

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
MINAS GERAIS - *CAMPUS* BETIM
BACHARELADO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Felipe Silva Ribeiro Fabiano

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROTÓTIPO DIDÁTICO DO SISTEMA
BARRA-BOLA UTILIZANDO ARDUINO E MATERIAIS DE BAIXO
CUSTO**

Betim
2025

FELIPE SILVA RIBEIRO FABIANO

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROTÓTIPO DIDÁTICO DO SISTEMA
BARRA-BOLA UTILIZANDO ARDUINO E MATERIAIS DE BAIXO
CUSTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora do curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais *Campus* Betim, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Arthur Hermano Rezende Rosa

Betim
2025

FICHA CATALOGRÁFICA

F118d Fabiano, Felipe Silva Ribeiro

Desenvolvimento de um Protótipo didático do Sistema Barra-Bola utilizando Arduino e materiais de baixo custo / Felipe Silva Ribeiro Fabiano. – 2025.

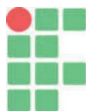
54 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, Câmpus Betim, 2025.

Orientação: Prof. Dr. Arthur Hermanno Rezende Rosa

1. Arduino (Controlador programável). 2. Controladores programáveis. 3. Controladores PID. 4. Sistema barra-bola. 5. Engenharia de Controle e Automação. I. Fabiano, Felipe Silva Ribeiro. II. Título.

CDU: 681.51



ATA DE DEFESA DE RELATÓRIO DE PROJETO

Na presente data realizou-se a sessão pública de defesa do Relatório de Projeto intitulada **DESENVOLVIMENTO DE UM PROTÓTIPO DIDÁTICO DO SISTEMA BARRA-BOLA UTILIZANDO ARDUINO E MATERIAIS DE BAIXO CUSTO** apresentada pelo aluno **Felipe Silva Ribeiro Fabiano (0033464)** do Curso **Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação (Campus Betim)**. Os trabalhos foram iniciados às **18:00** do dia **09/12/2025** pelo Professor presidente da banca examinadora, constituída pelos seguintes membros:

- **Arthur Hermano Rezende Rosa** (Orientador)
- **Gabriel Mendes de Almeida Carvalho** (Examinador Interno)
- **Fernanda Rodrigues Alves Costa** (Examinadora Interna)

A banca examinadora, tendo terminado a apresentação do conteúdo do Relatório de Projeto, passou à argüição do candidato. Em seguida, os examinadores reuniram-se para avaliação e deram o parecer final sobre o trabalho apresentado pelo aluno, tendo sido atribuído o seguinte resultado:

Aprovado

Reprovado

Nota (quando exigido): 81

Observação / Apreciações:

Proclamados os resultados pelo presidente da banca examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, eu **Arthur Hermano Rezende Rosa** lavrei a presente ata que assino juntamente com os demais membros da banca examinadora.



Documento assinado digitalmente
ARTHUR HERMANO REZENDE ROSA
Data: 27/01/2026 13:21:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

BETIM / MG, 09/12/2025



Documento assinado digitalmente
GABRIEL MENDES DE ALMEIDA CARVALHO
Data: 27/01/2026 13:04:00-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Arthur Hermano Rezende Rosa

Gabriel Mendes de Almeida Carvalho

Fernanda Rodrigues Alves Costa



Documento assinado digitalmente
FERNANDA RODRIGUES ALVES COSTA
Data: 23/01/2026 14:13:55-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dedico este trabalho aos meus avós Francisco Ribeiro Fabiano (*in memoriam*), Dionilia das Dores Moraes Fabiano (*in memoriam*) e Sandra dos Santos Silva, cujo esforço, cuidado e amor moldaram nossa família. A força, a dedicação e os valores que nos transmitiram permanecerão para sempre como inspiração em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai, Iderson, que não mediu esforços nem sacrifícios para me proporcionar uma educação de excelência, sendo também uma inspiração para a escolha da Engenharia como graduação. Sou extremamente grato à minha mãe, Ana Paula, cuja história de superação e dedicação em todos os âmbitos da vida me inspira diariamente. É imensurável a sorte e a gratidão que tenho em ser fruto deste casal.

Agradeço à minha irmã, Sara Vitória, por sua companhia constante e por ser uma inspiração, especialmente por sua dedicação aos estudos.

Expresso minha profunda gratidão à minha namorada, Lucyana, que esteve ao meu lado nos momentos mais desafiadores, escutando-me e aconselhando-me. Seu amor, dedicação e apoio foram fundamentais para que eu alcançasse este momento.

Agradeço também aos familiares e amigos pelas conversas, incentivo e momentos de descontração, que foram essenciais para seguir em frente e superar as adversidades do dia a dia.

Agradeço aos colegas de classe pela convivência diária, enfrentando juntos os desafios da vida acadêmica com união, perseverança e o compartilhamento de um mesmo sonho.

Por fim, agradeço aos docentes do Instituto Federal de Minas Gerais, Campus Betim, pelos ensinamentos e conselhos transmitidos ao longo da jornada, que serão de enorme importância para minha carreira profissional.

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um protótipo didático do sistema barra-bola, construído com materiais de baixo custo e utilizando a plataforma Arduino como unidade de controle. O objetivo principal é fornecer uma ferramenta acessível para a compreensão prática de sistemas dinâmicos, modelagem matemática e técnicas de controle, destacando-se pela relevância no ensino de Engenharia de Controle e Automação. A pesquisa inicia-se com a modelagem matemática do sistema, considerando o rolamento de uma esfera sólida sobre uma barra inclinada e resultando em uma função de transferência linearizada caracterizada como um sistema de duas integrações, inerentemente instável em malha aberta. Essa etapa fundamenta o projeto do controlador e permite antecipar o comportamento dinâmico da planta. Em seguida, realizam-se simulações em *MATLAB/Simulink*, incluindo o uso do *Virtual Lab*, possibilitando analisar a atuação do controlador diante de diferentes configurações. As simulações auxiliam na definição de critérios de desempenho e na avaliação preliminar da estabilidade do sistema. A implementação prática envolve a construção de um protótipo composto por uma barra metálica em perfil U, suporte estrutural, servo motor responsável pela inclinação da barra e sensor ultrassônico utilizado para medir a posição da esfera. A programação integra leitura sensorial, cálculo do erro e acionamento do atuador via modulação por largura de pulso. Os testes experimentais evidenciaram que limitações mecânicas, folgas estruturais e restrições do sensor influenciaram significativamente o desempenho do sistema, ocasionando oscilações próximas à região de equilíbrio. Embora o modelo e as simulações indicassem comportamento satisfatório, a resposta prática demonstrou a necessidade de aprimoramentos. Conclui-se que o protótipo cumpre seu papel didático ao evidenciar desafios reais de implementação, reforçando a importância da precisão sensorial e da rigidez estrutural em projetos de controle.

Palavras-chave: Sistema barra-bola; Controle PID; Arduino; Sensor ultrassônico; Servo motor.

ABSTRACT

This work presents the development of a low-cost educational ball-and-beam prototype, built with accessible materials and controlled by an Arduino platform. The main objective is to provide an affordable tool for practical learning in dynamic systems, mathematical modeling, and control techniques, highlighting its relevance in Control and Automation Engineering education. The study begins with the mathematical modeling of the system, considering the motion of a solid sphere rolling on an inclined beam. The resulting linearized transfer function characterizes the plant as a double-integrator system, inherently unstable in open loop and suitable for evaluating control strategies. Subsequent simulations in MATLAB/Simulink, including the Virtual Lab environment, enable the analysis of controller behavior under different tuning conditions. This stage supports the establishment of performance criteria and provides preliminary insights into system stability. The experimental implementation consists of a physical prototype composed of a U-profile metallic beam, structural support, a servo motor controlling beam inclination, and an ultrasonic sensor responsible for measuring the sphere's position. The control algorithm integrates sensor acquisition, error computation, and actuation through pulse-width modulation. Experimental results showed that mechanical limitations, structural looseness, and sensor restrictions significantly affected system stability, resulting in oscillations near the equilibrium region. Although the mathematical model and simulations suggested adequate behavior, the practical response revealed the need for structural and sensing improvements. The study concludes that the prototype fulfills its educational purpose by demonstrating the practical challenges of real control implementations and reinforcing the importance of sensor accuracy and mechanical rigidity.

Keywords: Ball-and-beam system; PID control; Arduino; Ultrasonic sensor; Servo motor.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Desenho 2D da planta Ball and Beam.	8
Figura 2 – Pirâmide da Automação industrial	9
Figura 3 – Processo a ser Controlado	10
Figura 4 – Sistema de Malha Aberta	10
Figura 5 – Sistema de Malha Fechada	11
Figura 6 – Sensor Ultrassônico HC-SR04	12
Figura 7 – Funcionamento do Sensor Ultrassônico HC-SR04	13
Figura 8 – Imagem <i>Matlab</i>	14
Figura 9 – Exemplar de Arduino	15
Figura 10 – Largura da Base de Madeira	20
Figura 11 – Comprimento da Base de Madeira	20
Figura 12 – Batente fixado na Barra	21
Figura 13 – Funcionamento HC-SR04	22
Figura 14 – Suporte Celular	23
Figura 15 – Esfera Metálica	24
Figura 16 – Servo motor	25
Figura 17 – Circuito de controle do sistema barra-bola utilizando Arduino Uno, sensor HC-SR04 e servo motor.	26
Figura 18 – Diagrama de Blocos em Malha Fechada	28
Figura 19 – Sistema Barra-bola no Virtual Lab	30
Figura 20 – Simulação controlador PID no Simulink	31
Figura 21 – Recorte do Funcionamento da Ferramenta <i>Serial Monitor</i>	35
Figura 22 – Vista Superior da Validação da Medição do Sensor	36
Figura 23 – Vista Lateral do Protótipo	37
Figura 24 – Bola de Tênis de Mesa	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Resumo dos principais trabalhos relacionados ao sistema Barra-Bola	16
Tabela 2	–	Parâmetros físicos e variáveis do sistema barra-bola	23
Tabela 3	–	Lista de materiais utilizados na construção do protótipo do sistema barra-bola	27
Tabela 4	–	Lista de softwares e hardwares utilizados no desenvolvimento do projeto . .	33
Tabela 5	–	Comparação entre o valor desejado e os valores medidos no Sensor Ultrassônico	35
Tabela 6	–	Reduções aplicadas ao ganho proporcional K_p	38
Tabela 7	–	Valores iniciais e finais dos ganhos utilizados no controlador PID.	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PID	Proporcional Integral Derivativo
IFMG	Instituto Federal de Minas Gerais
SCADA	<i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>
IHM	Interface Homem-máquina
CLP	Controlador Lógico Programável
PC	Computador Pessoal
CNC	Controle Numérico Computadorizado
SDCD	Sistema Digital de Controle Distribuído
IDE	Ambiente de Desenvolvimento Integrado
IoT	Internet das Coisas
VCC	Terminal de Alimentação positiva
GND	Aterramento
TRIG	Pino de disparo ultrassônico
ECHO	Pino de recepção do sinal ultrassônico
PWM	Modulação por largura de pulso
K_p	Ganho Proporcional
K_i	Ganho Integral
K_d	Ganho Derivativo
sin	Razão trigonométrica Seno

LISTA DE SÍMBOLOS

τ	Letra grega minúscula Tau
ζ	Letra grega minúscula zeta
θ	Letra grega minúscula theta
ω	Letra grega minúscula ômega

