

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS
GERAIS – *CAMPUS* SÃO JOÃO EVANGELISTA
BACHARELADO EM ENGENHARIA FLORESTAL

Maria Vitória Alexandrina Ferreira Nascimento

**PROPAGAÇÃO DE ERROS HIPSOMÉTRICOS: COMO A ESCOLHA DO MODELO
COMPROMETE A PRECISÃO DO FATOR DE FORMA EM EUCALIPTO**

São João Evangelista

2026

MARIA VITÓRIA ALEXANDRINA FERREIRA NASCIMENTO

**PROPAGAÇÃO DE ERROS HIPSOMÉTRICOS: COMO A ESCOLHA DO MODELO
COMPROMETE A PRECISÃO DO FATOR DE FORMA EM EUCALIPTO**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso Bacharelado em Engenharia Florestal do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Florestal.

Orientador: Dr. Bruno Oliveira Lafetá

São João Evangelista

2026

N244p Nascimento, Maria Vitória Alexandrina Ferreira.
Propagação de erros hipsométricos: como a escolha do modelo
compromete a precisão do fator de forma em eucalipto / Maria Vitória
Alexandrina Ferreira Nascimento – 2026.
29f.: il.

Orientador: Dr. Bruno Oliveira Lafetá.
Trabalho de Conclusão de Curso (bacharelado em Engenharia
Florestal) – Instituto Federal Minas Gerais. *Campus* São João
Evangelista, 2026.

1. Biometria de árvores. 2. Densidade de plantio. 3. Modelos
lineares e não lineares. 4. Regressão. I. Nascimento, Maria Vitória
Alexandrina Ferreira. II. Instituto Federal de Minas Gerais *Campus*
SJE. III. Título.

CDD 634.973

Catálogo: Esther Soares Cunha - CRB-6/4333


Maria Vitória Alexandrina Ferreira Nascimento

**PROPAGAÇÃO DE ERROS HIPSOMÉTRICOS: COMO A ESCOLHA DO MODELO
COMPROMETE A PRECISÃO DO FATOR DE FORMA EM EUCALIPTO**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso Bacharelado em Engenharia Florestal do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Florestal.


Aprovado em 09/02/2026

**BANCA
EXAMINADORA**

 Documento assinado digitalmente
BRUNO OLIVEIRA LAFETA
Data: 09/02/2026 19:43:20-0300
Verifique em <https://validar.ifi.gov.br>


Prof. Dr. Bruno Oliveira Lafetá (Orientador)

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista

 Documento assinado digitalmente
CAROLINE JUNQUEIRA SARTORI
Data: 09/02/2026 20:06:06-0300
Verifique em <https://validar.ifi.gov.br>

Prof. Dra. Caroline Junqueira Sartori

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista

 Documento assinado digitalmente
ISADORA AZEVEDO PERPETUO
Data: 09/02/2026 19:51:17-0300
Verifique em <https://validar.ifi.gov.br>

Ma. Isadora Azevedo Perpétuo

Universidade Federal de Lavras – *Campus* Lavras

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ser a base das minhas conquistas e por me permitir alcançar tantos objetivos. À minha família, expresso minha eterna gratidão pelo incentivo e apoio ao longo dessa trajetória, em especial à minha avó Josefina Alexandrino Ferreira, ao meu avô Anésio Ferreira Nunes, à minha mãe Maria Aparecida Ferreira e à minha prima Paloma Conceição Ferreira, pelo acolhimento e carinho constantes.

Ao meu orientador, Dr. Bruno Oliveira Lafetá, agradeço pela confiança, orientação e apoio durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço, também, aos professores do curso de Engenharia Florestal, que contribuíram de forma significativa para minha formação, em especial à Dra. Caroline Junqueira Sartori, ao Dr. Ivan da Costa Ilhéu Fontan, à Dra. Grazielle Wolff de Almeida Carvalho e ao Dr. Jonathan da Rocha Miranda.

Registro, ainda, meu agradecimento a Adair Aparecido da Silva, pela parceria no período de atuação no viveiro de mudas. Por fim, agradeço aos colegas e amigos pelo companheirismo e pelos bons momentos compartilhados ao longo da graduação.

RESUMO

Investigações científicas sobre modelagem hipsométrica tradicionalmente avaliam seu desempenho por meio de métricas globais de ajuste. Contudo, ainda persiste uma lacuna quanto à quantificação da propagação de erros na estimativa de altura para o fator de forma, parâmetro biométrico essencial na estimativa volumétrica individual. Além disso, a influência da modelagem hipsométrica, e conseqüentemente da forma dos fustes, em diferentes espaçamentos de plantio ainda não é plenamente compreendida. Este estudo objetivou avaliar a influência da modelagem hipsométrica na estimativa do fator de forma em quatro espaçamentos de eucalipto. O estudo foi conduzido em Itamarandiba–MG, em povoamentos estabelecidos com um único clone híbrido de *Eucalyptus grandis* × *Eucalyptus camaldulensis*, aos 101 meses de idade. Foram cubados rigorosamente 160 fustes, distribuídos aleatoriamente em diferentes classes diamétricas nos espaçamentos 3,0 × 0,5 m, 3,0 × 1,0 m, 3,0 × 1,5 m e 3,0 × 2,0 m. O volume foi obtido pelo método de Smalian, e o fator de forma determinado pela razão entre o volume real do fuste e o volume do cilindro de referência, calculado a partir da área seccional ao nível do DAP e da altura total. Para a estimativa da altura, ajustaram-se oito modelos hipsométricos (cinco lineares e três não lineares), avaliando-se o desempenho preditivo, o atendimento às premissas estatísticas e o impacto das alturas estimadas sobre a média e a variabilidade do fator de forma. O fator de forma médio permaneceu estável entre espaçamentos ($0,4653 \pm 0,0387$), embora o volume individual tenha aumentado com a ampliação da área útil por planta. Entretanto, sua variabilidade individual mostrou alta sensibilidade ao modelo escolhido. Modelos lineares violaram premissas estatísticas e aumentaram a dispersão das estimativas, sobretudo no espaçamento intermediário (3,0 × 1,5 m). Já os modelos não lineares, particularmente o Logístico, apresentaram desempenho preditivo superior, com menores erros, maior estabilidade dos parâmetros e melhor capacidade de preservar a distribuição estatística do fator de forma, evidenciando maior robustez na relação altura–diâmetro. A escolha de um modelo hipsométrico robusto e acurado mostrou-se tão importante quanto a cubagem do fuste para o cálculo do fator de forma de referência. A análise detalhada da relação entre modelagem, altura e fator de forma em diferentes densidades de plantio fornece subsídios para maior precisão nas estimativas volumétricas em povoamentos de eucalipto.

Palavras-chave: Biometria de árvores. Densidade de plantio. Modelos lineares e não lineares. Regressão.

