logo, pode-se dizer que a diferença de duas barras, além de ser a favor da segurança, não superdimensiona o elemento.

## 4.2 Exemplo prático 2

Outro objeto de estudo usado para validação das rotinas programadas na planilha é o exemplo da apostila do professor Bastos (2019). Trata-se do dimensionamento de uma sapata de fundação superficial para um pilar com seção transversal 20 x 100 cm, que transfere uma carga vertical centrada de 1600 kN, momento fletor de 100 kN·m tensão admissível do solo de 0,30 MPa, atuando em torno do eixo paralelo ao menor lado do pilar, e:

- Concreto C25 e Aço CA-50;
- Cobrimento de 4 cm;
- Armadura do pilar de  $\varnothing 20$  mm;
- Coeficientes de segurança:  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ .

Com as informações fornecidas pelo exemplo, dimensionou-se a sapata e os resultados obtidos encontram-se na Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 – Comparação dos resultados do exemplo 2

<b>Comparação dos resultados</b>		
	Planilha	Bastos (2019)
A (cm)	300	300
B (cm)	220	220
h (cm)	70	80
h <sub>0</sub> (cm)	25	30
A <sub>s,A</sub>	27 N1 $\Phi$ 10 c/ 7 C=372	24 N1 $\Phi$ 10 c/9 C=372
A <sub>s,B</sub>	29 N2 $\Phi$ 10 c/10 C=292	24 N2 $\Phi$ 10 c/12 C=292

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

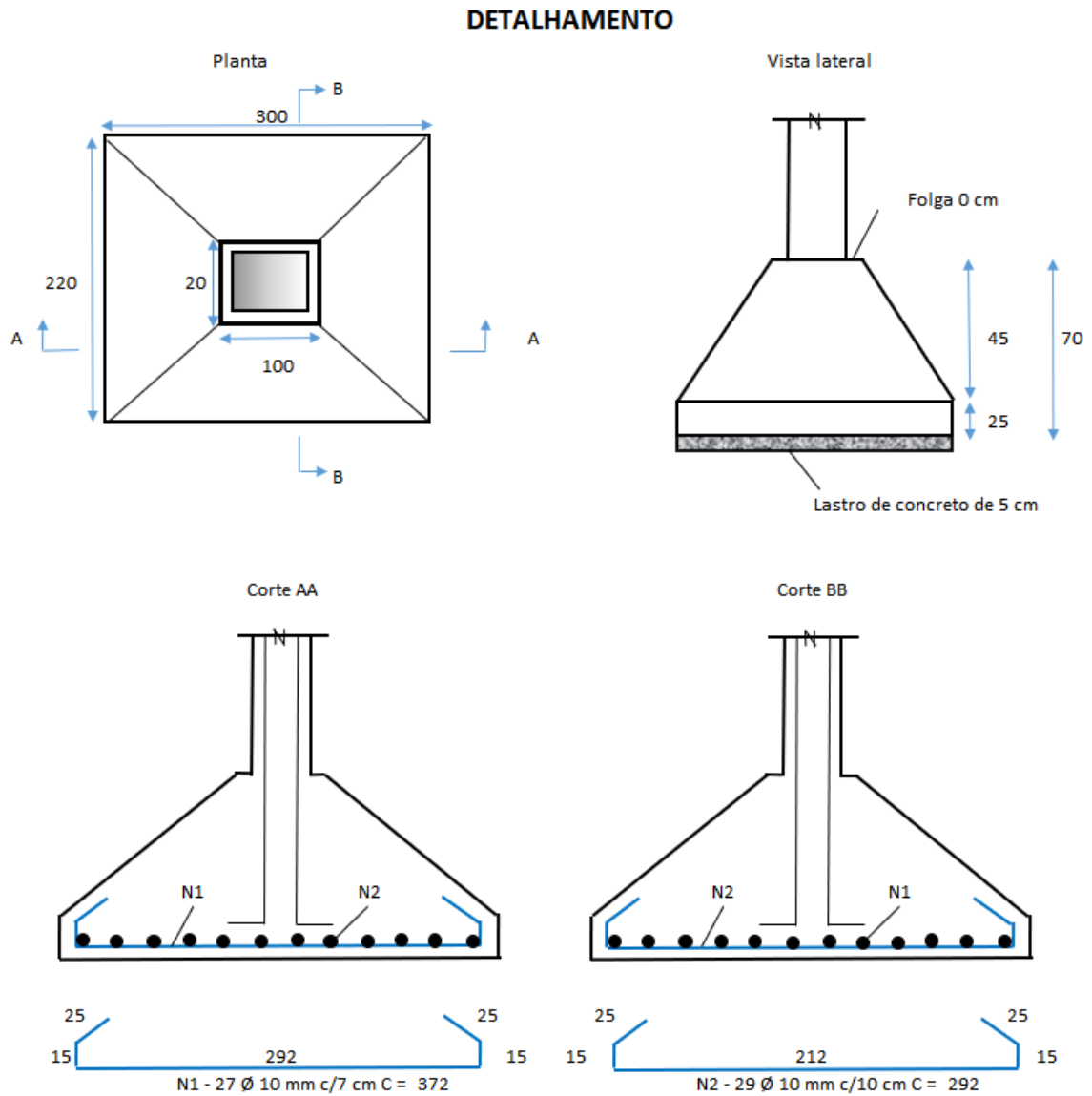
Confrontando os resultados, observou-se uma diferença de 10 cm na altura da sapata e 5 cm na altura h<sub>0</sub>. A planilha desenvolvida determina a altura mínima exigida e, verifica se esta é suficiente nas verificações de cortante e diagonal comprimida. Bastos (2019) optou por adotar uma altura maior que a mínima e, conseqüentemente, alterando as dimensões de (h<sub>0</sub>), (d) e ( $\alpha$ ).