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	6
1.1	Objetivos	7
<i>1.1.1</i>	<i>Objetivo geral</i>	<i>7</i>
<i>1.1.2</i>	<i>Objetivos específicos</i>	<i>7</i>
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1	Sistema Barra-bola	8
2.2	Automação Industrial	8
2.3	Controle	10
<i>2.3.1</i>	<i>Controlador PID</i>	<i>11</i>
2.4	Sensor de Posição	12
2.5	MATLAB	13
2.6	Arduino	13
2.7	Trabalhos similares	14
3	MATERIAIS E MÉTODOS	17
3.1	Modelagem matemática do sistema barra–bola	17
<i>3.1.1</i>	<i>Hipóteses e definições</i>	<i>17</i>
<i>3.1.2</i>	<i>Equação de translação</i>	<i>18</i>
<i>3.1.3</i>	<i>Equação de rotação</i>	<i>18</i>
<i>3.1.4</i>	<i>Linearização e função de transferência</i>	<i>18</i>
<i>3.1.5</i>	<i>Caso da esfera sólida</i>	<i>19</i>
3.2	Materiais e Construção de Protótipo	19
3.3	Simulação	27
<i>3.3.1</i>	<i>Crítérios de Desempenho e Ajuste dos Ganhos</i>	<i>30</i>
<i>3.3.2</i>	<i>Análise da Resposta Simulada</i>	<i>31</i>
3.4	Programação	31
4	RESULTADOS	34
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	41
	REFERÊNCIAS	42

APÊNDICES	43
APÊNDICE A – CÓDIGO-FONTE DO SISTEMA BARRA-BOLA	44

1 INTRODUÇÃO

Um dos pilares fundamentais na formação de profissionais de Engenharia e Tecnologia é o estudo de sistemas de controle, uma vez que grande parte dos processos industriais, sistemas automatizados e dispositivos tecnológicos modernos dependem diretamente da aplicação de estratégias de controle eficientes. A compreensão dos conceitos envolvidos não se limita apenas ao campo teórico: exige também a experimentação, que possibilita ao estudante visualizar os efeitos de diferentes técnicas de controle sobre sistemas dinâmicos reais. Nesse contexto, o uso de experimentos didáticos desempenha um papel essencial no processo de ensino-aprendizagem. Segundo (VYGOTSKY, 1998), a aprendizagem é potencializada quando o estudante interage com instrumentos, materiais e situações concretas, uma vez que esses elementos atuam como mediadores no processo de internalização dos conceitos científicos. Nessa perspectiva, a utilização de experimentos didáticos torna-se um recurso fundamental no ensino técnico e superior, pois favorece a construção de significados a partir da prática e da ação direta sobre o objeto de estudo.

O sistema Barra-bola está entre os experimentos mais tradicionais utilizados em disciplinas de controle e automação. O sistema consiste em estabilizar e posicionar uma esfera sobre uma barra através de um atuador, que controla sua posição ao longo do eixo da barra. Trata-se de um sistema dinâmico com comportamento não linear e naturalmente instável, apesar de sua simplicidade estrutural, tornando-o um excelente objeto de estudo para a aplicação e validação de diferentes técnicas de controle. Por esse motivo, o sistema barra-bola é frequentemente adotado em laboratórios acadêmicos e em pesquisas como uma plataforma de referência para experimentação.

Neste trabalho, será desenvolvida uma análise sobre o comportamento de cada sistema com diferentes tipos de controle, aliados ao software *MATLAB/Simulink* para simulação e análise e implementação dos algoritmos de controle via Arduino. A simulação permitirá investigar diferentes abordagens, incluindo o controlador proporcional-integral-derivativo (PID), amplamente utilizado em aplicações industriais.

A motivação central deste estudo está na busca por soluções didáticas acessíveis, capazes de tornar a experimentação em sistemas de controle viável mesmo em instituições de ensino com infraestrutura limitada. Além disso, a proposta está alinhada às demandas atuais de ensino, que valorizam metodologias ativas e experimentais como forma de fortalecer a compreensão de conceitos teóricos por meio da prática.

Assim, este trabalho pretende fornecer um estudo comparativo entre diferentes técnicas de controle, destacando suas vantagens, limitações e aplicações. Espera-se, com isso, contribuir para o avanço de iniciativas didáticas que incentivem a integração entre modelagem matemática e simulação computacional, elementos essenciais para o domínio pleno de sistemas dinâmicos complexos.

1.1 Objetivos

1.1.1 *Objetivo geral*

Desenvolver um protótipo didático de baixo custo do sistema barra-bola, utilizando materiais acessíveis e Arduino, a fim de facilitar o estudo prático de princípios de sistemas de controle.

1.1.2 *Objetivos específicos*

- Modelar matematicamente a planta e validar o modelo através de simulações no *MATLAB/Simulink*.
- Projetar e ajustar um controlador PID clássico, avaliando critérios de desempenho como tempo de subida, sobressinal e erro estacionário;
- Comparar os resultados experimentais com as simulações, destacando vantagens e desvantagens de cada método, explicitando como possíveis discrepâncias entre a teoria e a prática fazem parte do campo didático.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Sistema Barra-bola

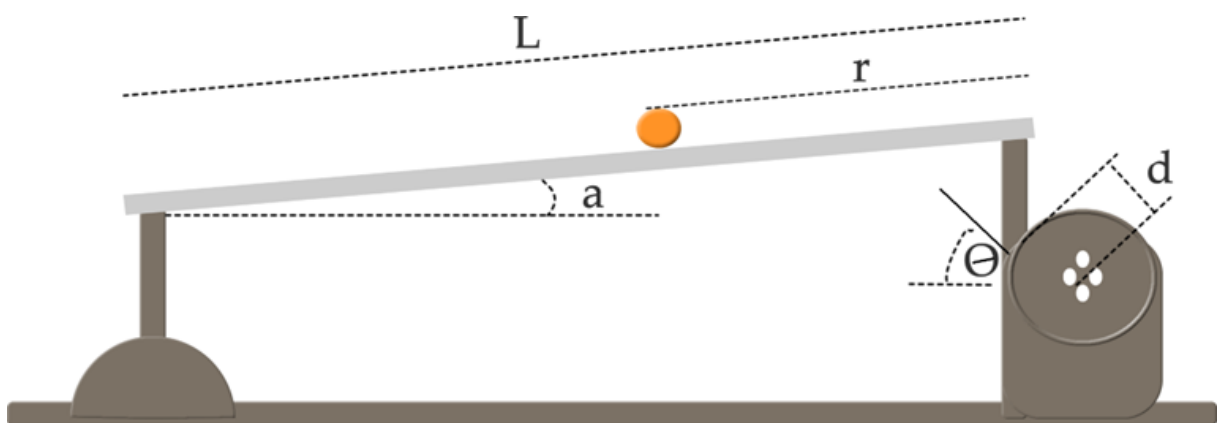
O sistema barra-bola é estruturalmente simples, contém uma esfera de aço rolando sobre uma barra longa. A barra está montada no eixo de saída de um motor elétrico e, portanto, pode ser inclinada em torno de seu eixo central pela aplicação de um sinal de controle elétrico ao amplificador do motor. A posição da esfera sobre a barra pode ser medida utilizando um sensor especial. (WELLSTEAD, 1993) O sistema barra-bola é amplamente utilizado porque é simples de compreender como sistema e, ainda assim, as técnicas de controle que podem ser estudadas a partir dele abrangem muitos métodos importantes de projeto clássico e moderno.(WELLSTEAD, 1993)

Esse sistema possui uma propriedade muito importante: ele é instável em malha aberta. O problema de controle de sistemas instáveis é um desafio que a maioria dos sistemas de controle precisa superar, sendo, portanto, necessário estudá-lo.(ZHUANG *et al.*, 2023)

A tarefa de controle consiste em regular automaticamente a posição da esfera sobre a barra por meio da variação do ângulo de inclinação da barra. Trata-se de uma tarefa de controle complexa, pois a esfera não permanece fixa em um ponto da barra, mas se desloca com uma aceleração proporcional à inclinação da mesma.(WELLSTEAD, 1993)

A maioria dos problemas de controle encontrados no mundo prático é relativamente simples de controlar, incluindo o controle de um foguete ou de uma aeronave durante a decolagem vertical.(WELLSTEAD, 1993)

Figura 1 – Desenho 2D da planta Ball and Beam.



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

2.2 Automação Industrial

O histórico da automação industrial remonta à Revolução Industrial no século XVIII, com a introdução das primeiras máquinas automáticas. Desde então, a evolução tecnológica permitiu

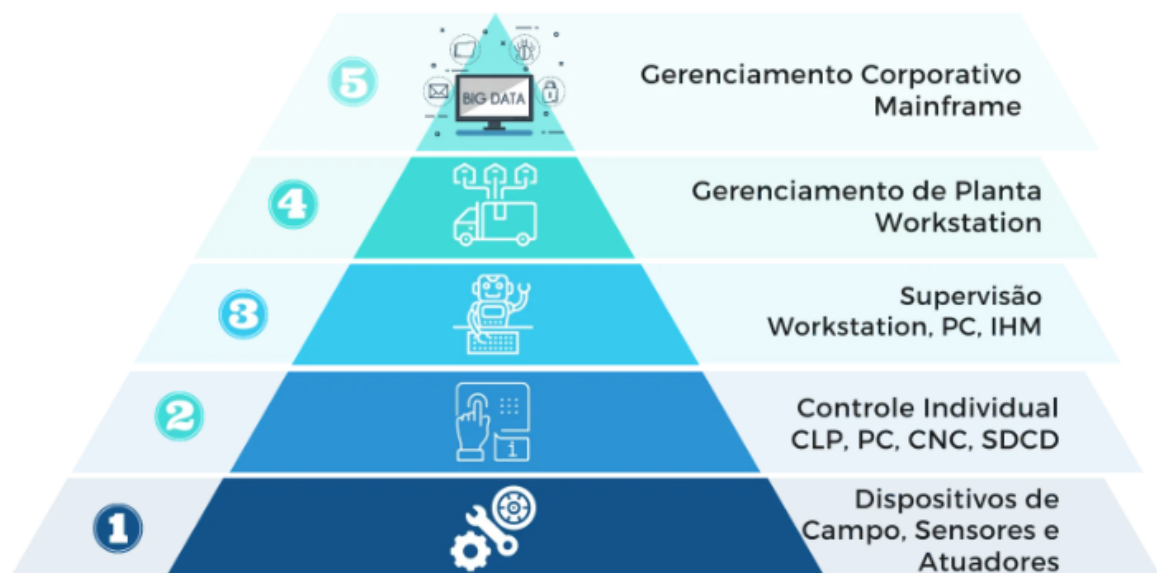
o desenvolvimento de sistemas mais complexos e integrados, como os controladores lógicos programáveis e os sistemas de supervisão. A indústria 4.0 representa o atual estágio da evolução da automação, trazendo consigo a integração de dispositivos inteligentes, a comunicação entre máquinas e a análise de dados em tempo real. (LAMB, 2015)

Automação é o uso de comandos lógicos programáveis e de equipamentos mecanizados para substituir as atividades manuais que envolvem tomadas de decisão e comandos-resposta de seres humanos. (LAMB, 2015).

Dentro da automação há diferentes níveis de atuação, que podem ser organizados em uma pirâmide, onde a base representa o que está em mais contato com a planta, e ao chegar ao topo, o nível que está mais distante.