ABSTRACT

Scientific investigations on height-diameter modeling traditionally assess model performance using global goodness-of-fit metrics. However, a gap remains regarding the quantification of height estimation errors and their propagation to the form factor, a biometric parameter essential for individual tree volume estimation. Furthermore, the influence of hypsometric modeling, and consequently stem form, under different planting spacings is not yet fully understood. This study aimed to evaluate the influence of hypsometric modeling on form factor estimation across four eucalyptus planting spacings. The study was conducted in Itamarandiba, Minas Gerais, Brazil, in stands established with a single hybrid clone of *Eucalyptus grandis* × *Eucalyptus camaldulensis*, at 101 months of age. A total of 160 stems were rigorously cubed, randomly distributed across diameter classes within four planting spacings (3.0 × 0.5 m; 3.0 × 1.0 m; 3.0 × 1.5 m; 3.0 × 2.0 m). Stem volume was calculated using the Smalian method, and the form factor was determined as the ratio between the actual stem volume and the reference cylinder volume, computed from basal area at breast height and total tree height. Eight hypsometric models were fitted (five linear and three nonlinear), and their predictive performance, statistical assumptions, and effects on the mean and variability of the form factor were evaluated. The mean form factor remained stable across spacings (0.4653 ± 0.0387), although individual volume increased with greater growing space per tree. However, individual variability of the form factor was highly sensitive to the selected model. Linear models violated statistical assumptions and increased the dispersion of estimates, particularly at the intermediate spacing (3.0 × 1.5 m), where form factor variance was up to 195% higher than that obtained from direct cubage. Nonlinear models, especially the Logistic model, showed superior predictive performance, lower errors, greater parameter stability, and better preservation of the statistical distribution of the form factor, demonstrating greater robustness in the height–diameter relationship. The selection of a robust and accurate hypsometric model proved to be as important as direct stem measurement for calculating a reliable reference form factor. A detailed assessment of the interaction among modeling approach, height estimation, and form factor across different planting densities provides support for improving volumetric precision in eucalyptus stands.

Keywords: Linear and nonlinear models. Planting density. Regression. Tree biometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Distribuição da altura estimada e do fator de forma dos fustes de eucalipto no espaçamento $3,0 \times 1,5$ m, representada por boxplots e curvas de densidade, para diferentes modelos hipsométricos ajustados para eucalipto.....	21
--	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição de frequência das árvores abatidas aos 101 meses de idade para a cubagem em povoamentos de eucalipto com diferentes espaçamentos de plantio, em Itamarandiba-MG.....	13
Tabela 2 - Modelos hipsométricos testados para a estimativa da altura de eucalipto em diferentes espaçamentos de plantio.....	14
Tabela 3 - Valores de probabilidade dos testes aplicados às premissas do método dos mínimos quadrados ordinários para os modelos hipsométricos lineares, em diferentes espaçamentos de plantio de eucalipto.....	16
Tabela 4 - Coeficientes e desempenho preditivo do ajuste dos modelos hipsométricos testados para diferentes espaçamentos de plantio de eucalipto.....	17
Tabela - 5 - Desempenho das estimativas do fator de forma obtidas por diferentes modelos hipsométricos e espaçamentos de plantio de eucalipto.....	19

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. MATERIAL E MÉTODOS	12
2.1 Caracterização de sítio	12
2.2 Dados coletados.....	12
2.3 Modelagem hipsométrica	13
2.4 Estimativa do fator de forma e avaliação do desempenho	14
3. RESULTADOS	15
4. DISCUSSÃO	22
5. CONCLUSÃO.....	26
REFERÊNCIAS	27

1. INTRODUÇÃO

A eucaliptocultura contribui para o equilíbrio socioeconômico e ambiental no Brasil, integrando produção de madeira e serviços ecossistêmicos. Com uma produtividade com casca média de $34,4 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ em uma área cultivada de 8,1 milhões de hectares (IBÁ, 2025), a cadeia do eucalipto gera matérias-primas para a economia verde: fibras têxteis, celulose e papel, madeira sólida para construção e móveis, além de bioenergia. O cultivo tem sido um ativo estratégico para créditos de carbono, sequestrando grandes volumes de CO_2 (MORALES *et al.*, 2023; SILVA e VIEIRA, 2025). Esse sucesso produtivo depende de uma administração florestal eficiente, fundamentado em informações confiáveis sobre quantificação e monitoramento dos recursos madeireiros.

A quantificação do volume em povoamentos equiâneos é realizada por meio do inventário florestal, cuja etapa mensuracionista inicial consiste na medição do diâmetro de todas as árvores nas parcelas e da altura total de uma subamostra representativa. Relações hipsométricas são adotadas para a estimativa da variável mais laboriosa em função daquela correlacionada de mais fácil e rápida medição, proporcionando sensível redução de custos e melhoria operacional de amostragem. Dados de diâmetro e altura coletados subsidiam o cálculo volumétrico, tanto via equações de volume quanto por fatores de forma. Contudo, persiste uma lacuna crítica: a influência da modelagem hipsométrica, e conseqüentemente da forma dos fustes, em diferentes espaçamentos de plantio ainda não é plenamente compreendida. Essa incerteza impacta diretamente a precisão das estimativas do volume, comprometendo a confiabilidade de informações para o planejamento e manejo florestal.

A modelagem hipsométrica desempenha papel estratégico na estimativa de altura e na preservação da coerência das variáveis volumétricas derivadas. Tradicionalmente, o desempenho de modelos hipsométricos é avaliado por métricas globais de ajuste, como erro médio, coeficiente de correlação e coeficiente de determinação, usuais em planilhas eletrônicas. Todavia, poucos estudos investigam explicitamente como erros na estimativa de altura se propagam para o fator de forma, uma métrica fundamental para a determinação do volume individual das árvores. Husch *et al.* (2002) e Burkhart *et al.* (2018) já alertavam que imprecisões na altura tendem a se amplificar no cálculo volumétrico quando se utiliza o volume do cilindro como referência, como ocorre com o fator de forma.

O conceito de forma do fuste tem sido estudado na pesquisa florestal por mais de um século, em associação às variações estruturais do componente lenhoso (OLUWAJUNWON *et al.*, 2025). O fator de forma é um índice numérico que relaciona o volume real do fuste ao

volume de um sólido geométrico de referência, geralmente um cilindro. Ele é calculado pela razão entre o volume do fuste e o volume do cilindro correspondente, permitindo compensar irregularidades e desvios em relação a uma forma cilíndrica ideal (SUBEDI *et al.*, 2021).

A aplicação do fator de forma é simples e amplamente utilizada em inventários de povoamentos equiâneos de eucalipto no país. Normalmente, um ou dois fustes representativos, selecionados com base no diâmetro médio quadrático (CURTIS e MARSHALL, 2000; LAFETÁ *et al.*, 2025), são cubados rigorosamente para a determinação de um fator de forma médio. Esse valor único é então empregado para estimar o volume total das árvores por meio da relação multiplicativa entre fator de forma, área seccional e altura. No entanto, a abordagem assume que todos os fustes do povoamento possuem forma semelhante, o que pode não refletir as variações biométricas reais que ocorrem dentro do próprio talhão comercial (PENIDO *et al.*, 2020; ABREU NETO *et al.*, 2021; LAFETÁ *et al.*, 2024). Essa variabilidade da biometria dos fustes, aliada à influência da hipsometria, levanta dúvidas sobre a precisão das estimativas volumétricas e a necessidade de compreender melhor como o fator de forma representa a geometria real dos fustes.

A escolha do modelo hipsométrico depende da relação entre os atributos biométricos e das restrições biológicas dos parâmetros. A regressão linear é a mais difundida por sua simplicidade, facilidade de interpretação e aplicação, sendo ajustada pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), que exige o cumprimento de premissas para garantir estimativas não enviesadas (GUJARATI e PORTER *et al.*, 2011). Em contraste, modelos de regressão não linear, ajustados por procedimentos iterativos, oferecem maior flexibilidade e dispensam as premissas clássicas do MQO, representando de forma mais realista relações complexas entre altura e diâmetro.