Devido à opção de adotar uma altura de sapata maior, o braço de alavanca também aumenta. Logo, a área de aço necessária diminui. Com o aumento de 10 cm na altura da sapata, houve uma redução em torno de 11% na quantidade de barras (N1) e 17% na quantidade de barras (N2), valor considerado na análise de custo.

Comparando manualmente com a altura de 80 cm na planilha, verificou-se que a área de aço apresentou diferença inferior a 1%, devido a arredondamentos.

A Figura 63 apresenta o detalhamento elaborado pela planilha e a Figura 62 traz o detalhamento feito por Bastos (2019).

Figura 62 – Detalhamento pela planilha

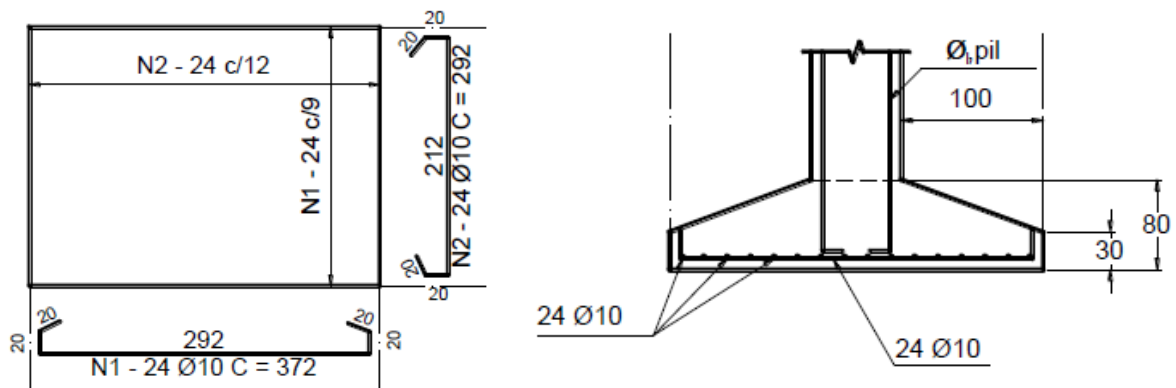


Resumo de aço					
Barra	Qty	Bitola (mm)	Comprimento (cm)		Peso (kg)
			Unit.	Total	
N1	27	10,0	372	10044	6197,15
N2	29	10,0	292	8468	5224,76
Total					11421,90
Total + 10%					12564,09

<b>Volume de concreto</b>	<b>2,842 m<sup>3</sup></b>
---------------------------	----------------------------

Dimensões em cm

Figura 63 – Detalhamento segundo Bastos (2019)



Fonte: Adaptado de BASTOS, 2019.