- Nível 1: Dispositivos de campo, sensores e atuadores
- Nível 2: Controle do processo, CLP's
- Nível 3: Sistemas de supervisão, monitoramento e aquisição de dados
- Nível 4: Gerenciamento da planta, planejamento e programação da produção
- Nível 5: Administração de recursos da empresa e gestão financeira

Figura 2 – Pirâmide da Automação industrial



Fonte: Softautomação (2021)

2.3 Controle

O controle é um dos pilares da Engenharia de Controle e Automação, sendo responsável por estudar e aplicar técnicas que permitam regular e otimizar o comportamento de sistemas dinâmicos. O controle automático é um componente importante e intrínseco em quaisquer operações industriais que envolvam o controle de temperatura, pressão, umidade, viscosidade, vazão, etc. (OGATA, 2010)

Um sistema de controle é uma interconexão de componentes que formam uma configuração de sistema que produzirá uma resposta que foi projetada ao sistema. A relação de entrada-saída do sistema, representa uma relação de causa e efeito do processo, que, por sua vez, representa um processamento de um sinal de entrada para fornecer um sinal de saída variável. (DORF; BISHOP, 2012)

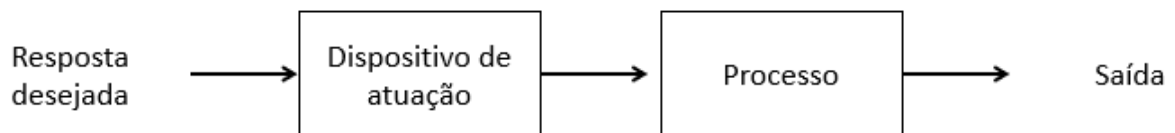
Figura 3 – Processo a ser Controlado



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Segundo Ogata (2010), os sistemas de controle podem ser classificados como sistema de malha aberta e sistema de malha fechada. O sistema de malha aberta são aqueles em que o sinal de saída não exerce nenhuma ação de controle no sistema (OGATA, 2010). Sua aplicação está relacionada ao fato de que a relação entre entrada e saída seja conhecida e se não houver nenhuma perturbação interna ou externa. (OGATA, 2010)

Figura 4 – Sistema de Malha Aberta

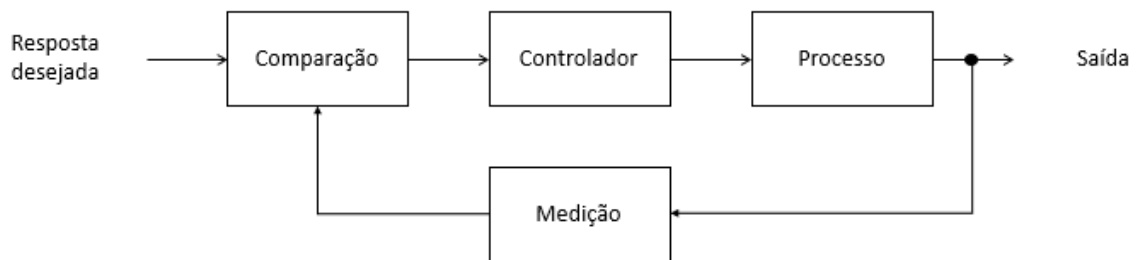


Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

O sistema de controle de malha fechada utiliza frequentemente uma função de uma relação preestabelecida entre a saída e a entrada para controlar o processo (DORF; BISHOP, 2012). O sinal de erro atuante, que é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação(ou retroação), realimenta o controlador, de modo a minimizar o erro e acertar a saída do sistema ao valor desejado.(OGATA, 2010)

Ao contrário de um sistema de controle a malha aberta, um sistema de controle a malha fechada utiliza uma medida adicional da saída real para comparar a saída real com a resposta desejada. A medida da saída é chamada de sinal de retroação. (DORF; BISHOP, 2012).

Figura 5 – Sistema de Malha Fechada



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

2.3.1 Controlador PID

O controlador Proporcional–Integral–Derivativo (PID) é um dos mais aplicados em sistemas de controle devido à sua simplicidade de implementação, robustez e eficiência em diferentes processos industriais. De acordo com Ogata (2010), o controlador PID combina três ações fundamentais: proporcional, integral e derivativa, que, em conjunto, permitem melhorar o desempenho dinâmico e reduzir erros em regime permanente.

O controlador Proporcional, Integral e Derivativo gera a sua saída proporcionalmente ao erro, proporcionalmente à integral do erro e proporcionalmente à derivada do erro.(CAMPOS; TEIXEIRA, 2006)

O desempenho do controlador depende do ajuste adequado dos ganhos proporcional(K_p), integral(K_i) e derivativo(K_d).Segundo Dorf e Bishop (2012), a sintonia desses parâmetros pode ser realizada por métodos clássicos, como o de *Ziegler-Nichols*, ou por técnicas mais modernas, como heurísticas e métodos baseados em inteligência artificial.

A equação no domínio do tempo deste controlador é:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

onde:

K_p : Ganho Proporcional

K_i : Ganho Integral

K_d : Ganho Derivativo

e : Erro

t : Tempo

τ : Tempo de integração

2.4 Sensor de Posição

Em processos industriais, os sensores de posição são empregados em diversas aplicações, exigindo que a precisão e a sensibilidade do instrumento sejam ajustadas em função do tipo de operação monitorada (THOMAZINI; ALBUQUERQUE, 2007).

Figura 6 – Sensor Ultrassônico HC-SR04



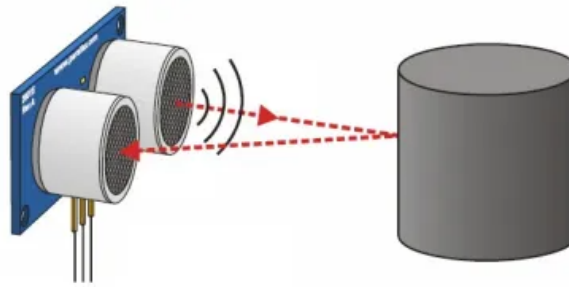
Fonte: Vida de Silício (2025)

O princípio de funcionamento do sensor ultrassônico baseia-se na emissão de uma onda sonora em frequência inaudível para humanos (acima de 20 kHz) e na medição do tempo de retorno do seu eco. A partir desse intervalo de tempo, calcula-se a distância com base na velocidade de propagação do som, que é de aproximadamente 340 m/s no ar. É necessário realizar uma compensação na velocidade de propagação caso o meio não seja o ar (BEGA *et al.*, 2011).

Entre as suas principais vantagens, destacam-se a simplicidade de implementação, o baixo custo e a capacidade de medir distâncias sem contato físico (THOMAZINI; ALBUQUERQUE, 2007).

Como o funcionamento de um medidor de nível ultrassônico depende da onda refletida, é fundamental que o transdutor seja montado perpendicularmente à superfície do produto cujo nível se deseja medir, como é visto na Figura 7 (BEGA *et al.*, 2011).

Figura 7 – Funcionamento do Sensor Ultrassônico HC-SR04



Fonte: Vida de Silício (2025)

2.5 *MATLAB*

O *MATLAB* é um ambiente de programação e cálculo numérico desenvolvido pela *MathWorks*, amplamente utilizado em engenharia, ciência e pesquisa aplicada. Segundo a própria *MathWorks* (2025), o *MATLAB* fornece um conjunto abrangente de ferramentas para análise de dados, modelagem matemática, simulação de sistemas dinâmicos e desenvolvimento de algoritmos, consolidando-se como uma das principais plataformas de computação científica.

Sua linguagem de programação é de alto nível, voltada para operações matriciais e manipulação de dados, o que facilita a implementação de modelos matemáticos complexos. Além disso, o *MATLAB* integra ambientes gráficos e recursos de visualização avançada, permitindo a construção de interfaces interativas, gráficos dinâmicos e representações visuais que auxiliam na interpretação dos resultados (MathWorks, 2025).

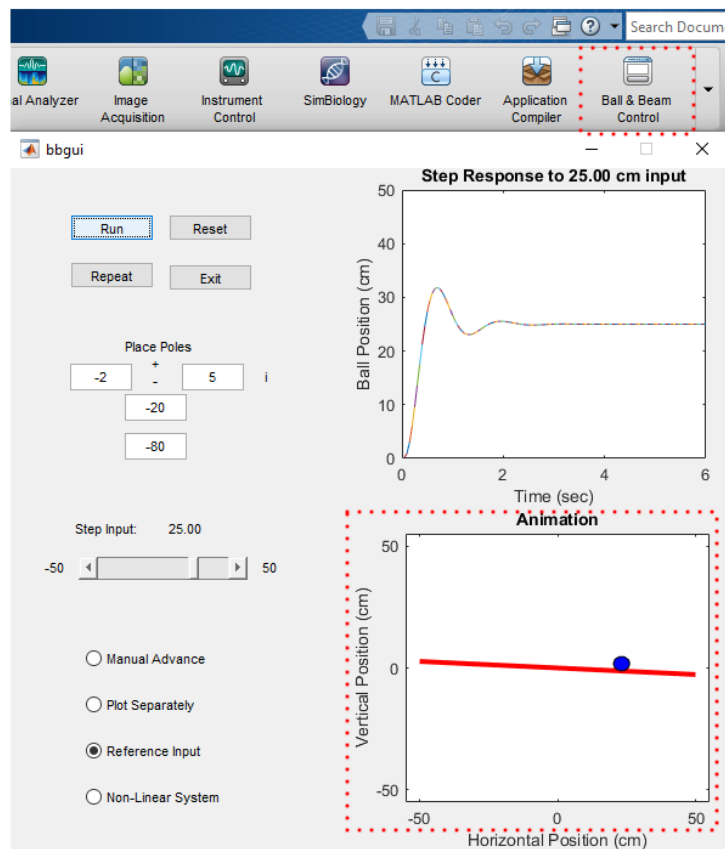
Uma característica de destaque é a possibilidade de expansão por meio de *toolboxes*, pacotes especializados que oferecem funções adicionais em áreas específicas, como processamento de sinais, controle, sistemas de comunicação, aprendizado de máquina e inteligência artificial. Isso torna a ferramenta extremamente versátil, atendendo tanto a aplicações acadêmicas quanto industriais. Conforme indicado pela *MathWorks* (2025), o *MATLAB* é amplamente empregado em áreas como controle automático, eletrônica de potência, modelagem de sistemas físicos e análise de dados em larga escala.

2.6 *Arduino*

O *Arduino* é uma plataforma de prototipagem eletrônica de código aberto que combina hardware e software fáceis de utilizar, amplamente aplicada em projetos de automação, robótica e sistemas embarcados. De acordo com (Arduino, 2025), sua proposta é tornar o desenvolvimento de sistemas eletrônicos acessível tanto a iniciantes quanto a profissionais, permitindo a criação de protótipos interativos de forma rápida e flexível.

A plataforma é composta por placas microcontroladas, baseadas em diferentes mode-

Figura 8 – Imagem Matlab



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

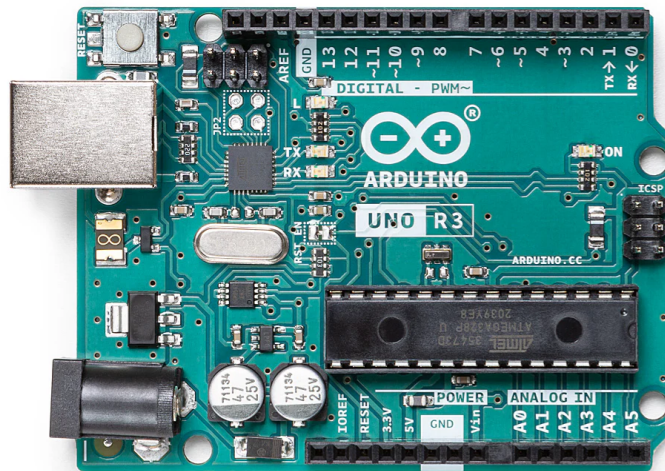
los de processadores, e por um ambiente de desenvolvimento integrado (IDE), utilizado para programação. O Arduino IDE suporta a linguagem C/C++ e conta com uma vasta biblioteca de funções que facilitam a comunicação com sensores, atuadores e módulos externos. Essa característica amplia a aplicabilidade do Arduino em contextos educacionais, experimentais e industriais (ArduinoStore, 2025).