É nesse contexto que se insere a originalidade do presente estudo: apesar da ampla utilização de modelos hipsométricos para a estimativa da altura em povoamentos de eucalipto, poucos trabalhos examinam de forma detalhada a propagação de erros de altura para o fator de forma, considerando diferentes densidades de plantio. Mediante exposto, foram testadas as seguintes hipóteses: (i) O desempenho de diferentes modelos hipsométricos (lineares vs. não lineares) na estimativa do fator de forma é sensível e varia significativamente em função do espaçamento de plantio em povoamentos de eucalipto. (ii) Imprecisões na estimativa da altura geradas por modelos hipsométricos inadequados para um dado espaçamento se propagam e são amplificadas no cálculo do fator de forma. Este estudo objetivou avaliar a influência da estimativa da modelagem hipsométrica no fator de forma em diferentes espaçamentos de eucalipto.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Caracterização de sítio

O estudo foi conduzido no município de Itamarandiba, Minas Gerais, Brasil, localizado a 17°50' de latitude sul e 42°49' de longitude oeste. O clima da região é classificado como Cwa, segundo a classificação de Köppen (Köppen, 1936), caracterizado por verões quentes e chuvosos e invernos amenos e secos, com estação seca bem definida entre abril e setembro. Ao longo do período de rotação, a temperatura média anual foi de 20,2 °C (variando de 16,6 °C em julho a 22,3 °C em fevereiro), enquanto a precipitação média anual foi de 1.062 mm (variando de 3 mm em agosto a 255 mm em dezembro), de acordo com Instituto Nacional de Meteorologia.

As implantações florestais foram realizadas em dezembro de 2002, utilizando-se um clone híbrido de *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden × *E. camaldulensis* Dehnh. O plantio foi realizado em sistema de cultivo mínimo, com subsolagem a 20 cm de profundidade, e conduzido em regime de alto fuste. Os povoamentos foram estabelecidos em quatro espaçamentos de plantio: 3,0 × 0,5 m (1,5 m²), 3,0 × 1,0 m (3,0 m²), 3,0 × 1,5 m (4,5 m²) e 3,0 × 2,0 m (6,0 m²), em área de relevo plano, Latossolo Vermelho-Amarelo e a 1.097 m de altitude.

Na fase de implantação, foram realizadas as seguintes operações silviculturais: roçada, capina química, subsolagem associada à fosfatagem, controle de formigas, coveamento manual, plantio, fertilização de plantio com NPK e adubação de cobertura com KCl. Informações sobre as doses e os critérios de fertilização adotados em cada etapa encontram-se descritas em Müller et al. (2005a, 2005b).

2.2 Dados coletados

Aos 101 meses foram abatidos 160 fustes para a cubagem rigorosa, distribuídos aleatoriamente em classes diamétricas discriminadas em detalhes na Tabela 1. A definição dessa idade baseou-se em critérios de regulação e colheita associados à rotina operacional da empresa silvícola. Os dados de diâmetro com casca a 1,30 m do solo (DAP, cm) e de altura total (H, m) foram mensurados com o auxílio de suta e trena, respectivamente. A altura dos fustes cubados variou de 10,2 m, no espaçamento 3,0 × 0,5 m, a 28,8 m, no espaçamento 3,0 × 2,0 m.

Tabela 1. Distribuição de frequência das árvores abatidas aos 101 meses de idade para a cubagem em povoamentos de eucalipto com diferentes espaçamentos de plantio, em Itamarandiba-MG.

Espaçamento	Centro de classe de diâmetro (cm)							Total
	5	7	9	11	13	15	17	
3,0 × 0,5 m	9	7	13	7	2	-	-	38
3,0 × 1,0 m	-	5	12	11	5	4	-	37
3,0 × 1,5 m	1	3	10	7	6	13	5	45
3,0 × 2,0 m	-	1	5	8	8	12	6	40

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Os diâmetros com casca foram medidos com suta nas posições de 0,10; 0,30; 0,70; 1,00; 1,30 e 2,00 m e, a partir deste ponto, em intervalos regulares de 1,0 m, até a posição em que o diâmetro atingiu 2 cm. O volume das seções foi calculado utilizando a fórmula de Smalian, que considera o produto entre o comprimento da seção e a média aritmética das áreas seccionais em suas extremidades.

O fator de forma (F) dos fustes foi determinado pela razão entre o volume rigorosamente cubado e o volume do cilindro de referência, calculado a partir da área seccional (g, m^2) correspondente ao nível do DAP e altura total, conforme a expressão:

$$F = \frac{V_{cubado}}{V_{cilindro}} = \frac{V_{cubado}}{gH} = \frac{V_{cubado}}{(\pi DAP^2 / 40000)H} \quad (1)$$

2.3 Modelagem hipsométrica

Para avaliar a influência da modelagem hipsométrica no fator de forma dos fustes em cada espaçamento de plantio, ajustaram-se oito modelos matemáticos, sendo cinco lineares e três não lineares. As análises das regressões linear e não linear foram realizadas utilizando os métodos MQO e iterativo de Levenberg-Marquardt, respectivamente. A Tabela 2 apresenta os modelos hipsométricos avaliados.

Tabela 2. Modelos hipsométricos testados para a estimativa da altura de eucalipto em diferentes espaçamentos de plantio.

Identificação	Modelos hipsométricos	Autor(es)
----- Lineares -----		
L1	$H = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \varepsilon$	Linear simples
L2	$H = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \beta_2 \cdot DAP^2 + \varepsilon$	TROREY (1932)
L3	$H = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \varepsilon$	HENRICKSEN (1950)
L4	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \varepsilon$	STOFFELS E SOEST (1953)
L5	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (1/DAP) + \varepsilon$	CURTIS (1967)
----- Não lineares -----		
NL1	$H = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 DAP}} + \varepsilon$	Logístico
NL2	$H = \frac{\beta_0}{(1 + e^{\beta_1 - \beta_2 DAP})^{\frac{1}{\beta_3}}} + \varepsilon$	RICHARDS (1959)
NL3	$H = \beta_0 e^{-e^{\beta_1 - \beta_2 DAP}} + \varepsilon$	GOMPertz (1825)

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ e β_3 = coeficientes de regressão.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Realizou-se o diagnóstico formal das premissas do método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) aplicadas ao ajuste dos modelos hipsométricos lineares, avaliando-se a normalidade dos resíduos por meio do teste de Shapiro–Wilk, a homogeneidade de variâncias pelo teste de Breusch-Pagan e a independência dos resíduos pelo teste de Durbin-Watson. Adicionalmente, a presença de multicolinearidade no modelo de TROREY (1932) foi avaliada por meio do cálculo do Fator de Inflação da Variância (VIF).

2.4 Estimativa do fator de forma e avaliação do desempenho

O fator de forma foi estimado para cada espaçamento de plantio a partir das alturas previstas pelas equações hipsométricas, sendo então calculado com base no volume do cilindro de referência. O desempenho preditivo da modelagem e estimativas do fator de forma se baseou na significância de parâmetros pelo teste t, Média dos Desvios Absolutos (MDA), Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM), e coeficiente de correlação entre valores observados e previstos ($r_{Y\hat{Y}}$). Complementarmente, aplicaram-se os testes t e F para amostras dependentes, a

fim de comparar, respectivamente, as médias e as variâncias dos fatores de forma obtidos por cubagem rigorosa e por estimativas derivadas da modelagem hipsométrica.

Inicialmente, foram selecionados os modelos e espaçamentos que apresentaram diferenças estatisticamente significativas na variabilidade (teste F) ou na média (teste t pareado) das estimativas em relação à cubagem direta. Sobre esse subconjunto, procedeu-se ao diagnóstico da natureza dos desvios e da estrutura da dispersão por meio de análises gráficas (boxplot e curvas de densidade). Adicionalmente, calcularam-se os coeficientes de assimetria (S) e curtose (K) pelo método dos momentos.

As análises estatísticas foram realizadas aos níveis de significância de 1% e 5%, com o auxílio do *software* R, versão 4.5.2 (R CORE TEAM, 2025).