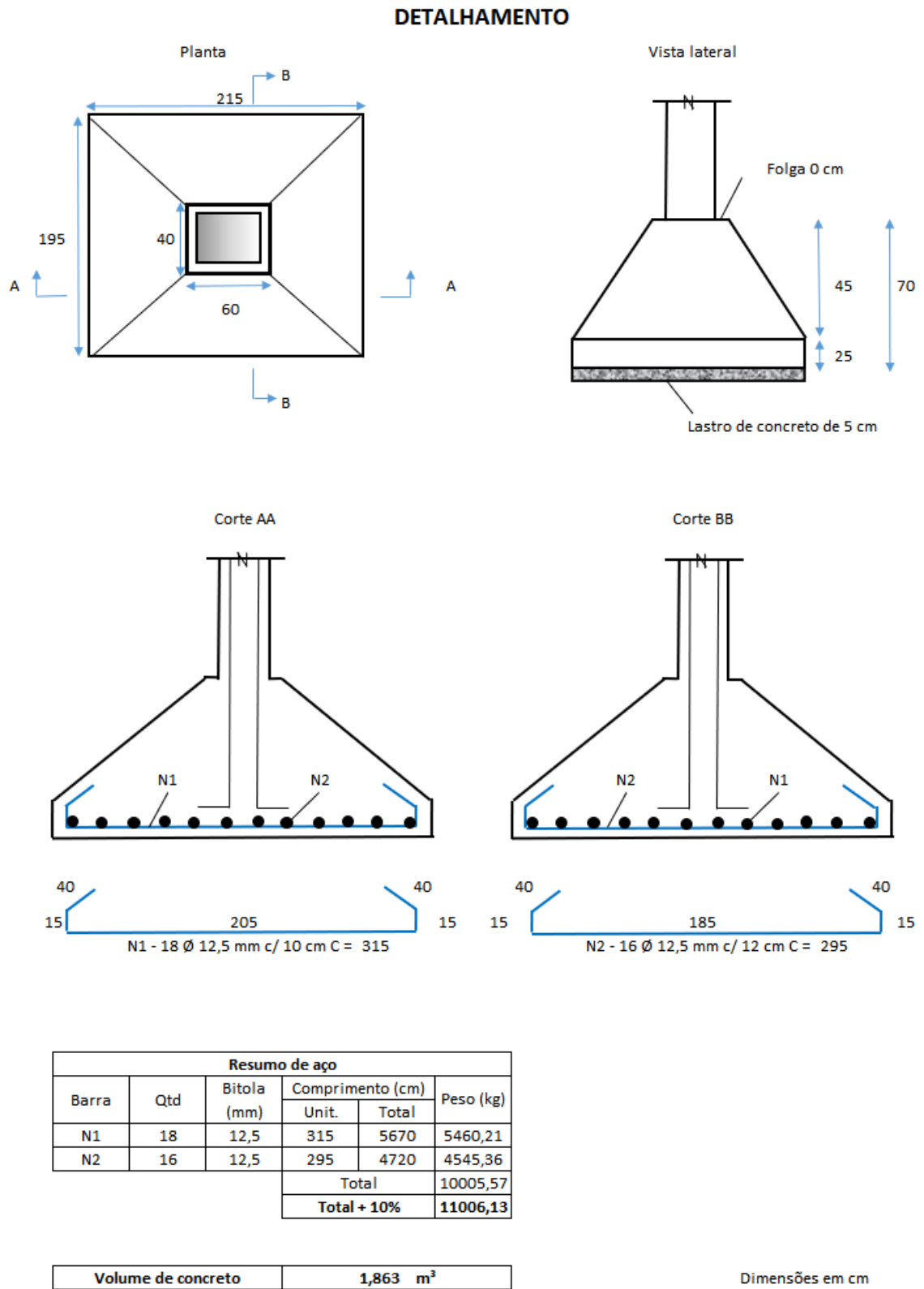
### 4.3 Exemplo prático 3

O exemplo 3, retirado da dissertação de mestrado de Silva (1998), é feito o dimensionamento de uma sapata para um pilar com seção transversal 40 x 60 cm, que transfere uma carga vertical centrada de 1040 kN, tensão admissível do solo de 0,50 MPa, e:

- Concreto C20 e Aço CA-50;
- $M_A = 280$  kN.m e  $M_B = 190$  kN.m
- Armadura do pilar de  $\varnothing 20$  mm;
- Cobrimento de 5 cm;
- Coeficientes de segurança:  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ .

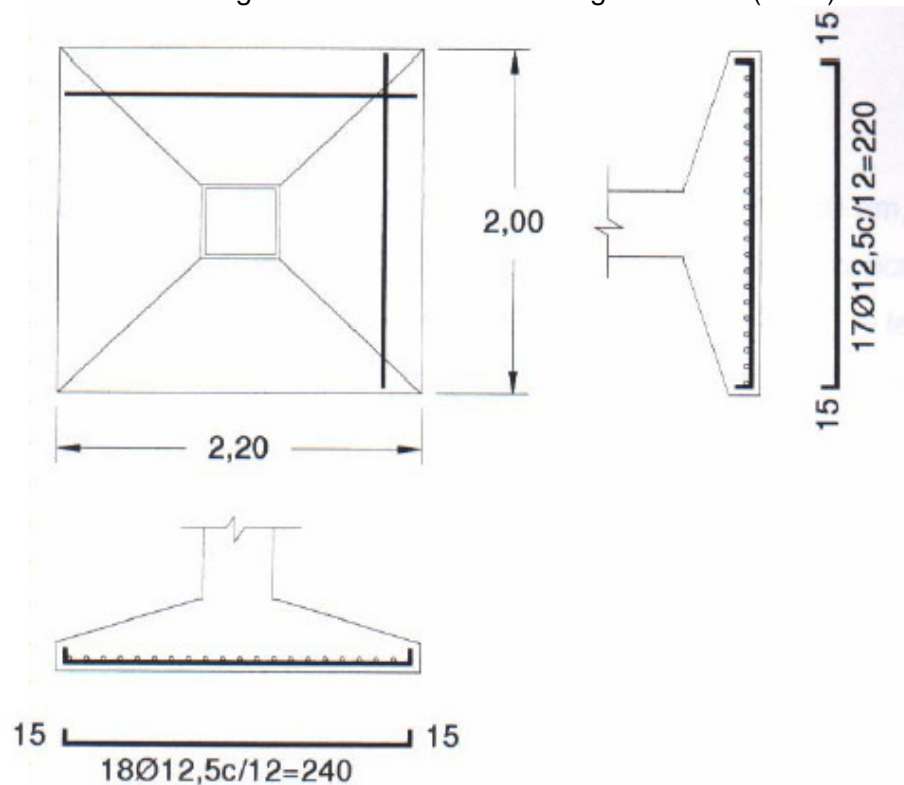
A Figura 65 traz o detalhamento elaborado pela planilha e a Figura 64 apresenta o detalhamento feito por Silva (1998).

Figura 64 – Detalhamento pela planilha



Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Figura 65 – Detalhamento segundo Silva (1998)



Fonte: SILVA, 1998.

Para este exemplo utilizou-se o fator de majoração da tensão admissível igual a 1,3. Isso se deu, pois, a versão da NBR 6122 utilizada por Silva (1998) é de 1996, que considera em seu item 5.5.3 um aumento de 30% no valor da tensão admissível do solo.

Para confrontar os resultados obtidos, os valores foram dispostos na Tabela 5. Verificou-se que existem semelhanças e diferenças nos resultados calculados para a sapata em questão.

Tabela 5 – Comparação dos resultados do exemplo 3

Comparação dos resultados		
	Planilha	Silva (1998)
A (cm)	215	220
B (cm)	195	200
h (cm)	70	75
h <sub>o</sub> (cm)	25	35
A <sub>s,A</sub>	18 N1 $\Phi$ 12,5 c/ 10 C=315	18 N1 $\Phi$ 12,5 c/12 C=220
A <sub>s,B</sub>	16 N2 $\Phi$ 12,5 c/12 C=295	17 N2 $\Phi$ 12,5 c/12 C=240

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Comparando os resultados, observou-se uma variação nas dimensões da sapata. Em sua resolução, Silva (1998) fixou o ângulo da variação da altura com a horizontal em  $30^\circ$ , que altera as dimensões geométricas da sapata.

Para o cálculo da área de aço mínima, Silva (1998) adotou a recomendação do EUROCODE N°2 (1992), que é um pouco mais conservador, aumentando a área de aço. Por este motivo, mesmo com uma área de concreto superior a calculada pela planilha, a área utilizada por ele foi superior à da planilha.

A grande variação dos resultados se dá no comprimento das barras, fato explicado por Silva (1998) utilizar apenas o gancho vertical e a planilha utilizar o comprimento de ancoragem básico.

#### **4.4 Comparação com o *software* VerifCalc©**

O *software* VerifCalc© foi desenvolvido em 2019 pelo engenheiro Adailton Carlos da Silva, a fim de otimizar a utilização do Ábaco de Montoya. O *software* possui interface simples, conforme a Figura 66, e dimensiona sapatas isoladas apenas submetidas a carga centrada e momentos nas duas direções, através do CEB:1970.