Uma das maiores vantagens do Arduino está em sua comunidade ativa e colaborativa, que disponibiliza tutoriais, bibliotecas, projetos e fóruns de suporte. Isso contribui para sua ampla difusão no ensino de engenharia e em projetos de pesquisa aplicada, além de reduzir as barreiras de entrada no desenvolvimento de soluções embarcadas. Como ressalta o site oficial, a filosofia do Arduino está fundamentada no compartilhamento de conhecimento e no estímulo à inovação em áreas como automação residencial, controle de processos e Internet das Coisas (IoT) (ArduinoStore, 2025).

2.7 Trabalhos similares

Ao longo dos últimos anos, diversos estudos têm investigado alternativas de implementação do sistema barra-bola como ferramenta didática e plataforma de testes para controladores.

Figura 9 – Exemplar de Arduino



Fonte: ArduinoStore (2025)

Esses trabalhos servem como referência tanto para decisões de projeto quanto para a compreensão dos limites físicos e eletrônicos envolvidos nesse tipo de aplicação. Assim, antes de apresentar a solução proposta neste trabalho, faz-se pertinente discutir projetos similares identificados na literatura, destacando suas metodologias, componentes utilizados e resultados experimentais, de modo a evidenciar como o presente estudo se posiciona em relação ao que já foi produzido.

Os trabalhos apresentados na Tabela (1) serviram como base para as decisões metodológicas adotadas neste projeto. De modo geral, esses estudos evidenciam que o controlador PID, quando bem ajustado e acompanhado de uma calibração adequada dos sensores e atuadores, apresenta bom desempenho e simplicidade de implementação. Essas constatações influenciaram diretamente a escolha do Arduino, do controle PID e dos procedimentos experimentais adotados neste trabalho. Além disso, estudos com enfoque educacional reforçam que estruturas simples, robustas e de baixo custo facilitam a compreensão dos conceitos de controle.

Tabela 1 – Resumo dos principais trabalhos relacionados ao sistema Barra-Bola

Autor(es)	Ano	Tema/Foco	Tecnologias, Resultados e Contribuições
Vanderson A. M. Andrade	2022	Planta física + virtual de levitação por ar; uso didático	Arduino UNO, HC-SR04, TIP31C, MATLAB/Simulink, Simscape. Protótipo funcional; modelo 3D; sintonia PID; comparação planta real e simulada.
Kaio Alencar Barreto	2023	Projeto de PID por alocação de polos; análise bola oca × maciça	Arduino Mega 2560, Sensor Sharp IR GP2Y0A21Y, Servo MG995, impressão 3D. Calibração robusta; modelagem dinâmica completa; análise P/PD/PID; sensibilidade à planta.
Vitor Gomes Melo Barra	2023	Projeto PID via Lugar Geométrico das Raízes (LGR)	Arduino Mega 2560, Sharp IR, Servo MG995, firmware em C, média móvel de 200 amostras. PID com melhor desempenho; análise bola oca × maciça; calibração experimental detalhada.
Bertanha & Szalbot	2016	Desenvolvimento didático de um sistema completo bola-barra	Arduino Mega, HC-SR04, Servo MG995, LCD Keypad Shield, estrutura em MDF+nylon. Interface embarcada; calibração de servo e sensor; testes mecânicos e eletrônicos; solução robusta e educacional.
Este trabalho	2025	Protótipo barra-bola de baixo custo com Arduino e PID	Arduino UNO, HC-SR04, Servo Motor MG996R, estrutura metálica em U, braço em L, implementação PID, calibração do servo e sensor. Protótipo funcional; análise experimental; identificação de limitações; contribuição didática.

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia deste trabalho foi estruturada em quatro etapas sequenciais e interdependentes. Inicialmente, realizou-se a modelagem matemática do sistema, onde foram estabelecidas as equações fundamentais que descrevem seu comportamento teórico.

Em seguida, a partir deste modelo, foi conduzida a simulação computacional, permitindo a análise do sistema em um ambiente virtual e a previsão de seu desempenho sob diversas condições. A terceira etapa consistiu na implementação prática, com a construção de um protótipo físico para a coleta de dados experimentais.

Finalmente, os resultados teóricos e práticos foram submetidos a uma análise comparativa, visando validar o modelo matemático e extrair conclusões consistentes sobre a eficácia do sistema proposto.

3.1 Modelagem matemática do sistema barra–bola

Este item apresenta a modelagem matemática do sistema barra–bola considerando especificamente uma esfera maciça (esfera sólida). A modelagem relaciona o ângulo da barra $\theta(t)$ com a posição do centro de massa da esfera $x(t)$ ao longo da barra, linearizando o modelo em torno de pequenas inclinações. Serão explicitadas as hipóteses adotadas, as equações de movimento (translação e rotação) e a obtenção da função de transferência linearizada, apropriada para análise de controle.

3.1.1 Hipóteses e definições

- $x(t)$: posição do centro da esfera ao longo da barra (m), medida ao longo da superfície de rolamento; o eixo positivo aponta para a direita.
- $\theta(t)$: ângulo da barra em relação à horizontal (rad). Considera-se $|\theta| \ll 1$ para admitir a aproximação linear $\sin \theta \approx \theta$ e $\cos \theta \approx 1$.
- Massa da esfera: m (kg); raio da esfera: R_b (m).
- Momento de inércia da esfera em torno do seu centro: I . Para uma esfera maciça e homogênea de raio R_b :

$$I = \frac{2}{5} m R_b^2. \quad (3.1)$$

- Rolamento sem deslizamento (condição de no-slip): a velocidade linear e a velocidade angular estão relacionadas por

$$\dot{x} = R_b \omega, \quad (3.2)$$

onde $\omega(t)$ é a velocidade angular da esfera.

- Não se consideram forças dissipativas (atrito viscoso) nem deformação significativa; a barra e o atuador são tratados como dados de entrada, de modo que $\theta(t)$ é considerada a entrada controlável do sistema.

3.1.2 Equação de translação

A componente tangencial do peso que atua sobre a esfera é $mg \sin \theta$. Denotando por F_f a força de contato tangencial (força de atrito estático responsável pela rotação), a equação de translação é

$$m\ddot{x} = mg \sin \theta - F_f. \quad (3.3)$$

3.1.3 Equação de rotação

O torque produzido por F_f em torno do centro da esfera é $\tau = F_f R_b$, que gera aceleração angular segundo

$$I \dot{\omega} = F_f R_b. \quad (3.4)$$

Utilizando a condição de rolamento sem deslizamento (3.2) tem-se $\dot{\omega} = \dot{x}/R_b$. Substituindo em (3.4) obtém-se a expressão de F_f em termos de \dot{x} :

$$F_f = \frac{I}{R_b^2} \ddot{x}. \quad (3.5)$$

Substituindo (3.5) em (3.3) resulta

$$m\ddot{x} = mg \sin \theta - \frac{I}{R_b^2} \ddot{x}. \quad (3.6)$$

Utilizando a condição de rolamento sem deslizamento, que relaciona a aceleração angular da esfera com a aceleração linear do seu centro de massa, substitui-se a expressão da força de atrito obtida a partir da equação de rotação na equação de translação. Com isso, elimina-se a força de contato do modelo e, ao reordenar os termos associados à aceleração, obtém-se a equação de movimento do sistema barra–bola:

$$\left(m + \frac{I}{R_b^2}\right) \ddot{x} = mg \sin \theta. \quad (3.7)$$

3.1.4 Linearização e função de transferência

Para pequenas inclinações admite-se $\sin \theta \approx \theta$. Assim, a equação (3.7) torna-se

$$\left(m + \frac{I}{R_b^2}\right) \ddot{x} = mg \theta. \quad (3.8)$$

Aplicando transformada de Laplace considerando condições iniciais nulas ($x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$):

$$\left(m + \frac{I}{R_b^2}\right) s^2 X(s) = mg \Theta(s). \quad (3.9)$$

Logo, a função de transferência que relaciona a posição $X(s)$ à entrada angular $\Theta(s)$ é

$$G(s) \triangleq \frac{X(s)}{\Theta(s)} = \frac{mg}{m + \frac{I}{R_b^2}} \frac{1}{s^2}. \quad (3.10)$$

3.1.5 Caso da esfera sólida

Para a esfera sólida, substitui-se I pela expressão (3.1). Assim

$$\frac{I}{R_b^2} = \frac{2}{5}m. \quad (3.11)$$

Substituindo em (3.10):

$$G(s) = \frac{mg}{m + \frac{2}{5}m} \frac{1}{s^2} = \frac{mg}{\frac{7}{5}m} \frac{1}{s^2} = \frac{5}{7} \frac{g}{s^2}. \quad (3.12)$$

Portanto, com a gravidade g em m/s^2 , obtemos o ganho numérico

$$K = \frac{5}{7}g \approx \frac{5}{7} \times 9.81 \approx 7.0071 \quad (\text{m/rad} \cdot \text{s}^2). \quad (3.13)$$

Em consequência, a função de transferência linearizada para a esfera sólida é

$$\boxed{G(s) = \frac{X(s)}{\Theta(s)} = \frac{5}{7} \frac{g}{s^2}}. \quad (3.14)$$

O sistema linearizado tem duas integrações na relação entre entrada (θ) e saída (x), o que torna a planta do tipo "duas integrações" (duas poles em zero). Tal característica implica que, se a entrada θ for utilizada diretamente como esforço de controle, o posicionamento da esfera exige um projeto de controlador que compense essas integrações para obter estabilidade e desempenho desejado.

As principais suposições feitas foram que o rolamento ocorre sem deslizamento, que as inclinações são pequenas (permitindo uma aproximação linear de $\sin \theta$) e que não há atrito dissipativo.

3.2 Materiais e Construção de Protótipo

A construção deste protótipo foi feita com materiais de baixo custo, com o objetivo de ter a possibilidade de proporcionar uma planta de teste visando a acessibilidade para fins didáticos e de pesquisa. Para realizar a montagem do protótipo, foi necessária uma placa de compensado de madeira para ser a base do sistema, onde seria fundamental para a fixação do suporte da barra e do servo motor. A placa de madeira tem 38x16cm de dimensão.

Figura 10 – Largura da Base de Madeira



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Figura 11 – Comprimento da Base de Madeira



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

A barra metálica em perfil U tem a função de guiar e estabilizar o movimento da esfera ao longo do eixo. Sua geometria consiste em uma base plana com duas abas laterais paralelas, formando um canal que atua como trilho. Essa configuração evita a queda lateral da esfera e

assegura que o movimento ocorra apenas no sentido desejado. A barra utilizada tem 46x4,5cm de dimensão e é sustentada por um suporte em uma das extremidades, e na outra, é acoplada ao servo motor que possui uma extensão em seu eixo para realizar a movimentação da barra. Outro elemento deste sistema que está acoplado à barra é o sensor de posição que está na mesma extremidade do suporte, mantendo sua posição e tendo uma certa firmeza para conseguir realizar as medições da posição da esfera. Ao fim da barra existe um batente, com o objetivo de limitar o movimento da esfera, também delimitando a zona de ação e medição do sensor, conforme mostrado na Figura (12)

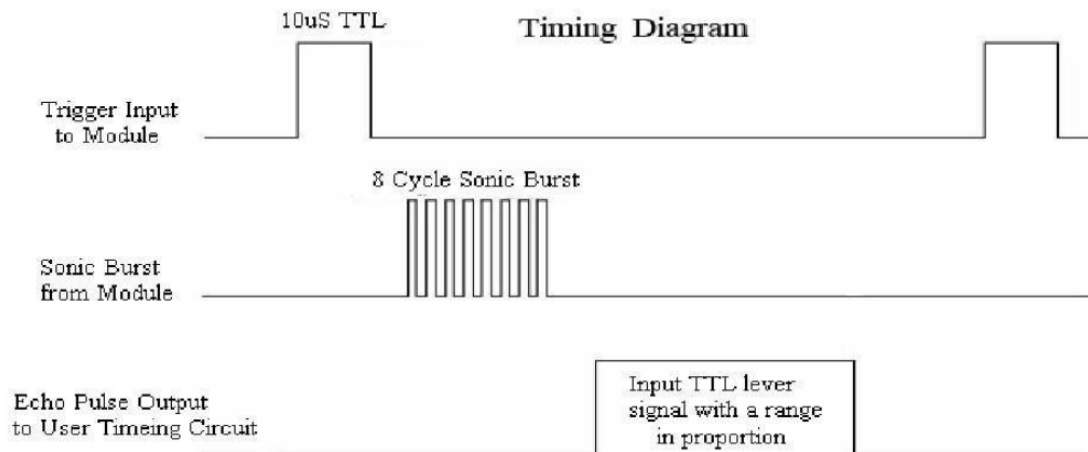
Figura 12 – Batente fixado na Barra



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

O sensor de posição escolhido foi o HC-SR04, amplamente utilizado em aplicações de robótica e automação devido à sua simplicidade de uso, baixo custo e confiabilidade. O sensor opera por meio da emissão de pulsos ultrassônicos de 40kHz e da detecção do tempo de retorno do eco refletido pela esfera, calculando a distância a partir do intervalo entre transmissão e recepção. Essa característica possibilita determinar a posição da bola ao longo da barra de forma não invasiva e em tempo real. (Vida de Silício, 2025)

Figura 13 – Funcionamento HC-SR04



Fonte: Vida de Silício (2025)

Para o suporte da barra foi utilizado um suporte de celular para veículos, sendo reaproveitado e adaptado na montagem do sistema. Essa escolha se deve à sua versatilidade mecânica, facilidade de ajuste angular e robustez relativa, características que suprem as necessidades para a bola percorrer a barra metálica, sendo também uma solução prática e de baixo custo.