3. RESULTADOS

O volume individual médio dos fustes cubados, obtido a partir de amostragem estratificada por classes de diâmetro, apresentou associação positiva moderada com a ampliação da área útil por planta ($r = 0,5177$; $p \leq 0,01$). Os valores médios individuais (\pm desvio-padrão) foram de $0,0557 \pm 0,0417 \text{ m}^3$ no espaçamento $3,0 \times 0,5 \text{ m}^3$, de $0,0942 \pm 0,0575 \text{ m}^3$ no $3,0 \times 1,0 \text{ m}$, de $0,1471 \pm 0,0897 \text{ m}^3$ no $3,0 \times 1,5 \text{ m}$ e de $0,1662 \pm 0,0796 \text{ m}^3$ no $3,0 \times 2,0 \text{ m}$. Em contrapartida, não houve correlação significativa entre fatores de forma e o espaçamento de plantio ($r = 0,0109$; $p > 0,01$); fator de forma médio de $0,4653 \pm 0,0387$.

Diante do padrão de variação do volume individual mesmo sob estabilidade do fator de forma entre os espaçamentos, avaliou-se a influência da altura empregada no cálculo do volume do cilindro sobre o fator de forma dos fustes cubados por densidade de plantio. O atendimento às premissas do método MQO pelas cinco equações hipsométricas lineares variou conforme espaçamento e a especificação do modelo (Tabela 3). Não foi identificada uma única equação linear capaz de atender simultaneamente a todas as densidades de plantio, evidenciando que a adequação estatística das relações altura–diâmetro depende fortemente da estrutura do povoamento.

Tabela 3. Valores de probabilidade dos testes aplicados às premissas do método dos mínimos quadrados ordinários para os modelos hipsométricos lineares, em diferentes espaçamentos de plantio de eucalipto.

Equações	SW	BP	DW	VIF	SW	BP	DW	VIF
---- Espaçamento 3,0 × 0,5 m ----				---- Espaçamento 3,0 × 1,0 m ----				
L1	0,3217	0,1122	0,7460	-	0,0177	0,9299	0,3520	-
L2	0,2418	0,4844	0,2820	54	0,0000	0,2326	0,1860	79
L3	0,1518	0,4523	0,1400	-	0,0000	0,9004	0,0940	-
L4	0,8531	0,9575	0,4580	-	0,0008	0,9600	0,2660	-
L5	0,6936	0,0339	0,3380	-	0,0000	0,9717	0,1040	-
---- Espaçamento 3,0 × 1,5 m ----				---- Espaçamento 3,0 × 2,0 m ----				
L1	0,6494	0,4560	0,1720	-	0,1992	0,0090	0,0380	-
L2	0,2707	0,0005	0,3740	45	0,9931	0,0190	0,4820	98
L3	0,1959	0,0001	0,3080	-	0,7387	0,0112	0,2600	-
L4	0,5383	0,4534	0,0840	-	0,7510	0,0007	0,1700	-
L5	0,0001	0,0000	0,6560	-	0,9051	0,0034	0,5660	-

SW = teste de Shapiro-Wilk; BP = teste de Breusch-Pagan; DW = teste de Durbin-Watson; VIF = valor de inflação da variância. Valores em negrito correspondem a probabilidades associadas aos testes estatísticos superiores a 1% ($p > 0,01$).

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Todos os modelos ajustados (L1 a L5) para o espaçamento mais adensado ($3,0 \times 0,5$ m) atenderam às premissas do MQO ($p > 0,01$; Tabela 3). Em contraste, violações significativas da normalidade de resíduos ($p \leq 0,01$) foram registradas principalmente no espaçamento $3,0 \times 1,0$ m, abrangendo todos os modelos lineares, com exceção do modelo linear simples. A heterocedasticidade dos resíduos ($p \leq 0,01$) foi verificada em ajustes feitos para $3,0 \times 1,5$ m (L2, L3 e L5) e $3,0 \times 2,0$ m (L1, L4 e L5). Nenhuma das equações ajustadas apresentou violação da independência dos resíduos ($p > 0,01$).

Quanto à multicolinearidade, os elevados valores de VIF ($VIF \geq 10$) obtidos para os ajustes do modelo polinomial de Trorey (1932; L2) indicaram forte dependência linear entre os termos DAP e DAP^2 em todos os espaçamentos. Essas equações apresentaram os menores desvios (MDA e RQEM) e os maiores coeficientes de correlação entre valores observados e preditos entre os modelos lineares (Tabela 4). A aplicação em ajustes hipsométricos, não obstante, pode ser limitada pela ocorrência de inconsistências biológicas nas projeções de altura em função do incremento diamétrico do fuste.

Tabela 4. Coeficientes e desempenho preditivo do ajuste dos modelos hipsométricos testados para diferentes espaçamentos de plantio de eucalipto.

Equação	β_0	β_1	β_2	β_3	MDA	RQEM	$r_{Y\hat{Y}}$
----- Espaçamento 3,0 × 0,5 m -----							
L1	3,0509*	1,8135*	-	-	0,5627	0,7617	0,9858*
L2	-0,5048*	2,7602*	-0,0574*	-	0,5446	0,6906	0,9884*
L3	-10,6783*	13,9190*	-	-	0,6390	0,8130	0,9838*
L4	1,1499*	0,8279*	-	-	0,5515	0,7282	0,9871*
L5	3,6333*	-5,7864*	-	-	0,7285	0,8941	0,9816*
NL1	29,4603*	5,9901*	0,2781*	-	0,4971	0,6524	0,9896*
NL2	24,8340*	9,6111 ^{ns}	0,9257 ^{ns}	6,7894 ^{ns}	0,4686	0,6162	0,9907*
NL3	33,5311*	0,8820*	0,1684*	-	0,5201	0,6716	0,9890*
----- Espaçamento 3,0 × 1,0 m -----							
L1	5,2985*	1,5476*	-	-	0,8507	1,1201	0,9585*
L2	-2,2113*	3,0683*	-0,0728*	-	0,6687	1,0386	0,9644*
L3	-14,5191*	15,5264*	-	-	0,6831	1,0481	0,9637*
L4	1,2813*	0,7625*	-	-	0,7768	1,0885	0,9610*
L5	3,7780*	-7,1838*	-	-	0,7010	1,0607	0,9630*
NL1	30,8128*	5,6426*	0,2521*	-	0,6576	1,0348	0,9647*
NL2	29,8937*	2,7648 ^{ns}	0,3040 ^{ns}	1,6434 ^{ns}	0,6555	1,0344	0,9647*
NL3	33,1911*	0,9097*	0,1711*	-	0,6633	1,0370	0,9645*
----- Espaçamento 3,0 × 1,5 m -----							
L1	6,6614*	1,3908*	-	-	0,9680	1,2055	0,9674*
L2	-3,8422*	3,3551*	-0,0843*	-	0,5434	0,6986	0,9892*
L3	-13,2901*	15,0181*	-	-	0,6869	0,8661	0,9833*
L4	1,3182*	0,7404*	-	-	0,8636	1,0871	0,9751*
L5	3,7416*	-6,6878*	-	-	0,7519	0,9254	0,9833*
NL1	30,3664*	7,4854*	0,2864*	-	0,4770	0,6042	0,9919*
NL2	29,0264*	4,7937*	0,4457*	2,7979*	0,4510	0,5656	0,9929*
NL3	32,1709*	1,0604*	0,1944*	-	0,5333	0,6709	0,9900*
----- Espaçamento 3,0 × 2,0 m -----							
L1	8,6452*	1,2497*	-	-	1,0349	1,2536	0,9336*

L2	-14,1716*	5,0114*	-0,1484*	-	0,5945	0,7599	0,9761*
L3	-15,0392*	15,7010*	-	-	0,8142	0,9929	0,9589*
L4	1,4488*	0,6899*	-	-	1,0063	1,1900	0,9425*
L5	3,8686*	-8,2657*	-	-	0,7671	0,9359	0,9643*
NL1	28,9917*	16,6207*	0,3808*	-	0,5703	0,7391	0,9774*
NL2	29,0118*	2,7107 ^{ns}	0,3770*	0,9469 ^{ns}	0,5703	0,7391	0,9774*
NL3	29,4591*	1,9556*	0,3075*	-	0,5710	0,7422	0,9772*

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ e β_3 = coeficientes de regressão; MDA = média dos desvios absolutos; RQEM = raiz quadrada do erro médio; $r_{Y\hat{Y}}$ = coeficiente de correlação entre valores observados e preditos. * e ns = significativo e não significativo a 5% de probabilidade, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

A equação linear subsequente com melhores estatísticas de desempenho preditivo foi a L4 para o espaçamento $3,0 \times 0,5$ m, L5 para o $3,0 \times 1,0$ m e $3,0 \times 2,0$ m e L3 para o $3,0 \times 1,5$ m (Tabela 4). Essas três últimas equações violaram pelo menos uma premissa do MQO (Tabela 3). A contradição entre qualidade preditiva aparente e a invalidação das premissas fundamentais é um indício de inadequação dos modelos lineares para descrever de forma robusta a relação hipsométrica na maioria dos espaçamentos em estudo.