Para validação da planilha foram comparados dois exemplos, sendo apresentados seus resultados nos tópicos a seguir.

Utilizou-se o fator de majoração da tensão admissível igual a 1,15, de acordo com a NBR 6122:2019.



Tabela 6 – Comparação dos resultados do exemplo 4

<b>Comparação dos resultados</b>		
	Planilha	VerifCalc©
A (cm)	225	225
B (cm)	205	205
h (cm)	70	70
h <sub>0</sub> (cm)	25	25
C <sub>a</sub> = C <sub>b</sub> (cm)	82,5	82,5
d (cm)	63,75	65
η <sub>x</sub>	0,12	0,12
η <sub>y</sub>	0,09	0,09
k <sub>1</sub>	0,44	0,44
k <sub>4</sub>	0,11	0,12
α	37°	37°
σ <sub>1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	564	564
σ <sub>2</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	295	292
σ <sub>3</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	207	204
σ <sub>4</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	-62	-68
M <sub>a,d</sub> (kN.m)	516	514
M <sub>b,d</sub> (kN.m)	475	473
A <sub>s,A</sub> (cm <sup>2</sup> )	21,89	21,40
A <sub>s,B</sub> (cm <sup>2</sup> )	20,17	19,70
V <sub>Sd,a</sub> (kN)	565,35	556,71
V <sub>Sd,b</sub> (kN)	555,92	552,08
V <sub>Rd,a</sub> (kN)	1331,92	1373,50
V <sub>Rd,b</sub> (kN)	1587,64	1635,12
T <sub>Sd</sub> (MPa)	1,14	1,12
T <sub>Rd</sub> (MPa)	3,55	3,55

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Comparando os resultados, percebeu-se que os valores são próximos. As diferenças se dão pelos dados retirados do Ábaco de Montoya apresentarem diferença de leitura de pessoa para pessoa.

#### 4.4.2 Exemplo prático 5

Neste exemplo foi dimensionada uma sapata para um pilar com seção transversal 20 x 40 cm e armadura de  $\varnothing 10$  mm, que transfere uma carga vertical centrada de 300 kN, tensão admissível do solo de 0,40 MPa, cobrimento de 4 cm, e:

- Concreto C20 e Aço CA-50;
- M<sub>A</sub> = 100 kN.m e M<sub>B</sub> = 80 kN.m

Os valores obtidos pelo *software* VerifCalc© e pela planilha estão dispostos na Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação dos resultados do exemplo 5

<b>Comparação dos resultados</b>		
	Planilha	VerifCalc©
A (cm)	175	175
B (cm)	155	155
h (cm)	50	50
h <sub>0</sub> (cm)	20	20
C <sub>a</sub> = C <sub>b</sub> (cm)	67,5	67,5
d (cm)	45	46
η <sub>x</sub>	0,19	0,19
η <sub>y</sub>	0,17	0,17
k <sub>1</sub>	0,28	0,28
k <sub>4</sub>	0,53	0,50
α	43 <sup>o</sup>	43 <sup>o</sup>
σ <sub>1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	434	435
σ <sub>2</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	114	120
σ <sub>3</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	90	97
σ <sub>4</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	-230	-217
M <sub>a,d</sub> (kN.m)	170	163
M <sub>b,d</sub> (kN.m)	176	162
A <sub>s,A</sub> (cm <sup>2</sup> )	10,21	9,56
A <sub>s,B</sub> (cm <sup>2</sup> )	10,60	9,52
V <sub>Sd,a</sub> (kN)	224,47	226,37
V <sub>Sd,b</sub> (kN)	239,35	240,73
V <sub>Rd,a</sub> (kN)	588,64	610,98
V <sub>Rd,b</sub> (kN)	769,77	796,13
τ <sub>sd</sub> (MPa)	0,78	0,76
τ <sub>Rd</sub> (MPa)	3,55	3,55

Fonte: Elaborado pela autora, 2021.

Assim como no exemplo anterior, os resultados obtidos pela planilha e pelo *software* VerifCalc© foram próximos. Podemos destacar a diferença dos resultados dos momentos atuantes, uma vez que a planilha utiliza o maior valor entre: (i) a tensão média e (ii) 2/3 da tensão máxima, e o *software* VerifCalc© utiliza apenas a tensão média.

Com isso, houve um aumento de aproximadamente 10% na área de aço da planilha em relação ao *software* VerifCalc©.

## 5 CONCLUSÕES

Em razão dos resultados obtidos, conclui-se que a rotina computacional foi desenvolvida com sucesso. Contudo, é importante destacar que a mesma possui algumas restrições. Sendo elas: quando é necessário utilizar o Ábaco de Montoya, uma vez que o intervalo de valores para  $\eta_x$  vai de 0,01 a 0,30; e a limitação da representação gráfica não ser feita em escala no detalhamento.

A planilha demonstrou autonomia para o dimensionamento e detalhamento de sapatas, demonstrando resultados admissíveis e válidos quando comparados aos resultados do *software* VerifCalc®.

Em relação à precisão dos resultados quando comparados aos exemplos da literatura e do *software* VerifCalc®, verificou-se que a planilha apresenta diferença de resultados abaixo de 10%. Esta discrepância, no entanto, não afeta a execução das sapatas calculadas, pois estas estão a favor da segurança e, ainda assim, não estão superdimensionadas.

Desta forma, pode-se dizer que o trabalho conseguiu demonstrar a possibilidade de automação do cálculo de dimensionamento de sapatas isoladas. Apesar de apresentar limitações, seus resultados são considerados aceitáveis e confiáveis, quando comparados a outros *softwares* de dimensionamento.