Do ponto de vista mecânico, o suporte de celular exerce a função de suporte de carga, mantendo o alinhamento da barra e absorvendo as forças transmitidas durante o movimento gerado pelo servo. Ele oferece uma fixação estável e ajustável, permitindo o ajuste de altura e posição inicial da barra, sendo fundamental para a realização de calibração e alguns ajustes de ângulo para testes. A rigidez da base evita deslocamentos indesejados, fator que poderia comprometer o equilíbrio da bola na barra.

A utilização do suporte de celular como apoio para a barra oferece vantagens práticas significativas, reduzindo a necessidade de fabricação de peça específica, podendo haver uma rigidez posicional e estrutural, sendo assim, impossibilitando a montagem e substituição rápida durante os testes. Um suporte instável ou com folgas pode introduzir erros nas medições de posição da bola, e assim, provocando oscilações parasitas que podem comprometer o desempenho do controlador.

Figura 14 – Suporte Celular



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

A esfera sólida de metal desempenha um papel central no funcionamento do sistema barra-bola, atuando como o elemento móvel cuja posição deve ser controlada pelo atuador. Suas propriedades físicas influenciam diretamente o comportamento dinâmico da planta. A escolha do material metálico também favorece a uniformidade da massa e a previsibilidade do comportamento dinâmico, fatores essenciais para a modelagem matemática precisa e para a validação dos resultados de simulação. Por se tratar de uma esfera sólida, o movimento não é apenas translacional, mas também rotacional, sendo o momento de inércia dado pela Equação (3.1). Esse termo integra as equações da planta e define a resistência da esfera às mudanças de inclinação impostas pelo servo motor, cujas variáveis se fazem presentes na Tabela (2)

Tabela 2 – Parâmetros físicos e variáveis do sistema barra-bola

Variável	Descrição	Valor
m	massa da bola	0,064 kg
R_b	raio da bola	0,0125 m
d	deslocamento da alavanca	0,9 m
g	aceleração gravitacional	9,8 m/s ²
L	comprimento da barra	0,4 m
I	momento de inércia da bola	$4,0 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
r	posição da bola	–
α	ângulo da barra	–
θ	ângulo da engrenagem do servo motor	–

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Figura 15 – Esfera Metálica



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

O servo motor MG996R é o atuador responsável por controlar o ângulo de inclinação da barra metálica em U, garantindo o deslocamento da esfera ao longo de seu comprimento. Diferente de motores de corrente contínua convencionais, o servo motor possui um sistema interno de controle de posição composto por um motor, uma caixa de engrenagens e um potenciômetro, permitindo movimentação angular precisa dentro de uma faixa limitada (geralmente de 0° a 180°). Essa característica o torna ideal para aplicações que demandam controle fino e respostas rápidas, como no experimento em questão.

Figura 16 – Servo motor



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

O acionamento do servo motor é realizado por sinais de modulação por largura de pulso (PWM), nos quais a largura do pulso determina a posição angular do eixo. No sistema barra-bola, essa variação é traduzida no ajuste da inclinação da barra, que influencia diretamente o movimento da esfera. A utilização do servo garante repetibilidade, precisão e facilidade de integração com plataformas de controle, como microcontroladores. Assim, o servo motor cumpre papel central no funcionamento do sistema, atuando como elo entre o controlador e a planta física.

Para transmitir a mudança angular na saída do servo motor, é acoplado ao seu eixo um braço em "L" que está diretamente ligado à barra metálica, sendo um elemento mecânico de transmissão e conversão de movimento essencial no funcionamento do sistema barra-bola. O braço em "L" constitui o elo mecânico entre o sistema atuador (servo motor) e o sistema físico a ser estabilizado (bola sobre a barra).

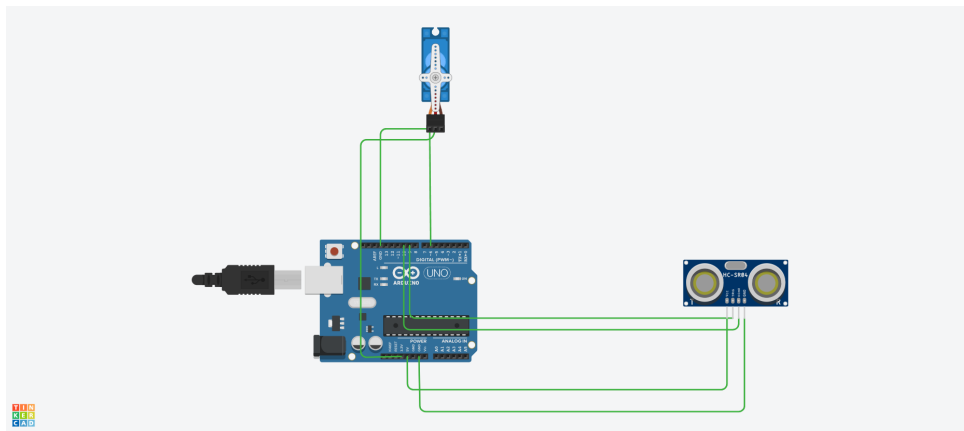
O braço em "L" deve apresentar rigidez suficiente para evitar deformações ou torções que possam introduzir não linearidades e instabilidade ao sistema de controle. Materiais metálicos leves, como alumínio ou aço carbono de pequena espessura, são opções a serem utilizados, devido à sua relação favorável entre rigidez e massa, reduzindo a carga sobre o eixo do servo motor.

Essa solução também organiza a montagem física do protótipo, tendo em consideração sua geometria em 90°, perpendicular ao eixo do motor, que permite elevar a barra acima do corpo do motor, criando espaço suficiente para o movimento da bola sobre a barra. O arranjo permite uma montagem compacta, facilitando a observação do comportamento da bola e garantindo que

o sensor mantenha uma linha de visão adequada para realizar a medição da esfera.

A Figura 17 apresenta o circuito utilizado para o controle do sistema barra-bola, desenvolvido na plataforma *Tinkercad*. O sistema utiliza um microcontrolador *Arduino Uno* como unidade de processamento, um sensor ultrassônico HC-SR04 para medição da posição da esfera e um servo motor para o controle do ângulo de inclinação da barra metálica. Essa configuração permite o controle em malha fechada do sistema, em que o sinal de realimentação (posição da bola) é utilizado para corrigir a inclinação da barra em tempo real.

Figura 17 – Circuito de controle do sistema barra-bola utilizando Arduino Uno, sensor HC-SR04 e servo motor.



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

O sensor ultrassônico HC-SR04 é responsável por medir a distância da esfera em relação à extremidade da barra, fornecendo ao microcontrolador uma estimativa da posição da bola. O sensor possui quatro terminais: VCC, TRIG, ECHO e GND. O pino VCC foi conectado à saída de 5 V do *Arduino Uno*, enquanto o pino GND foi conectado ao terra comum do circuito. O pino TRIG, responsável por emitir o pulso ultrassônico, foi ligado ao pino digital 8 do *Arduino*, e o pino ECHO, que recebe o sinal refletido pela esfera, foi conectado ao pino digital 10. A partir do tempo de retorno do sinal, o microcontrolador calcula a distância percorrida pela onda sonora e, conseqüentemente, a posição da esfera sobre a barra.

O servo motor, por sua vez, é o atuador do sistema, responsável por controlar o ângulo de inclinação da barra metálica. Ele possui três conexões principais: alimentação, terra e sinal de controle. O fio vermelho (VCC) do servo foi conectado à saída de 5 V do *Arduino Uno*, o fio marrom (GND) foi conectado ao terra comum do circuito, e o fio laranja (SIGNAL) foi ligado ao pino digital 9, que é uma saída PWM.

Durante a operação, o *Arduino Uno* envia um pulso de disparo ao pino TRIG do sensor HC-SR04, que emite uma onda ultrassônica. Essa onda é refletida pela esfera e captada pelo pino ECHO, permitindo calcular o tempo de ida e volta do sinal e, assim, determinar a posição da bola. Essa informação é utilizada pelo controlador implementado no código embarcado (PID ou

proporcional), que compara a posição medida com a posição de referência. O erro resultante é processado e convertido em um sinal PWM aplicado ao servo motor, ajustando a inclinação da barra para corrigir o movimento da esfera.

Dessa forma, o circuito possibilita o controle dinâmico da posição da esfera sobre a barra, constituindo um sistema de controle em malha fechada simples, mas eficaz, ideal para fins didáticos e experimentais na área de Engenharia de Controle e Automação.

A Tabela 3 apresenta a lista completa de materiais utilizados na construção do protótipo do sistema barra-bola. Esses componentes foram selecionados de forma a garantir a rigidez estrutural da base e da barra, a precisão na atuação do servo motor, e a confiabilidade das medições realizadas pelo sensor ultrassônico. A organização da lista facilita a replicação do experimento, bem como a compreensão dos elementos necessários para o correto funcionamento do sistema.

Tabela 3 – Lista de materiais utilizados na construção do protótipo do sistema barra-bola

Material	Quantidade
Placa de madeira para base	1
Suporte de madeira para servo motor	1
Suporte para celular	1
Barra metálica em U	1
Braço metálico em L	1
Esfera metálica	1
Sensor ultrassônico HC-SR04	1
servo motor MG996R	1
Arduino Uno	1
Condutores	15
Fonte 5V	1
Parafusos	5
Batente em L	2
Abraçadeira de nylon	1
Conector para fonte	1

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

3.3 Simulação

O projeto de um controlador para o sistema barra-bola visa garantir a estabilidade e o rastreamento preciso da posição da esfera sobre a barra, compensando as não linearidades e a instabilidade inerente à planta. O sistema barra-bola pode ser modelado como uma planta de segunda ordem, cuja função de transferência linearizada é expressa por:

$$G(s) = \frac{K}{s^2} \quad (3.15)$$

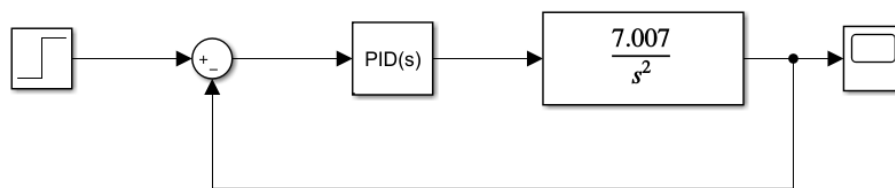
Onde $K = \frac{5g}{7L}$ representa o ganho dinâmico da planta, sendo g a aceleração da gravidade e L o comprimento da barra. Essa função evidencia um sistema do tipo integrador duplo, indicando instabilidade em malha aberta e a necessidade de um controlador capaz de introduzir polos estáveis e compensar o comportamento de alta ordem.