Por outro lado, as equações hipsométricas não lineares apresentaram desempenho preditivo consistentemente superior ao dos modelos lineares, com menores valores de MDA e RQEM e maiores coeficientes de correlação entre valores observados e preditos (Tabela 4). Vale mencionar que, para os ajustes do modelo de Richards (1959; NL2) em alguns espaçamentos, um ou mais parâmetros não foram estatisticamente significativos ($p > 0,05$), com possível superparametrização ou instabilidade do ajuste para esses conjuntos de dados específicos. Os fatores de forma calculados com base em estimativas de altura dos modelos não lineares também mantiveram esse padrão de maior acurácia preditiva. Dentre os modelos não lineares avaliados, destacou-se o modelo Logístico, que apresentou elevada precisão, parcimônia, estabilidade da qualidade preditiva e parâmetros estatisticamente significativos ($p \leq 0,05$) em todos os espaçamentos de plantio.

Tabela 5. Desempenho das estimativas do fator de forma obtidas por diferentes modelos hipsométricos e espaçamentos de plantio de eucalipto.

Equação	MDA	RQEM	$r_{Y\hat{Y}}$	Teste F	Teste t
				p-valor	
----- Espaçamento 3,0 × 0,5 m -----					
L1	0,0146	0,0194	0,9028*	0,8254	0,7819
L2	0,0149	0,0185	0,9155*	0,8999	0,9833
L3	0,0185	0,0252	0,8651*	0,4705	0,8291
L4	0,0145	0,0185	0,9125*	0,9362	0,9983
L5	0,0203	0,0254	0,8602*	0,5199	0,9020
NL1	0,0134	0,0173	0,9265*	0,9124	0,9930
NL2	0,0125	0,0165	0,9314*	0,9700	0,9215
NL3	0,0141	0,0178	0,9216*	0,9081	0,9971
----- Espaçamento 3,0 × 1,0 m -----					
L1	0,0182	0,0236	0,8765*	0,2305	0,9718
L2	0,0141	0,0211	0,9098*	0,2029	0,8527
L3	0,0146	0,0215	0,9079*	0,1863	0,8371
L4	0,0162	0,0224	0,8920*	0,2217	0,7659
L5	0,0149	0,0218	0,9072*	0,1728	0,7256
NL1	0,0137	0,0209	0,9109*	0,2085	0,8544
NL2	0,0136	0,0209	0,9111*	0,2096	0,8577
NL3	0,0139	0,0210	0,9100*	0,2061	0,8526
----- Espaçamento 3,0 × 1,5 m -----					
L1	0,0219	0,0303	0,6379*	0,9196	0,6960
L2	0,0138	0,0240	0,9397*	0,0070	0,6703
L3	0,0177	0,0328	0,9065*	0,0005	0,6664
L4	0,0180	0,0224	0,8339*	0,4311	0,9078
L5	0,0186	0,0300	0,8918*	0,0025	0,7307
NL1	0,0114	0,0169	0,9605*	0,0557	0,6396
NL2	0,0098	0,0127	0,9608*	0,2706	0,8179
NL3	0,0131	0,0211	0,9488*	0,0166	0,6371
----- Espaçamento 3,0 × 2,0 m -----					
L1	0,0207	0,0263	0,8041*	0,0541	0,9708

L2	0,0118	0,0159	0,9074*	0,3416	0,9770
L3	0,0163	0,0207	0,8632*	0,1493	0,9787
L4	0,0199	0,0241	0,8298*	0,0785	0,8264
L5	0,0152	0,0190	0,8813*	0,1870	0,8487
NL1	0,0114	0,0155	0,9118*	0,3398	0,9585
NL2	0,0114	0,0155	0,9118*	0,3390	0,9576
NL3	0,0115	0,0157	0,9109*	0,3202	0,9455

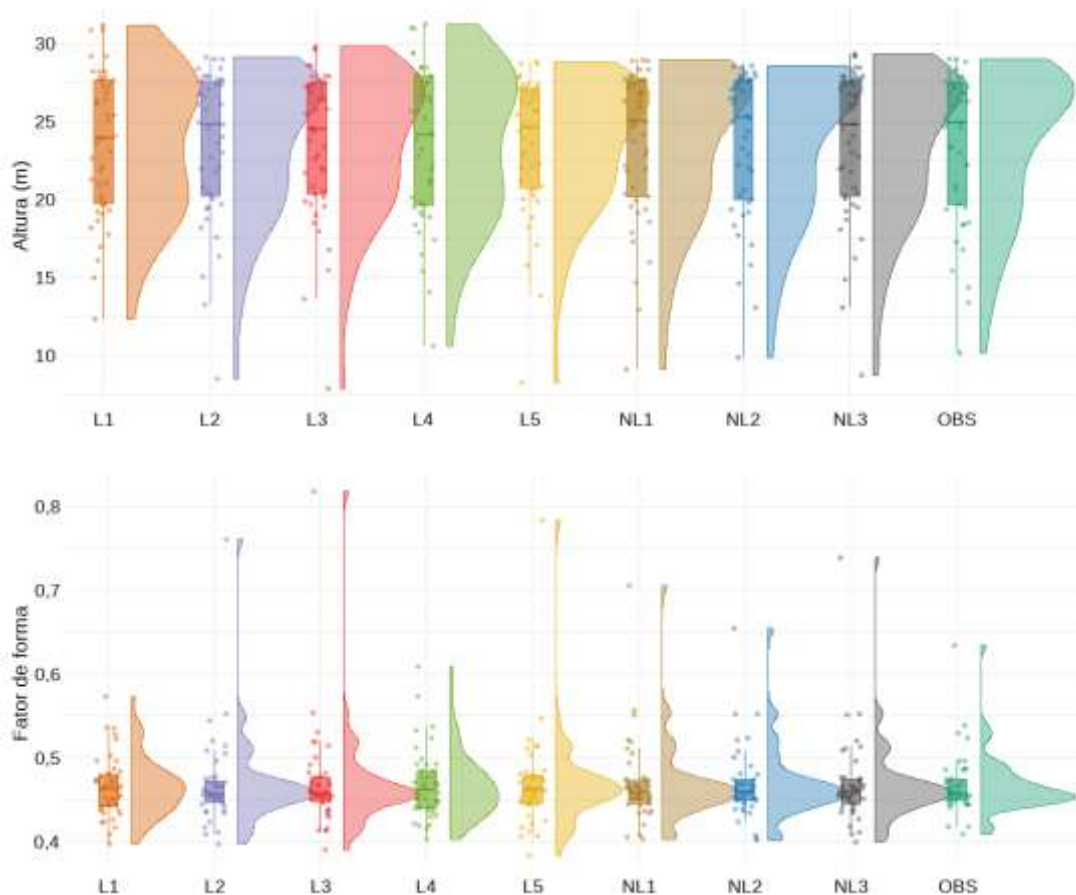
MDA = média dos desvios absolutos; RQEM = raiz quadrada do erro médio; $r_{Y\hat{Y}}$ = coeficiente de correlação entre valores observados e preditos. *significativo a 5% de probabilidade.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Valores mais altos de MDA, RQEM e $r_{Y\hat{Y}}$ das estimativas do fator de forma estiveram significativamente ($p \leq 0,01$) associados a uma maior dispersão das estimativas hipsométricas em cada espaçamento de plantio, com correlações iguais ou superiores a 0,96, 0,70 e 0,95, respectivamente. De modo geral, as estimativas do fator de forma obtidas a partir da modelagem hipsométrica não diferiram, em média (teste t; $p > 0,05$), daquelas obtidas pela cubagem rigorosa, denotando a compensação dos efeitos associados à estimativa da altura no cálculo do volume do cilindro de referência (Tabela 5). Diferenças na variabilidade dos fatores de forma (teste F; $p \leq 0,05$), observadas em modelos lineares aplicados ao espaçamento $3,0 \times 1,5$ m (L2, L3 e L5), apontam que a escolha da equação hipsométrica pode influenciar a dispersão das estimativas volumétricas individuais. A variância dessas três equações foi 129%, 195% e 154% maior, respectivamente, em relação à variabilidade observada do fator de forma. Isso demonstra que, embora o viés (média) possa ser controlado, a precisão (variabilidade) das estimativas é sensível ao modelo escolhido.