Conclui-se, também, que o envolvimento do engenheiro na elaboração do projeto é de fundamental importância. A rotina computacional segue apenas uma sequência lógica de cálculos, sendo o engenheiro responsável pela avaliação crítica dos resultados, seleção dos parâmetros e viabilidade da utilização do elemento estrutural sapata.

### 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para futuros trabalhos, pode-se realizar o dimensionamento de sapatas isoladas nas quais o pilar apoiado não possua seção retangular, como pilares em U, L ou I.

Uma comparação de dimensionamento entre os métodos apresentados neste trabalho pode ser realizada, sendo assim necessário dimensionar sapatas

isoladas através das recomendações da NBR 6118:2014 e do ACI-318, para então ser possível verificar a variação na quantidade dos materiais.

Além do mais, para resultados ainda mais próximos do real, é possível realizar novas comparações, visto que a planilha realiza os cálculos para diferentes situações, podendo assim determinar as limitações para cada uma.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, 2014. 256 p.

ABNT. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, 2019. 120 p.

ABNT. **NBR 6484**: Solo – Sondagens de simples reconhecimento com SPT – Método de ensaio. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, 2020. 28 p.

ABNT. **NBR 6489**: Solo – Prova de carga estática em fundação direta. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, 2019. 15 p.

ALMEIDA, M. A. (2016). Notas de aula da disciplina Fundações e Obras de Terra. Cascavel, FAG.

ALONSO, U. R. **Exercícios de Fundação**. Vol 1. São Paulo, SP, Edgard Blucher Ltda, 1983.

ALTOQI. **Eberick**. Disponível em: <http://hotsite.altoqi.com.br/eberick-2021/>. Acesso em: 18 set. 2020.

ALVA, G. M. S. **Projeto estrutural de sapatas**. 2007. Departamento de Estruturas e Construção Civil. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1008/Downloads/Sapatas.pdf>. Acesso em: 26 ago. 2020.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Committee 318. ACI 318**: Building code requirements for reinforced concrete and commentary. Detroit, 1995.

ANDRADE, J. R. L. (1989) Notas de aula da disciplina de Fundações. São Carlos, EESC – USP.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. Vol. 4. Rio Grande do Sul, 2014.

ARCENO, M. F. **Dimensionamento estrutural de sapatas e blocos de coroamento**. 2018. Trabalho de conclusão de curso (graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Florianópolis, 2018.

BARATA, F. E. **Propriedades mecânicas dos solos**: uma introdução ao projeto de fundações. Rio Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 1984.

BASTOS, P. S. S. (2019). Notas de aula da disciplina Estruturas de Concreto Armado III – Sapatas de Fundação. Bauru, UNESP.

BRITO, J. L. W. **Fundações do edifício**. São Paulo, EPUSP, 1987.

BORGES, M. **Tipos de fundações: sapata corrida**. 2017. Disponível em: <http://blogpraconstruir.com.br/etapas-da-construcao/sapata-corrida/>. Acesso em: 26 ago. 2020.

CAMPOS, J. C. **Elementos de fundação em concreto**. São Paulo: Oficina dos Textos, 2015. 542 p.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Vol. 2. São Paulo: Pini, 2009.

CASTRO, B. C. et al. **Perfis geotécnicos da cidade de Palmas – TO por meio de sondagens SPT e ensaios geofísicos**. In: XVIII Congresso Brasileiro de Mecânica dos solos e Engenharia Geotécnica, Belo Horizonte, 2016.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. **Tensão admissível em fundações diretas**. São Carlos, São Paulo: RiMa, 2003.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. **Fundações diretas: projeto geotécnico**. São Paulo: Oficina de Textos, 2011, 140 p.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Recommandations particulières au calcul ET à l'exécution des semelles de fondation**. Bulletin d'Information n. 73. Paris, 1970.

CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de concreto armado: punção**. Florianópolis: Ed. Da UFSC, 1997.

COSTA, E. C. **Aplicação de software para cálculo da capacidade de carga de fundações profundas**. 2015. 106f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.

COSTA, Y. D. J. **Estudo do comportamento do solo não saturado através de provas de carga em placa**. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – EESC – USP, São Carlos, 1999.

DANTAS NETO, S. A. (2006). Notas de aula da disciplina de Fundações e obras de contenção. Fortaleza, DEMA – UFC.

DELALIBERA, R. G. (2006). Notas de aula da disciplina de Fundação. Catalão, UFG – CAC.

DELATIM, I. J. **Classificação de sondagens (trado, percussão, rotativa e mista) para a apresentação em perfis individuais de sondagens**: curso examinado sob a perspectiva de ensino e de pensamento geológico. Campinas, São Paulo. 2017.

DÓRIA, L. E. S. **Projeto de estrutura de fundação em concreto do tipo radier**. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2007.

FABRÍCIO, M. M.; ROSSIGNOLO, J. A. **Fundações**: Tecnologia das Construções. Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/apostila-fundacoes-2/4724443/>. Acesso em: 2 jul. 2020.

FALCONI, F. F. *et al.* **Fundações**: Teoria e prática. 2. ed. São Paulo: Pini, 1998.

FERREIRA, T. R. **Cálculo da capacidade de carga e o dimensionamento de sapatas isoladas utilizando planilhas eletrônicas**. 2013. 70f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2013.

GUERRIN, A. **Traité de béton armé**. v. 13. Paris: Dunot, 1955.

GUSMÃO, A. D. **Estudo da interação solo-estrutura e sua influência em recalques de edificações**. 1990. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1990.

LIMA, J. L. R. F. **Projeto estrutural de fundações superficiais**: análise crítica da utilização de programas computacionais. 2015. 126f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Estadual da Paraíba, Aruana, 2015.

LONGO, L. F. Como é calculado o coeficiente Gama-Z?, Suporte AltoQi, 2019.

MACHADO, C. P. (1988) Notas de aula da disciplina de Fundações. FDTE, EPUSP, São Paulo.

MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete**: mechanics and design. New Jersey: Prentice Hall, 1992.

MONTOYA, J. *et al.* **Hormigón armado**. Barcelona: Gustavo Gilli, 1973.

MORAES, M. C. **Estruturas de fundações**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976.

MOURA, A. P. (2016). Notas de aula da disciplina Fundações e obras de terra. Mucuri, UFVJM.

PEREIRA, C. Tubulão a ar comprimido. Escola Engenharia. 2015. Disponível em: <https://www.escolaengenharia.com.br/tubulao-a-ar-comprimido/>. Acesso em: 23 jul. 2020.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos, EESC-USP, 2007.

PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Vol. 2. São Paulo, 2013.

REBELLO, Y. C. P. **Fundações**: guia prático de projeto, execução e dimensionamento. São Paulo: Zigurate Editora, 2009.

SILVA, E. L. **Análise dos modelos estruturais para determinação dos esforços resistentes em sapatas isoladas**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

SILVA, M. A. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. 2005. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

SILVA, R.; GIONGO, J. S. **Cálculo da área da armadura transversal em elementos lineares de concreto armado submetidos à ação de força esforço cortante**: análise comparativa entre os Modelos I e II da NBR 6118: 2003. In: 50º Congresso Brasileiro de Concreto, Salvador, 2008.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N. Definição de expressões visando relacionar  $f'c$  e  $fck$ . In: ENTECA, 2003.

SPERNAU, W. (2012). Notas de aula da disciplina de Estruturas de Fundações. Florianópolis, UFSC.

TAVARES, J. **Fundações e estruturas de contenção**: Pau dos Ferros: Power Point, 2017. 33 slides.

TEIXEIRA, A. H.; GODOY, N. S. **Análise, projeto e execução de fundações rasas**. São Paulo: Pini, 1996.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações**: critérios de projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais e Fundações Profundas. São Paulo: Oficina de Textos, 2010. 568 p.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações**: critérios de projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais e Fundações Profundas. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2011. 226 p.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações:** critérios de projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais e Fundações Profundas. Volume completo. São Paulo: Oficina de Textos, 2014. 568 p.

## ANEXO A – FATORES DE CAPACIDADE DE CARGA DE TERZAGHI

Tabela 8 – Fatores de capacidade de carga de Terzaghi

$\varphi$	Ruptura Geral			Ruptura Local		
	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$N'_c$	$N'_q$	$N'_\gamma$
0	5,70	1,00	0,00	5,70	1,00	0,00
1	6,00	1,10	0,01	5,90	1,07	0,005
2	6,30	1,22	0,04	6,10	1,14	0,02
3	6,62	1,35	0,06	6,30	1,22	0,04
4	6,97	1,49	0,10	6,51	1,30	0,055
5	7,34	1,64	0,14	6,74	1,39	0,074
6	7,73	1,81	0,20	6,97	1,49	0,10
7	8,15	2,00	0,27	7,22	1,59	0,128
8	8,60	2,21	0,35	7,47	1,70	0,16
9	9,09	2,44	0,44	7,74	1,82	0,20
10	9,61	2,69	0,56	8,02	1,94	0,24
11	10,16	2,98	0,69	8,32	2,08	0,30
12	10,76	3,29	0,85	8,63	2,22	0,35
13	11,41	3,63	1,04	8,96	2,38	0,42
14	12,11	4,02	1,26	9,31	2,55	0,48
15	12,86	4,45	1,52	9,67	2,73	0,57
16	13,68	4,92	1,82	10,06	2,92	0,67
17	14,60	5,45	2,18	10,47	3,13	0,76
18	15,12	6,04	2,59	10,90	3,36	0,88
19	16,56	6,70	3,07	11,36	3,61	1,03
20	17,69	7,44	3,64	11,85	3,88	1,12
21	18,92	8,26	4,31	12,37	4,17	1,35
22	20,27	9,19	5,09	12,92	4,48	1,55
23	21,75	10,23	6,00	13,51	4,82	1,74
24	23,36	11,40	7,08	14,14	5,20	1,97
25	25,13	12,72	8,34	14,80	5,60	2,25
26	27,09	14,21	9,84	15,53	6,05	2,59
27	29,24	15,90	11,60	16,30	6,54	2,88
28	31,61	17,81	13,70	17,13	7,07	3,29
29	34,24	19,98	16,18	18,03	7,66	3,76
30	37,16	22,46	19,13	18,99	8,31	4,39
31	40,41	25,28	22,65	20,03	9,03	4,83
32	44,04	28,52	26,87	21,16	9,82	5,51
33	48,09	32,23	31,94	22,39	10,69	6,32
34	52,64	36,50	38,04	23,72	11,67	7,22
35	57,75	41,44	45,41	25,18	12,75	8,35
36	63,53	47,16	54,36	26,77	13,97	9,41
37	70,01	53,80	65,27	28,51	15,32	10,90
38	77,50	61,55	78,61	30,43	16,85	12,75
39	85,97	70,61	95,03	32,53	18,56	14,71
40	95,66	81,27	115,31	34,87	20,50	17,22
41	106,81	93,85	140,51	37,45	22,70	19,75
42	119,67	108,75	171,99	40,33	28,06	22,50

$\phi$	Ruptura Geral			Ruptura Local		
	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$N'_c$	$N'_q$	$N'_\gamma$
43	134,58	126,50	211,56	43,54	28,06	26,25
44	151,95	147,74	261,60	47,13	31,34	30,40
45	172,28	173,28	325,34	51,17	35,11	36,00
46	196,22	204,19	407,11	55,73	39,48	41,70
47	224,55	241,80	512,84	60,91	44,45	49,30
48	258,28	287,85	650,67	66,80	50,46	59,25
49	298,71	344,63	831,99	73,55	57,41	71,45
50	347,50	415,14	1072,80	81,31	65,60	85,75

Fonte: Adaptado de BRAJA, 2006.