Para atender aos requisitos de desempenho do sistema, como tempo de acomodação reduzido, ausência de erro em regime permanente e resposta sem oscilações excessivas, foi adotado um controlador do tipo Proporcional–Integral–Derivativo (PID). O controlador PID combina três ações de controle distintas: o termo proporcional, responsável por reduzir o erro instantâneo; o termo integral, que elimina o erro em regime permanente; e o termo derivativo, que melhora a resposta transitória e reduz o sobre-sinal. Assim, a função de transferência do controlador é dada por:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3.16)$$

O diagrama de blocos em malha fechada é composto pela realimentação da posição da bola, que é comparada à referência desejada. O erro resultante é processado pelo controlador PID, gerando o sinal de controle aplicado ao servo motor, o qual altera o ângulo de inclinação da barra. Esse ângulo, por sua vez, influencia a aceleração e o deslocamento da esfera ao longo da barra. O sistema, portanto, apresenta uma estrutura típica de controle de posição em malha fechada, em que o desempenho depende diretamente do ajuste adequado dos ganhos K_p , K_i e K_d .

Figura 18 – Diagrama de Blocos em Malha Fechada



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Os parâmetros do controlador podem ser determinados por meio de técnicas de sintonia clássicas, como o método de Ziegler–Nichols, ou ajustados manualmente no ambiente *Simulink*, utilizando o bloco *PID Controller*. A simulação permite observar a resposta temporal da planta sob diferentes ajustes dos ganhos, possibilitando a análise do tempo de subida, do tempo de acomodação e do erro em regime permanente. Dessa forma, é possível projetar um controlador que assegure o equilíbrio da bola e a estabilidade do sistema de forma eficiente e robusta.

No *File Exchange* do Matlab, é possível encontrar algumas implementações e ferramentas que simulam sistemas como o sistema barra-bola. O Virtual Lab é um desses pacotes presentes,

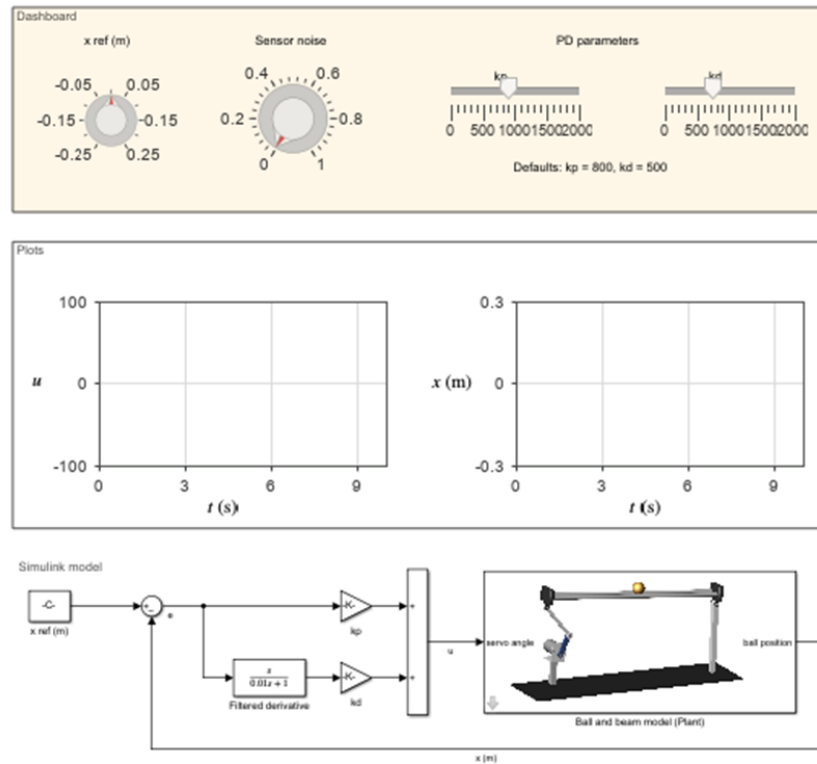
que contém uma simulação do sistema estudado, podendo proporcionar uma maneira prática de simular o controle de sistemas dinâmicos.

As simulações realizadas no ambiente *Virtual Lab* do MATLAB desempenham um papel fundamental para a compreensão e validação preliminar do comportamento de sistemas de controle em malha fechada, especialmente no caso do controlador PID aplicado ao sistema barra-bola. Esse recurso fornece uma plataforma interativa que permite observar, de forma visual e quantitativa, como as estratégias de controle influenciam a dinâmica do sistema. Em geral, o módulo apresenta quatro elementos principais:

1. **Simulação do Sistema:** A ferramenta reproduz o funcionamento físico do sistema barra-bola, modelando a dinâmica da esfera ao longo da barra. Dessa forma, é possível analisar como a planta responde aos comandos provenientes do controlador.
2. **Interface de Controle:** O ambiente disponibiliza uma interface gráfica intuitiva que possibilita a manipulação direta dos parâmetros do controlador, como os ganhos proporcional, integral e derivativo. Isso permite observar, em tempo real, a influência de cada ajuste no comportamento dinâmico do sistema.
3. **Animação da Dinâmica:** A simulação oferece uma animação que representa graficamente o movimento da esfera e a inclinação da barra. Essa visualização auxilia na compreensão do efeito das ações de controle, facilitando a interpretação das respostas e das interações entre a barra, a bola e os sinais de controle.
4. **Análise de Desempenho:** Em algumas versões do *Virtual Lab*, são disponibilizados gráficos e tabelas que apresentam variáveis de interesse ao longo do tempo, como a posição da esfera, o erro de controle e a resposta transiente. Esses recursos permitem avaliar critérios de desempenho, como sobressinal, tempo de acomodação e estabilidade da solução encontrada.

A Figura (19) mostra o experimento barra-bola do *Virtual Lab*, com o controlador clássico PID.

Figura 19 – Sistema Barra-bola no Virtual Lab



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

3.3.1 Critérios de Desempenho e Ajuste dos Ganhos

Para o projeto do controlador PID, foram estabelecidos critérios de desempenho que asseguram o equilíbrio da esfera e a resposta adequada do sistema. Os principais parâmetros considerados foram: o tempo de subida (t_r), o tempo de acomodação (t_s), o sobressinal máximo (M_p) e o erro em regime permanente (e_{ss}).

Buscou-se um tempo de subida inferior a 1,8 segundos, garantindo uma resposta rápida, e um tempo de acomodação menor que 6 segundos, com sobressinal inferior a 5%. Além disso, o erro em regime permanente foi definido como nulo, uma vez que a ação integral do controlador é capaz de eliminar o erro entre a posição desejada e a posição real da esfera.

Com base nesses requisitos e considerando a função de transferência da planta $G(s) = \frac{K}{s^2}$, com $K = \frac{5g}{7L}$, foram adotados os parâmetros $\omega_n = 1$ rad/s, $\zeta = 0,7$ e um polo adicional em $a = 5$, de modo a posicionar os polos de malha fechada em regiões estáveis do plano- s . Aplicando o método de alocação de polos, obteve-se:

$$K_p = 1,1417, \quad K_i = 0,7136, \quad K_d = 0,9134 \quad (3.17)$$

Esses valores foram implementados no bloco *PID Controller* do ambiente *Simulink*, com a estrutura de controle configurada em malha fechada e realimentação de posição. Também foi

utilizado um filtro derivativo com fator de filtragem $N = 10$, a fim de reduzir o ruído proveniente da leitura do sensor ultrassônico e melhorar a estabilidade numérica da simulação.

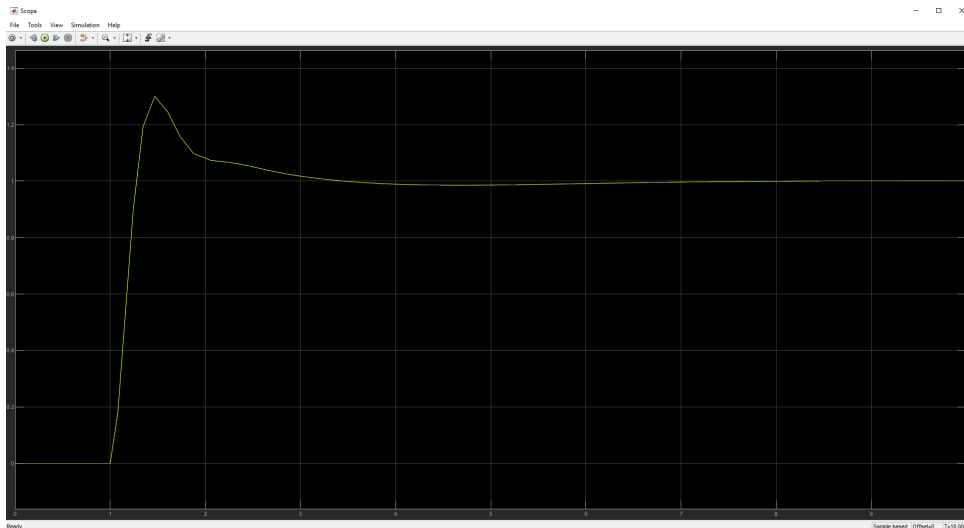
3.3.2 Análise da Resposta Simulada

A simulação foi conduzida no ambiente *Simulink*. A entrada de referência foi um degrau unitário de posição e a saída observada correspondeu ao deslocamento da esfera sobre a barra.

Os resultados obtidos mostraram que o sistema apresentou uma resposta estável e bem amortecida, com tempo de subida aproximado de 1,5 s e tempo de acomodação de cerca de 8 s, atendendo a alguns critérios estabelecidos. O sobressinal foi inferior a 30%, e o erro em regime permanente convergiu a zero, evidenciando a eficiência da ação integral.

O controlador PID projetado conseguiu estabilizar a esfera no ponto de equilíbrio desejado, compensando as perturbações causadas pela inclinação da barra. Além disso, a ação derivativa contribuiu para reduzir oscilações durante o movimento de correção, resultando em um comportamento suave e previsível. Assim, verificou-se que o sistema barra-bola controlado via PID apresenta desempenho satisfatório, tanto em termos de estabilidade quanto de resposta dinâmica.

Figura 20 – Simulação controlador PID no Simulink



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

3.4 Programação

Após a etapa de montagem do protótipo, bem como a realização das simulações e o desenvolvimento do circuito eletrônico, o próximo passo consiste na implementação do controlador por meio da programação. Essa fase tem como finalidade integrar o modelo teórico de controle à aplicação prática, permitindo o funcionamento do sistema de acordo com os parâmetros definidos nas etapas anteriores.

A programação foi desenvolvida na linguagem C/C++, que é a base da plataforma Arduino, reconhecida por sua estrutura, sintaxe acessível e ampla compatibilidade com sistemas embarcados. Com o uso dessa linguagem, é possível realizar o controle direto dos pinos, tanto digitais quanto analógicos, do microcontrolador. Outro ponto positivo desta linguagem é a possibilidade de usar bibliotecas específicas, visando uma melhor interface com sensores, atuadores e dispositivos de comunicação.