A inspeção gráfica direcionada ao espaçamento $3,0 \times 1,5$ m permitiu um diagnóstico mais consistente da dispersão das variáveis biométricas dos fustes (Figura 1). Nesse espaçamento, as estimativas de altura provenientes dos modelos L2, L3, L5 e NL3 resultaram em valores discrepantes inferiores, conforme indicado pelos boxplots. Esses valores hipsométricos inferiores coincidiram com a ocorrência dos maiores valores extremos do fator de forma nos mesmos modelos, e imprecisões pontuais na estimativa da altura tenderam a resultar em maior dispersão das estimativas volumétricas individuais.

Figura 1. Distribuição da altura estimada e do fator de forma dos fustes de eucalipto no espaçamento $3,0 \times 1,5$ m, representada por boxplots e curvas de densidade, para diferentes modelos hipsométricos ajustados para eucalipto.



L1 a L5 = modelos lineares; NL1 a NL3 = modelos não lineares; OBS = valores observados.
 Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

As assimetrias das curvas de densidade da altura no espaçamento $3,0 \times 1,5$ m tenderam a ser negativas, e as dos fatores de forma foram positivas, com valores de -0,91 para a altura e 2,39 para o fator de forma na cubagem direta. Os maiores valores de assimetria em módulo e curtose foram verificados para a estimativa da altura das equações lineares L2 ($|S| = 1,01$; $K = 3,38$), L3 ($|S| = 1,01$; $K = 4,05$) e L5 ($|S| = 1,21$; $K = 4,62$), enquanto para o fator de forma corresponderam a L2 ($|S| = 3,50$; $K = 19,15$), L3 ($|S| = 4,04$; $K = 23,31$) e L5 ($|S| = 3,62$; $K = 20,80$).

O modelo ajustado de Gompertz (NL3), ainda que também tenha apresentado subestimativa pontual de altura no espaçamento $3,0 \times 1,5$ m, produziu uma magnitude menor

de desvios e, conseqüentemente, uma distribuição do fator de forma com dispersão estatisticamente equivalente à da cubagem direta pelo teste F ($p > 0,05$). Dessa forma, a inspeção gráfica corrobora com os testes paramétricos, elucidando que a robustez de um modelo hipsométrico em preservar a variabilidade do fator de forma está intrinsecamente ligada à sua capacidade de evitar erros grosseiros na predição da altura, atributo no qual os modelos não-lineares demonstraram superioridade.

4. DISCUSSÃO

A relação entre modelagem hipsométrica e estimativa do fator de forma é determinante para a precisão das estimativas volumétricas em inventários florestais. A estabilidade do fator de forma médio observada entre os diferentes espaçamentos de plantio aos 101 meses de idade, mesmo diante do aumento expressivo do volume individual dos fustes ($r = 0,0109$; $p > 0,01$), sugere que a geometria média do tronco permaneceu relativamente constante ao longo do gradiente de densidade avaliado. Esse comportamento é coerente com padrões gerais descritos para povoamentos equiâneos em idade silviculturalmente avançada, nos quais a intensificação da competição promoveu ajustes compensatórios entre crescimento em diâmetro e em altura, resultando na manutenção da geometria média do fuste ao longo de diferentes espaçamentos de plantio (LAFETÁ *et al.*, 2021). Entretanto, os resultados deste estudo revelam que essa estabilidade média não implica invariância estatística das estimativas individuais, sobretudo quando o fator de forma é derivado de alturas preditas por diferentes equações hipsométricas, destacando a relevância da escolha do modelo na consistência das estimativas volumétricas.

A adequação de equações lineares às premissas do método MQO variou com o espaçamento de plantio (Tabela 3), indicando que a validade estatística desses modelos não é intrínseca, mas dependente do contexto estrutural em que são aplicados. Em plantios mais adensados, a uniformidade de crescimento em altura e diâmetro favoreceu relações mais próximas da linearidade, compatíveis com os pressupostos de normalidade, homocedasticidade e independência de resíduos. É provável que o aumento da área útil por planta tenha intensificado a plasticidade morfológica e ampliado a variabilidade individual, tornando a relação altura–diâmetro progressivamente mais complexa e limitando, assim, a capacidade dos modelos lineares de representá-la adequadamente. Essa transição estrutural, documentada na literatura sobre dinâmica de povoamentos (PRETZSCH, 2009; FORRESTER, 2014), ajuda a explicar por que equações de especificação funcional rígida tendem a apresentar desempenho

estatístico menos consistente em espaçamentos intermediários e amplos, mesmo quando apresentam ajustes satisfatórios em situações mais homogêneas.

A presença de multicolinearidade elevada no modelo polinomial de Trorey (1932), expressa pelos altos valores do fator de inflação da variância ao longo dos diferentes espaçamentos (Tabela 3), evidencia uma limitação estrutural da própria especificação funcional da equação (GUJARATI e PORTER *et al.*, 2011). Ainda que esse modelo tenha apresentado, em situações pontuais, indicadores de ajuste aparentemente favoráveis, como menores desvios médios ou altos coeficientes de correlação, a dependência linear entre os termos preditores compromete a estabilidade dos parâmetros estimados e fragiliza a interpretação biológica das relações ajustadas. Logo, o desempenho preditivo avaliado por métricas globais mostrou-se insuficiente para garantir a confiabilidade das estimativas individuais, uma vez que bons ajustes médios podem coexistir com instabilidade estatística e comportamento inadequado nos extremos da distribuição.

Os modelos não lineares apresentaram desempenho superior aos lineares ao longo do gradiente de densidade avaliado (Tabela 4), expressando menores erros de estimativa e maior associação entre valores observados e preditos. Esse comportamento é compatível com a maior flexibilidade funcional das equações sigmoidais para descrever a relação altura–diâmetro em povoamentos submetidos a diferentes níveis de competição e manejo silvicultural (BATISTA *et al.*, 2014; LAFETÁ *et al.*, 2024; LAFETÁ *et al.*, 2024b). Embora o modelo de Richards (1959) tenha apresentado indícios de superparametrização em alguns espaçamentos, o modelo Logístico manteve estabilidade paramétrica e desempenho semelhante entre espaçamentos contrastantes, característica que amplia sua adequação para aplicações operacionais e inventários de rotina.