Tabela 9 – Fatores de forma de Terzaghi

Sapata	$S_c$	$S_q$	$S_\gamma$
Corrida	1,0	1,0	1,0
Quadrada	1,3	1,0	0,8
Circular	1,3	1,0	0,6
Retangular	1,2	1,0	0,9

Fonte: Adaptado de CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011.

## ANEXO B – FATORES DE CAPACIDADE DE CARGA DE VESIC

Tabela 10 – Fatores de capacidade de carga de Vesic

$\varphi^\circ$	$N_o$	$N_q$	$N_v$	$N_q/N_o$	$\tan\varphi$	$\varphi^\circ$	$N_o$	$N_q$	$N_v$	$N_q/N_o$	$\tan\varphi$
0	5,14	1,00	0,00	0,20	0,00	26	22,25	11,85	12,54	0,53	0,49
1	5,38	1,09	0,07	0,20	0,02	27	23,94	13,20	14,47	0,55	0,51
2	5,63	1,20	0,15	0,21	0,03	28	25,80	14,72	16,72	0,57	0,53
3	5,90	1,31	0,24	0,22	0,05	29	27,86	16,44	19,34	0,59	0,55
4	6,19	1,43	0,34	0,23	0,07	30	30,14	18,40	22,40	0,61	0,58
5	6,49	1,57	0,45	0,24	0,09	31	32,67	20,63	25,99	0,63	0,60
6	6,81	1,72	0,57	0,25	0,11	32	35,49	23,18	30,22	0,65	0,62
7	7,16	1,88	0,71	0,26	0,12	33	38,64	26,09	35,19	0,68	0,65
8	7,53	2,06	0,86	0,27	0,14	34	42,16	29,44	41,06	0,70	0,67
9	7,92	2,25	1,03	0,28	0,16	35	46,12	33,30	48,03	0,72	0,70
10	8,35	2,47	1,22	0,30	0,18	36	50,59	37,75	56,31	0,75	0,73
11	8,80	2,71	1,44	0,31	0,19	37	55,63	42,92	66,19	0,77	0,75
12	9,28	2,97	1,69	0,32	0,21	38	61,35	48,93	78,03	0,80	0,78
13	9,81	3,26	1,97	0,33	0,23	39	67,87	55,96	92,25	0,82	0,81
14	10,37	3,59	2,29	0,35	0,25	40	75,31	64,20	109,41	0,85	0,84
15	10,98	3,94	2,65	0,36	0,27	41	83,86	73,90	130,22	0,88	0,87
16	11,63	4,34	3,06	0,37	0,29	42	93,71	85,38	155,55	0,91	0,90
17	12,34	4,77	3,53	0,39	0,31	43	105,11	99,02	186,54	0,94	0,93
18	13,10	5,26	4,07	0,40	0,32	44	118,37	115,31	224,64	0,97	0,97
19	13,93	5,80	4,68	0,42	0,34	45	133,88	134,88	271,76	1,01	1,00
20	14,83	6,40	5,39	0,43	0,36	46	152,10	158,51	330,35	1,04	1,04
21	15,82	7,07	6,20	0,45	0,38	47	173,64	187,21	403,67	1,08	1,07
22	16,88	7,82	7,13	0,46	0,40	48	199,26	222,31	496,01	1,12	1,11
23	18,05	8,66	8,20	0,48	0,42	49	229,93	265,51	613,16	1,15	1,15
24	19,32	9,60	9,44	0,50	0,45	50	266,89	319,07	762,89	1,20	1,19
25	20,72	10,66	10,88	0,51	0,47						

Fonte: Adaptado de CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011 *apud* RIBEIRO, 2013.

Tabela 11 – Fatores de forma de Beer

Sapata	$S_c$	$S_q$	$S_v$
Corrida	1,0	1,0	1,0
Retangular	$1 + (B/L)(N_q/N_c)$	$1 + (B/L) \tan\varphi$	$1 - 0,4 (B/L)$
Circular ou quadrada	$1 + (N_q/N_c)$	$1 + \tan\varphi$	0,6

Fonte: Adaptado de CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011.