O código foi estruturado de forma a seguir a lógica típica de um sistema de controle digital. Inicialmente, o microcontrolador realiza a leitura do sensor responsável por medir a posição da esfera ao longo da barra. Em seguida, o programa executa o cálculo do erro, obtido pela diferença entre o valor medido e o valor de referência. A partir do erro, o controlador PID calcula o sinal de saída necessário para corrigir a alteração identificada. Por fim, o sinal é transmitido para o atuador, que, neste caso, é o servo motor, o qual atualiza o ajuste físico correspondente, fechando o ciclo de controle.

Para a implementação do controle do sistema, foi utilizada a biblioteca nativa do Arduino, chamada Servo.h. A escolha por essa biblioteca passa pela compatibilidade com múltiplos microcontroladores, juntamente com sua capacidade de gerar sinais PWM precisos para o acionamento de servo motores. Essa biblioteca simplifica a comunicação entre o controlador e o atuador, permitindo o envio de comandos por meio de uma função.

Para a variável de referência (*setpoint*), foi considerado o comprimento da barra, chegando ao valor ideal de 15 cm, com uma margem de erro para 14 cm e 16 cm. O uso desta faixa de tolerância, ao invés de somente um ponto fixo, contribui para reduzir oscilações e minimizar o esforço do atuador, uma vez que pequenas variações em torno da posição de equilíbrio não exigem correção instantânea. Essa abordagem influencia na robustez do sistema, visando evitar a sobrecarga no servo motor.

A Tabela 4 apresenta os softwares e hardwares empregados no desenvolvimento do projeto. Cada ferramenta foi selecionada de acordo com sua disponibilidade institucional, capacidade de simulação ou aplicabilidade prática na implementação do sistema real.

Tabela 4 – Lista de softwares e hardwares utilizados no desenvolvimento do projeto

Tipo	Software / Hardware	Justificativa / Observação
<i>Software</i> de Simulação	Matlab / Simulink	Software completo com licença disponível na Instituição.
Sistema Embarcado	Arduino Uno	DSP de baixo custo, com kits de desenvolvimento amplamente acessíveis e boa capacidade de processamento para aplicações didáticas.
Aplicativo para simulação “barra-bola”	<i>Ball & Beam</i>	Aplicativo presente no Matlab, permitindo simulações diretas do sistema.
Aplicativo para simulação “barra-bola”	<i>Virtual LAB</i>	Disponível no File Exchange do site do Matlab, permitindo uma visualização gráfica realista do sistema.

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

O código-fonte completo do sistema desenvolvido é apresentado no Apêndice (A)

4 RESULTADOS

Após a idealização da programação foi necessário realizar a parametrização do sensor e do servo motor. Para o sensor foi necessário parametrizar a distância que ele encontrava o objeto, relacionando a frequência do pulso enviado e o tempo de resposta da onda refletida pelo objeto. Após este cálculo, descrito na Equação (4.1), foi possível obter a distância em centímetros, utilizada em outros pontos do código.

$$d = \frac{v_{som} \cdot t}{2} \quad (4.1)$$

onde:

d : distância entre o sensor e o objeto.

v_{som} : velocidade de propagação do som no ar.

t : tempo de ida e volta do pulso ultrassônico..

Para o servo motor, foram definidos os limites mínimos e máximos de operação, bem como o seu ângulo central, que representa a posição de equilíbrio da barra. Essa definição não apenas delimita a faixa de atuação do servo, mas também garante que o movimento realizado esteja alinhado com as necessidades do experimento e com as restrições físicas da estrutura do sistema.

Qualquer comando gerado pelo controlador que ultrapasse esses limites é automaticamente saturado, garantindo que o sistema opere dentro de uma região segura e fisicamente viável. Dessa forma, a faixa permitida representa a janela de atuação efetiva do servo, dentro da qual o controlador PID pode influenciar a inclinação da barra de maneira suave e precisa.

Concluída a implementação inicial do código, este foi carregado no microcontrolador, dando início às primeiras experimentações práticas. Para garantir o funcionamento e calibração do sensor ultrassônico, foi realizado um teste utilizando uma fita adesiva para fixar a esfera em pontos específicos da barra e utilizar o recurso *Serial Monitor*, disponível no Arduino, para monitorar as medições realizadas pelo sensor. Para utilizar esta ferramenta, é necessário fixar uma taxa de transmissão e realizar comandos para que as variáveis sejam enviadas e lidas pelo computador via USB, permitindo, assim, a visualização no plataforma Arduino.

Figura 21 – Recorte do Funcionamento da Ferramenta *Serial Monitor*

```

Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.67 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.56 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.56 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.56 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.56 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.15 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.57 cm
Bola equilibrada | Posicao: 14.89 cm
Bola equilibrada | Posicao: 15.56 cm

```

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

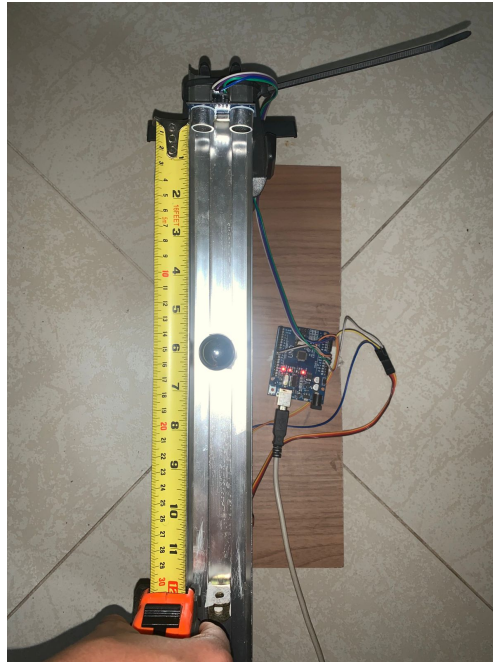
O passo seguinte foi composto por desconectar o servo motor do circuito para que ele não interfira no sistema, e para que a validação passe apenas pela medição do sensor. Conforme a Tabela (5) mostra, foram realizadas medições em três pontos diferentes da barra, com o sensor alcançando valores satisfatórios de posição da esfera.

Tabela 5 – Comparação entre o valor desejado e os valores medidos no Sensor Ultrassônico

Valor desejado (cm)	Valor medido 1 (cm)	Valor medido 2 (cm)	Valor medido 3 (cm)
5	4.95	5.07	5.10
14	13.97	13.94	14.05
25	24.90	25.20	25.15

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Figura 22 – Vista Superior da Validação da Medição do Sensor



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Posteriormente, o servo motor foi reconectado ao sistema, dando prosseguimento aos testes. Nessa etapa, utilizaram-se os mesmos ganhos do controlador previamente obtidos por meio da modelagem analítica e das simulações realizadas no *MATLAB*, assegurando coerência entre o modelo teórico e a validação experimental. Para o servo motor, definiu-se inicialmente uma faixa operacional entre 90° e 180° , adotando-se 135° como ângulo central.

Figura 23 – Vista Lateral do Protótipo



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Após a primeira rodada de ensaios, verificou-se a necessidade de realizar alguns ajustes no sistema. A principal modificação implementada concentrou-se na faixa angular destinada à atuação do servo motor. Observou-se que a diferença inicialmente estabelecida entre os limites mínimo e máximo permitia uma movimentação excessiva, o que dificultava o controle preciso da barra, além de ter uma faixa de trabalho que o servo motor não conseguia atuar. Para melhorar a estabilidade e reduzir oscilações indesejadas, optou-se por restringir essa faixa, definindo novos limites entre 120° e 180° .

Com a nova configuração, o sistema funcionou melhor, mas ainda enfrentava dificuldades no resultado esperado que era realizar o equilíbrio da esfera no ponto desejado. Ainda carecia de alguns ajustes na faixa de operação do servo motor, sendo assim, foi feito o ajuste para 100° e 160° .

Após a definição da faixa de operação adequada para o servo motor, a etapa seguinte concentrou-se no refinamento do controlador PID. Nesse processo, analisou-se cuidadosamente o comportamento do atuador em resposta às diferentes condições de operação, permitindo realizar a calibração progressiva dos ganhos do controlador. Esse monitoramento contínuo é fundamental para garantir que o sistema respondesse de forma estável e compatível com os critérios de desempenho estabelecidos.

Foi observado que o controlador se encontrava bastante instável na prática, mesmo com a validação matemática e da simulação, indicando que os ganhos calculados necessitariam de ajustes. Quando a esfera se aproximava do equilíbrio no setpoint indicado, o sistema entrava em oscilação crítica, provocando movimentos bruscos no servo motor que comprometiam a

integridade física do protótipo e o alinhamento mecânico.

Com isso, foi necessário ajustar o ganho proporcional (K_p), diminuindo seu valor em aproximadamente 10%, buscando dar estabilidade ao sistema e diminuir a velocidade para realizar o controle, dando suavidade na correção do erro medido. O novo valor não trouxe o resultado esperado, mantendo a instabilidade nos momentos finais do movimento de equilíbrio. Além disso, os movimentos bruscos provenientes do servo motor se mantiveram, indicando que a redução do ganho proporcional deveria ser maior. Com isso, o valor foi alterado para 50% do valor inicial, buscando uma resposta mais lenta porém mais estável do que a observada.

No último teste sobre a programação, houve mais uma redução no valor do ganho proporcional, chegando a 10% do valor inicial. O sistema não conseguiu corresponder aos ajustes do controlador PID, mesmo com a redução de valores a resposta do sistema ficou mais lenta, porém ainda se desestabilizava quando a esfera alcançava a faixa de equilíbrio. A alternativa encontrada seria o aumento da faixa de *setpoint*, alterando na programação os valores para que a ação de controle atue na faixa entre 13 e 18 centímetros, com o valor desejado se mantenha em 15 centímetros.

Tabela 6 – Reduções aplicadas ao ganho proporcional K_p .

Descrição	Valor de K_p
Valor inicial	1.1417
Redução de 10%	1.0275
Redução de 50%	0.5709
Redução de 90%	0.1141

Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Ao experimentar o ajuste realizado no *setpoint*, foi observado que os sucessivos movimentos bruscos causados pela instabilidade no controle resultaram em um desajuste na conexão entre o braço em "L" e o eixo do servo motor, criando uma folga na montagem, prejudicando a ação do atuador no controle do sistema.

A alternativa avaliada para fixar passou por algumas hipóteses, como abraçadeira de nylon, elásticos de borracha e a confecção de outra peça metálica para ajustar essa folga. A abraçadeira de nylon é um tanto quanto rígida, o que afetaria na liberdade do movimento do braço metálico, então foi uma ideia descartada. O passo seguinte foi testar o elástico de borracha, o que conseguiu manter a estabilidade do braço e a liberdade do movimento, com isso foi a alternativa a ser seguida, já que atenderia para solucionar o desajuste e seria mais econômico que uma nova peça metálica.

Pensando nas insistentes oscilações referentes a saída do sistema, foi utilizada uma redução nos valores de ganho, resultando nos valores mostrados na Tabela (7). Reduzir os valores de ganho integral (K_i), tem como plano de fundo a intenção em minimizar a instabilidade e oscilações crescentes que o sistema recebe, que pode ser causada por um valor "excessivo" de

ganho integral no sistema. A redução no ganho derivativo (K_d), busca aumentar a estabilidade, tentando bloquear a amplificação de ruído que pode ser causada por um alto valor do ganho.

Tabela 7 – Valores iniciais e finais dos ganhos utilizados no controlador PID.