Apesar de não terem sido detectadas diferenças significativas entre as médias do fator de forma estimadas pelos modelos hipsométricos e aquelas obtidas por cubagem rigorosa, a variabilidade das estimativas mostrou-se sensivelmente influenciada pela equação adotada (Tabela 5). Diferenças expressivas na dispersão dos valores, particularmente em espaçamentos intermediários, indicam que modelos distintos podem produzir estimativas igualmente acuradas em média, porém com níveis de precisão substancialmente diferentes. Esse argumento distingue exatidão de precisão e mostra que avaliações baseadas apenas em valores médios podem ocultar erros relevantes na variabilidade das estimativas individuais (BERGER *et al.*, 2014; BURKHART *et al.*, 2018).

Do ponto de vista do manejo florestal, a ampliação da variabilidade associada às estimativas individuais implica riscos operacionais relevantes, sobretudo quando essas

informações subsidiam decisões em escala de talhão ou de intervenção silvicultural. A elevada heterogeneidade estrutural leva equações hipsométricas mais dispersas a gerar incertezas na estimativa do volume individual. Como consequência, essas incertezas incidem sobre a quantificação de estoques madeireiros, nas projeções de produção ao longo do ciclo de condução do povoamento e na programação de colheita. Assim, mesmo sem diferenças significativas entre médias, a escolha de modelos que produzam estimativas mais estáveis ajuda a reduzir erros acumulados e a tomar decisões mais precisas, alinhadas à variabilidade real do povoamento.

O espaçamento intermediário $3,0 \times 1,5$ m mostrou-se mais sensível à propagação de erros da hipsometria para o fator de forma, nos quais subestimativas pontuais de altura resultaram em valores extremos do fator de forma. (Tabela 5; Figura 1). Esse comportamento decorre diretamente da estrutura matemática do fator de forma, uma vez que a subestimação da altura reduz o volume do cilindro de referência, inflando o quociente volumétrico. Embora esse efeito seja conhecido do ponto de vista conceitual (BATISTA *et al.*, 2014; OLUWAJUWON *et al.*, 2025), os resultados obtidos permitem observar, em termos empíricos, como erros localizados na estimativa da altura não permanecem restritos à variável hipsométrica, mas se ampliam na forma de maior dispersão das estimativas volumétricas individuais, especialmente em espaçamentos nos quais o crescimento dos fustes é menos uniforme.

As análises da distribuição do fator de forma dos fustes situados no espaçamento $3,0 \times 1,5$ m aprofundam essa interpretação ao mostrar padrões assimétricos e leptocúrticos associados aos modelos que apresentaram maiores desvios na estimativa da altura. Em sentido distinto, os modelos não lineares, como o Logístico, resultaram em distribuições mais próximas àquelas obtidas por cubagem rigorosa, refletindo maior capacidade de preservar a estrutura estatística original dos dados. Esses achados sugerem que a adequação de modelos hipsométricos deve ser avaliada não apenas pelo ajuste médio da altura, mas também pelo efeito que suas estimativas exercem sobre a forma e a estabilidade da distribuição do fator de forma, condição diretamente associada à confiabilidade das estimativas volumétricas individuais.

A hipsometria atua como um filtro na estimativa da forma e volumetria do fuste, e não como mera ferramenta auxiliar, pois a escolha da equação define os limites de confiabilidade do sistema, introduzindo variabilidade decorrente do modelo, e não do povoamento (HUSCH *et al.*, 2002; BERGER *et al.*, 2014; BURKHART *et al.*, 2018). A natureza matemática do fator de forma transforma imprecisões modestas na estimativa da altura em distorções expressivas no volume (BERGER *et al.*, 2014; OLUWAJUWON *et al.*, 2025), ampliando a confusão entre variação biológica e ruído metodológico. Além disso, fustes de maior porte contribuem de

forma desproporcional para o volume total, de modo que a ampliação da variabilidade associada a esses indivíduos pode comprometer a confiabilidade das estimativas, mesmo quando o valor médio do fator de forma permanece estável. Esse efeito reforça a importância de considerar não apenas a média, mas também a dispersão das estimativas individuais em povoamentos biometricamente mais heterogêneos.

Salienta-se que os resultados obtidos são específicos das condições estudadas e podem variar em outros cenários edáficos e climáticos ou com diferentes genótipos de *Eucalyptus*. O princípio metodológico central demonstrado, relacionado à influência do modelo hipsométrico sobre a variabilidade das estimativas do fator de forma e o risco operacional associado, possui validade conceitual ampla. Modelos não lineares flexíveis e o diagnóstico cuidadoso das premissas estatísticas apresentam vantagens para outras situações silviculturais. Recomenda-se que estudos futuros e inventários em diferentes ambientes testem a robustez do modelo Logístico e de outros modelos sigmoidais para garantir precisão e confiabilidade na estimativa de volume e no planejamento do manejo florestal.

5. CONCLUSÃO

A escolha do modelo hipsométrico é determinante na estimativa do fator de forma e volumetria em fustes de eucalipto. O desempenho dos modelos lineares apresentou variabilidade significativa entre os diferentes espaçamentos de plantio e, em muitos casos, violou premissas estatísticas, enquanto os modelos não lineares, especialmente o Logístico, demonstraram robustez, precisão consistente e parâmetros estatisticamente significativos em todos os espaçamentos avaliados.

Imprecisões na estimativa da altura propagam-se e se amplificam no cálculo do fator de forma, aumentando a dispersão das estimativas individuais mesmo quando a média do fator de forma se mantém relativamente estável. Assim, a seleção do modelo deve considerar não apenas métricas médias de ajuste, mas também sua capacidade de reproduzir a distribuição estatística do fator de forma e da volumetria no povoamento, garantindo coerência e acurácia nas estimativas individuais.

Recomenda-se priorizar modelos hipsométricos robustos e capazes de capturar a variabilidade real do fator de forma, como o Logístico, em inventários que visam à máxima acurácia volumétrica. Salienta-se que essas conclusões são válidas para as condições edafoclimáticas, material genético e idade avaliados. Estudos futuros podem testar a robustez desses modelos em outras regiões, com diferentes clones e idades, e explorar a incorporação do espaçamento como covariável direta nas equações hipsométricas, potencialmente ampliando seu poder preditivo e aplicabilidade operacional.