## ANEXO C – COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO

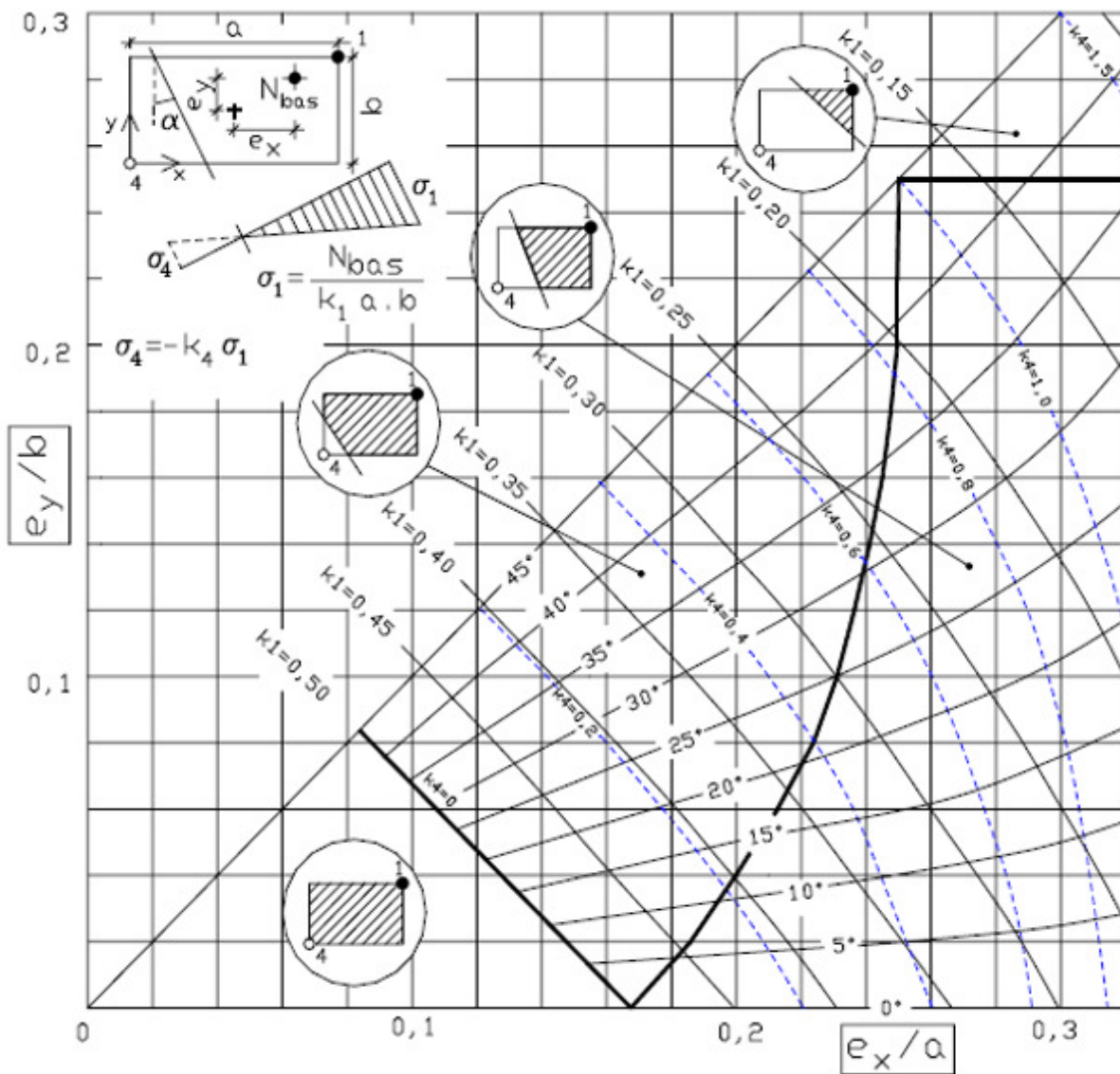
Quadro 2 - Comprimento de ancoragem básico

Concreto	Zona de Aderência	CA-50		CA-60				CA-25	
		Nervurado $\eta_1=2,25$		Liso $\eta_1=1,0$		Entalhado $\eta_1=1,4$		Liso $\eta_1=1,0$	
		Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com
C10	Má	99 $\phi$	69 $\phi$	268 $\phi$	187 $\phi$	191 $\phi$	134 $\phi$	112 $\phi$	78 $\phi$
	Boa	69 $\phi$	49 $\phi$	187 $\phi$	131 $\phi$	134 $\phi$	94 $\phi$	78 $\phi$	55 $\phi$
C15	Má	76 $\phi$	53 $\phi$	204 $\phi$	143 $\phi$	146 $\phi$	102 $\phi$	85 $\phi$	60 $\phi$
	Boa	53 $\phi$	37 $\phi$	143 $\phi$	100 $\phi$	102 $\phi$	71 $\phi$	60 $\phi$	42 $\phi$
C20	Má	62 $\phi$	44 $\phi$	169 $\phi$	118 $\phi$	120 $\phi$	84 $\phi$	70 $\phi$	49 $\phi$
	Boa	44 $\phi$	31 $\phi$	118 $\phi$	83 $\phi$	84 $\phi$	59 $\phi$	49 $\phi$	34 $\phi$
C25	Má	54 $\phi$	38 $\phi$	145 $\phi$	102 $\phi$	104 $\phi$	73 $\phi$	61 $\phi$	42 $\phi$
	Boa	38 $\phi$	26 $\phi$	102 $\phi$	71 $\phi$	73 $\phi$	51 $\phi$	42 $\phi$	29 $\phi$
C30	Má	48 $\phi$	33 $\phi$	129 $\phi$	90 $\phi$	92 $\phi$	64 $\phi$	54 $\phi$	38 $\phi$
	Boa	33 $\phi$	23 $\phi$	90 $\phi$	63 $\phi$	64 $\phi$	45 $\phi$	38 $\phi$	27 $\phi$
C35	Má	43 $\phi$	30 $\phi$	116 $\phi$	81 $\phi$	83 $\phi$	58 $\phi$	48 $\phi$	34 $\phi$
	Boa	30 $\phi$	21 $\phi$	81 $\phi$	57 $\phi$	58 $\phi$	41 $\phi$	34 $\phi$	24 $\phi$
C40	Má	39 $\phi$	28 $\phi$	106 $\phi$	74 $\phi$	76 $\phi$	53 $\phi$	44 $\phi$	31 $\phi$
	Boa	28 $\phi$	19 $\phi$	74 $\phi$	52 $\phi$	53 $\phi$	37 $\phi$	31 $\phi$	22 $\phi$
C45	Má	36 $\phi$	25 $\phi$	98 $\phi$	69 $\phi$	70 $\phi$	49 $\phi$	41 $\phi$	29 $\phi$
	Boa	25 $\phi$	18 $\phi$	69 $\phi$	48 $\phi$	49 $\phi$	34 $\phi$	29 $\phi$	20 $\phi$
C50	Má	34 $\phi$	24 $\phi$	92 $\phi$	64 $\phi$	65 $\phi$	46 $\phi$	38 $\phi$	27 $\phi$
	Boa	24 $\phi$	17 $\phi$	64 $\phi$	45 $\phi$	46 $\phi$	32 $\phi$	27 $\phi$	19 $\phi$

Fonte: PINHEIRO, 2005.

## ANEXO D – ÁBACO DE MONTOYA

Figura 67 – Ábaco de Montoya



Fonte: FERREIRA, 2013.