Ganho	Valor Inicial	Valor Final Utilizado
K_p	1.1417	0.1141
K_i	0.7136	0.0713
K_d	0.9134	0.0913

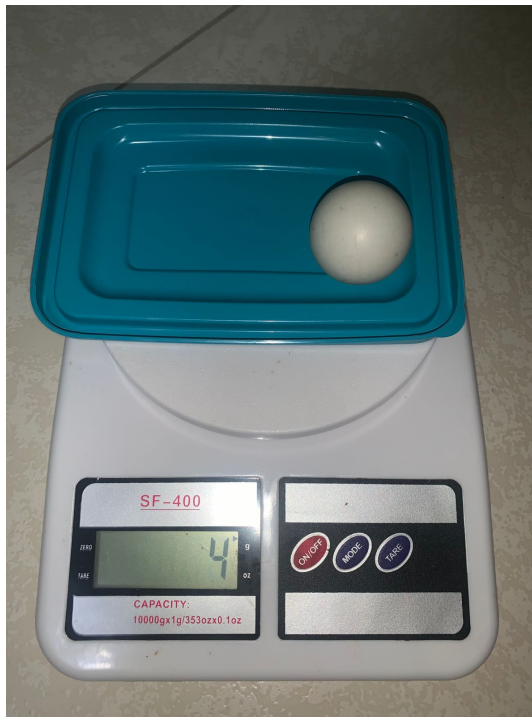
Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

As oscilações tiveram uma grande redução, porém ainda o sistema tinha algumas dificuldades em atingir o resultado de equilibrar a esfera na faixa estabelecida, sempre tendo movimentos bruscos por parte do atuador quando alcançava a faixa de equilíbrio. Com o insucesso do protótipo, iniciou-se ao levantamento de hipóteses para o não funcionamento do controle do sistema barra-bola.

A primeira hipótese era sobre a velocidade de resposta e precisão do sensor ultrassônico utilizado não serem suficientes para permitir um bom funcionamento do sistema, podendo sempre estar um passo atrás na medição por não acompanhar a velocidade da esfera ou não estar realizando a medição de posição de forma satisfatória. Com isso, o passo seguinte foi utilizar um segundo sensor que havia a disposição, que era o sensor óptico VL6180X, que garante uma boa precisão, porém a distância de trabalho é muito curta para o planejado para o projeto, tendo como faixa de funcionamento de 0 a 10 centímetros. Outro ponto de diferença entre os sensores é que o sensor óptico utiliza de protocolo de comunicação serial, o que implicaria em uma biblioteca específica para realizar a programação do código do microcontrolador, além de impactar nas disposições de fios e pinos. (STMICROELECTRONICS, 2016)

Após serem levantados estes pontos referentes à mudança de sensor, foi decidido seguir com o sensor ultrassônico, e assim passando para a segunda hipótese, que é a velocidade de deslocamento da esfera sobre a barra é demasiada alta para o sensor ter o funcionamento correto. A alternativa estudada foi utilizar uma bola de tênis de mesa, que tem como material o plástico ABS ou PVC, com um maior diâmetro e sendo oca, o que seria um diferencial para ter uma massa menor e assim ter uma velocidade reduzida no movimento sobre a barra.

Figura 24 – Bola de Tênis de Mesa



Fonte: Elaborada pelo Autor, 2025

Foram realizados testes para comprovar a segunda hipótese, substituindo as esferas e observando o movimento do atuador, da bola e dos sensores. O teste realizado mostrou uma melhor aceitação do sistema com a bola de tênis de mesa, tendo movimentos mais suaves de correção, entretanto o sistema ainda não conseguia atingir o objetivo de controlar a esfera na faixa de equilíbrio estabelecida.

Por fim, foi estabelecido uma terceira hipótese que envolve a montagem do protótipo, passando desde a escolha dos materiais envolvidos até realmente chegar aos danos estruturais causados pelos testes. A folga presente no braço em "L" pode causar o atraso no movimento do atuador, o que conseqüentemente, também afetaria a velocidade da esfera, aumentando-a, e por fim tendo influência na medição do sensor ultrassônico. Outro ponto em relação a montagem mecânica do projeto, seria a escolha da barra, podendo ter a massa do objeto influenciando na ação do servo motor, fazendo com que o movimento não seja preciso, ou até mesmo influenciando na velocidade de ação.

5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

O desenvolvimento do sistema Barra-Bola possibilitou aplicar e validar, em ambiente experimental, conceitos fundamentais de controle de sistemas dinâmicos instáveis. O projeto do controlador foi conduzido conforme os critérios de desempenho estabelecidos, resultando em parâmetros coerentes com o modelo teórico e em respostas simuladas que atenderam plenamente aos requisitos de estabilidade, tempo de acomodação e erro em regime permanente. Assim, do ponto de vista analítico e de projeto, os resultados obtidos com o controlador mostraram-se satisfatórios e alinhados ao comportamento esperado de um sistema de segunda ordem controlado por realimentação.

Entretanto, na etapa experimental, o desempenho prático do protótipo não refletiu integralmente o comportamento previsto na simulação. Durante os testes, o sistema apresentou oscilações e instabilidade no posicionamento da bola, o que impediu o equilíbrio sustentado. As principais causas levantadas estão associadas a limitações mecânicas e de sensoriamento. Mecanicamente, o acoplamento entre o servo motor e o braço em “L” apresentou folgas e desalinhamentos que comprometeram a precisão angular da barra. Além disso, pequenas vibrações e deformações estruturais introduziram não linearidades não previstas no modelo matemático, afetando a resposta global do sistema.

Do ponto de vista da instrumentação, a baixa acurácia e a suscetibilidade a ruídos do sensor de distância tiveram um papel significativo no insucesso do controle em malha fechada. Isso fez com que o controlador, embora corretamente projetado, reagisse a informações incorretas, aplicando correções desnecessárias e amplificando o erro total do sistema.

Além disso, fatores como o atraso de resposta do servo motor e a limitação de torque também influenciaram a diferença entre o modelo ideal e o comportamento real. Essas restrições mecânicas e de hardware evidenciam a importância de um dimensionamento criterioso de componentes físicos, compatíveis com a dinâmica de um sistema de controle sensível como o Barra-Bola.

Em síntese, ainda que o controlador tenha sido projetado com êxito e validado teoricamente, o desempenho experimental foi limitado por imperfeições físicas e de medição. O trabalho, portanto, cumpriu seu papel didático e científico, permitindo compreender de forma abrangente a interação entre teoria e prática no controle de sistemas instáveis. Para fins didáticos, o trabalho pode exercer um papel fundamental para a disciplina de Controle, trazendo uma experimentação de calibração sensorial, diferentes soluções para o Controlador via programação, trazendo uma experiência completa para a disciplina. Para trabalhos futuros, recomenda-se o aprimoramento da estrutura mecânica, o uso de sensores ópticos de maior precisão e atuadores com resposta mais linear, de modo a reduzir as incertezas e validar experimentalmente o desempenho previsto pelo modelo teórico.

REFERÊNCIAS

- Arduino. **About Arduino**. 2025. Acesso em: 28 nov. 2025. Disponível em: <<https://www.arduino.cc/en/about/>>. Citado na página 13.
- ArduinoStore. **Arduino Uno Rev3**. 2025. <<https://store.arduino.cc/products/arduino-uno-rev3>>. Acesso em: 28 set. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.
- BEGA, E. A. *et al.* **Instrumentação Industrial**. 3. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2011. Citado na página 12.
- CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006. Citado na página 11.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 11.
- LAMB, F. **Automação Industrial na prática - série Tekne**. [S.l.]: AMGH Editora, 2015. Citado na página 9.
- MathWorks. **MATLAB – The Language of Technical Computing**. 2025. <<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>. Acesso em: 28 set. 2025. Citado na página 13.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. Citado na página 10.
- Softautomação. **Pirâmide da Automação Industrial**. 2021. <<https://www.softautomacao.com/piramide-da-automacao-industrial>>. Acesso em: 28 set. 2025. Citado na página 9.
- STMICROELECTRONICS. **VL6180X – Proximity and ambient light sensing (ALS) module – Datasheet**. Rev. 7. Geneva, Switzerland, 2016. DocID026171. Disponível em: <<https://www.st.com/resource/en/datasheet/vl6180x.pdf>>. Citado na página 39.
- THOMAZINI, D.; ALBUQUERQUE, P. U. B. **Sensores Industriais: Fundamentos e Aplicações**. 3. ed. São Paulo: Érica, 2007. Citado na página 12.
- Vida de Silício. **HC-SR04 – Sensor Ultrassônico**. 2025. <<https://portal.vidadesilicio.com.br/hc-sr04-sensor-ultrassonico>>. Acesso em: 28 set. 2025. Citado 4 vezes nas páginas 12, 13, 21 e 22.
- VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998. Citado na página 6.
- WELLSTEAD, P. **The Ball and Beam 1: Basics**. [S.l.], 1993. Citado na página 8.
- ZHUANG, P. *et al.* Research on control scheme based on ball & beam system. **International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)**, AI Publication, v. 10, n. 10, p. 82–98, oct 2023. ISSN 2349-6495. Citado na página 8.

APÊNDICES

APÊNDICE A – CÓDIGO-FONTE DO SISTEMA BARRA-BOLA

A seguir é apresentado o código completo implementado no Arduino para controle do sistema barra-bola, incluindo a leitura do sensor ultrassônico, cálculo do PID e atuação no servo motor.

Listing A.1 – Código Arduino para o sistema barra-bola

```

1
2 #include <Servo.h>
3
4 //CONFIGURACAO DE PINOS
5 #define TRIG_PIN 8
6 #define ECHO_PIN 10
7 #define SERVO_PIN 9
8
9 Servo servoMotor;
10
11 //VARIABLES DE CONTROLE
12 float setPoint = 15.0; // posição desejada da bola (cm)
13 float position = 0.0; // posição medida
14 float error, lastError = 0;
15 float integral = 0;
16 float derivative;
17 float output;
18
19 //PARAMETROS PID
20 float Kp = 0.1141;
21 float Ki = 0.0713;
22 float Kd = 0.0913;
23
24 //FAIXA DE EQUILIBRIO
25 float faixaInferior = 13.0; // limite inferior (cm)
26 float faixaSuperior = 18.0; // limite superior (cm)
27
28 //SERVO LIMITES
29 int servoCenter = 130; // posição de equilíbrio (horizontal)
30 int servoMin = 100;
31 int servoMax = 160;
32
33 float readDistance() {
34     digitalWrite(TRIG_PIN, LOW);
35     delayMicroseconds(2);
36     digitalWrite(TRIG_PIN, HIGH);

```

```
37     delayMicroseconds(10);
38     digitalWrite(TRIG_PIN, LOW);
39
40     long duration = pulseIn(ECHO_PIN, HIGH, 30000); // timeout 30ms
41     (~5m)
42     float distance = duration * 0.034 / 2; // cm
43     return distance;
44 }
45 void setup() {
46     Serial.begin(9600);
47
48     pinMode(TRIG_PIN, OUTPUT);
49     pinMode(ECHO_PIN, INPUT);
50
51     servoMotor.attach(SERVO_PIN);
52     servoMotor.write(servoCenter);
53
54     Serial.println("Sistema Barra-Bola Iniciado");
55     delay(1000);
56 }
57
58 void loop() {
59     position = readDistance();
60
61     if (position >= faixaInferior && position <= faixaSuperior) {
62         servoMotor.write(servoCenter);
63         integral = 0; // zera a integral para evitar acumular erro
64         Serial.print("Bola equilibrada | Posicao: ");
65         Serial.print(position);
66         Serial.println(" cm");
67     }
68     else {
69         //Controle PID
70         error = setPoint - position;
71         integral += error;
72         derivative = error - lastError;
73
74         output = -(Kp * error + Ki * integral + Kd * derivative);
75
76         int servoAngle = servoCenter + output;
77     }
```

```
78     if (servoAngle > servoMax) servoAngle = servoMax;
79     if (servoAngle < servoMin) servoAngle = servoMin;
80
81     servoMotor.write(servoAngle);
82     lastError = error;
83
84     //Monitoramento Serial
85     Serial.print("Posicao: "); Serial.print(position);
86     Serial.print(" cm | Erro: "); Serial.print(error);
87     Serial.print(" | Servo: "); Serial.println(servoAngle);
88 }
89
90 delay(50);
91 }
```