REFERÊNCIAS

- ABREU NETO, R.; ABREU, M. C.; SOARES, A. A. V.; MONTE, M. A.; ARAÚJO, E. J. G.; CURTO, R. A.; MIRANDA, N. A. Describing the structure and relationship of height and diameter in an old unmanaged *Eucalyptus* spp. plantation. **Floresta e Ambiente**, v. 28, n. 3, e20200087, 2021. DOI: 10.1590/2179-8087-FLORAM-2020-0087. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/floram/a/MtZJK3Hd8tmRrL8d6WK89mm/?format=html&lang=en> . Acesso em: 20 nov. 2025.
- BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; SILVA FILHO, D. F. **Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas**. São Paulo: Oficina de Textos, 2014. 384p.
- BERGER, A.; GSCHWANTNER, T.; McROBERTS, R. E.; SCHADAUER, K. Effects of measurement errors on individual tree stem volume estimates for the Austrian National Forest Inventory. **Forest Science**, v. 60, n. 1, p. 14-24, 2014. DOI: 10.5849/forsci.12-164. Disponível em: <https://academic.oup.com/forestscience/article-abstract/60/1/14/4583725>. Acesso em: 20 nov. 2025.
- BURKHART, H. E.; AVERY, T. E.; BULLOCK, B. P. **Forest measurements**. 6th ed. Long Grove, IL: Waveland Press, 2018. 436p.
- CURTIS, R. O. Height, diameter and height diameter age equations for second growth Douglas-fir. **Forest Science**, v. 13, p. 365-375, 1967. Disponível em: <https://academic.oup.com/forestscience/article/13/4/365/4709546>. Acesso em: 25 nov. 2025.
- CURTIS, R. O.; MARSHALL, D. D. Technical note: why quadratic mean diameter? **Western Journal of Applied Forestry**, v. 15, n. 3, p. 137-139, 2000. DOI: 10.1093/wjaf/15.3.137. Disponível em : <https://academic.oup.com/wjaf/article-abstract/15/3/137/4741278>. Acesso em: 18 nov. 2025.
- FORRESTER, D. I. The spatial and temporal dynamics of species interactions in mixed-species forests: From pattern to process. **Forest Ecology and Management**, v. 312, p. 282-292, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2013.10.003>. Disponível em : <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0378112713006701>. Acesso em: 25 nov. 2025.
- GOMPERTZ, B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London B**, v. 115, p. 513-585, 1825. Disponível em: <https://royalsocietypublishing.org/rspl/article/doi/10.1098/rspl.1815.0271/105814/On-the-nature-of-the-function-expressive-of-the>. Acesso em: 25 nov. 2025.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria básica**. 5th ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2011. 924p.
- HENRICKSEN, H. A. Height-diameter curve with logarithmic diameter: brief report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. **Dansk Skovforen Tidsskr**, v. 35, p. 193-202, 1950. Disponível em: <https://www.cabidigitallibrary.org/doi/full/10.5555/19500601417>. Acesso em: 09 jan. 2026.
- HUSCH, B.; BEERS, T. W.; KERSHAW, J. A., Jr. **Forest mensuration**. 4th ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2002. 456p.

- INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES (IBA). **Relatório Anual 2025**: Ano Base 2024. São Paulo: IBA, 2025. Disponível em: <https://iba.org/wpcontent/uploads/2025/10/relatorioAnual2025.pdf>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- LAFETÁ, B. O.; BARBOSA, I. W. B. S.; OLIVEIRA, A. G.; VIEIRA, D. S.; PENIDO, T. M. A. Section length and bole height in rigorous cubage in different eucalypt spacings. **Agrarian**, Dourados, v. 14, n. 53, p. 360-370, 2021. DOI: 10.30612/agrarian.v14i53.15237. Disponível em: <https://www.cabidigitallibrary.org/doi/full/10.5555/20220276525>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- LAFETÁ, B. O.; RODRIGUES, H. B. X.; VIEIRA, D. S.; FONTAN, I. C. I.; COSTA, L. F. N.; FERREIRA, M. V. A.; MIRANDA, J. R. Central tendency measures in defining individual average volume and form factor in eucalyptus stands. **Ensaios e Ciência**, v. 29, n. 1, p. 231-246, 2025. DOI: 10.17921/1415-6938.2025v29n1p231-246. Disponível em: <https://ensaioseciencia.pgsscogna.com.br/ensaioeciencia/article/view/12995>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- LAFETÁ, B. O.; SAMPAIO, J. M. B.; MILAGRES, V. A. C.; FONTAN, I. C. I.; VIEIRA, D. S.; SANTOS, E. B. Applications of hypsometric relations and volumetry in seminal stand of *Eucalyptus cloeziana* F. Muell. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, Lages, v. 23, n. 3, p. 492-501, 2024. DOI: 10.5965/223811712332024492. Disponível em: <https://periodicos.udesc.br/index.php/agroveterinaria/article/view/24913>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- LAFETÁ, B. O.; SANTANA, R. C.; DE OLIVEIRA, M. L. R.; LEITE, H. G.; SOARES, L. C.; VIEIRA, D. S. Eucalypt production in different rotations, sites and spatial arrangements. **Forest Ecology and Management**, v. 571, p. 122222, 2024b. DOI: 10.1016/j.foreco.2024.122222. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0378112724005346>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- MORALES, M.; TONINI, H.; BEHLING, M.; HOSHIDE, A. K. Eucalyptus carbon stock research in an integrated livestock-forestry system in Brazil. **Sustainability**, Basel, v. 15, n. 10, e7750, 2023. DOI: 10.3390/su15107750. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2071-1050/15/10/7750>. Acesso em: 09 jan. 2026.
- MÜLLER, M. D.; COUTO, L.; LEITE, H. G.; BRITO, J. O. Avaliação de um clone de eucalipto estabelecido em diferentes densidades de plantio para produção de biomassa e energia. **Biomassa & Energia**, v. 2, n. 3, p. 177-186, 2005a. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001578789>. Acesso em: 09 jan. 2026.
- MÜLLER, M. D.; COUTO, L.; NEVES, J. C. L. Produção de biomassa e balanço nutricional de plantações de eucalipto clonal em diferentes densidades de plantio no município de Itamarandiba MG. **Biomassa & Energia**, v. 2, n. 2, p. 91-101, 2005b. Disponível em: <https://locus.ufv.br/items/7e813330-34aa-4af2-aea7-1ff1a94a2d10>. Acesso em: 09 jan. 2026.
- OLUWAJUWON, T. V.; OGBUKA, C. E.; OGANNA, F. N.; HOSSAIN, M. S.; ISRAEL, R.; LEE, D. J. Describing and modelling stem form of tropical tree species with form factor: a comprehensive review. **Forests**, Basel, v. 16, n. 1, e29, 2025. DOI: 10.3390/f16010029. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4907/16/1/29>. Acesso em: 15 jan. 2026.
- PENIDO, T. M. A.; LAFETÁ, B. O.; NOGUEIRA, G. S.; ALVES, P. H.; GORGENS, E. B.; OLIVEIRA, M. L. R. Growth and production models for volumetric estimates in commercial eucalypt stands. **Scientia Forestalis**, v. 48, n. 128, e3340, 2020. DOI:

10.18671/scifor.v48n128.06. Disponível em:

<https://www.cabidigitallibrary.org/doi/full/10.5555/20210067024>. Acesso em: 15 jan. 2026.

PRETZSCH, H. **Forest dynamics, growth and yield**: From measurement to model. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 664 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-88307-4>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-88307-4>. Acesso em: 09 jan. 2026.

R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2025.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, v. 10, n. 2, p. 290-300, 1959. DOI: <https://doi.org/10.1093/jxb/10.2.290>. Disponível em: <https://academic.oup.com/jxb/article-abstract/10/2/290/528209>. Acesso em: 09 jan. 2026.

SILVA, N. F. S.; VIEIRA, V. M. Carbon credit market: a comparative analysis of consolidation in Brazil and the world. **Journal of Bioengineering, Technologies and Health**, Salvador, v. 8, n. 1, p. 42-49, 2025. DOI: 10.34178/jbth.v8i1.460. Disponível em: <https://jbth.com.br/index.php/JBTH/article/view/460>. Acesso em: 15 jan. 2026.

STOFFELS, A.; SOEST, J. V. **The main problems in sample plots**. Ned Bosbouwtijdschr, v. 25, p. 190–199, 1953.

SUBEDI, T.; BHANDARI, S. K.; PANDEY, N.; TIMILSINA, Y. P.; MAHATARA, D. Form factor and volume equations for individual trees of *Shorea robusta* in Western low land of Nepal. **Austrian Journal of Forest Science**, v. 3, p. 143–166, 2021. Disponível em: https://www.forestscience.at/content/dam/holz/forest-science/2021/03/CB2103_Art1.pdf. Acesso em: 15 jan. 2026.

TROREY, L. G. A. A mathematical method for construction of diameter-height curves based on site. **Forest Chronicle**, v. 8, p. 121–132, 1932. Disponível em: <https://pubs.cif-ifc.org/doi/pdf/10.5558/tfc8121-2>. Acesso em: 09 jan. 2026.