

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE MINAS GERAIS - *CAMPUS AVANÇADO PIUMHI*
BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL**

Gabriel Flores Barreto de Souza

**COMPARATIVO DO CONSUMO DE AÇO EM LAJES MACIÇAS SUBMETIDAS À
FLEXÃO DIMENSIONADAS POR TABELAS**

Piumhi - MG

2020

Gabriel Flores Barreto de Souza

**COMPARATIVO DO CONSUMO DE AÇO EM LAJES MACIÇAS SUBMETIDAS À
FLEXÃO DIMENSIONADAS POR TABELAS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Júnior Henrique Canaval

Piumhi - MG

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

S729c Souza, Gabriel Flores Barreto de.

Comparativo do consumo de aço em lajes maciças submetidas à flexão dimensionadas por tabelas / Gabriel Flores Barreto de Souza.
– 2020.
74 f.

Orientador: Júnior Henrique Canaval.

Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - *Campus Avançado Piumhi*, 2020.

1. Elementos estruturais. 2. Laje maciça. 3. Modelos de cálculo – lajes maciças. I. Título.

CDD 624.1

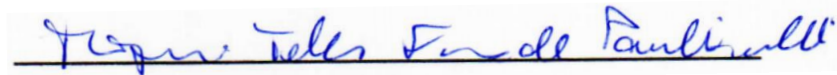
Gabriel Flores Barreto de Souza

**Comparativo do consumo de aço em lajes maciças submetidas à flexão
dimensionadas por tabelas**

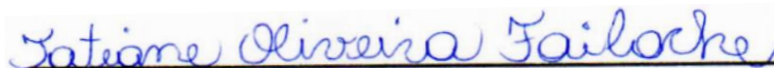
Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em: 13 de Abril de 2020.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Roque Teles Frade Paulinelli - IFMG



Prof. M.^a. Tatiane Oliveira Failache - IFMG



Prof. Me. Tobias Ribeiro Ferreira - IFMG



Prof. M.^a. Vanessa Domiciano Felício - IFMG



Prof. Me. Júnior Henrique Canaval - IFMG (Orientador)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de dedicar este trabalho primeiramente aos meus pais, Paulo e Carmen, ao meu irmão Diogo, a minha namorada Diana pela compreensão, paciência e ajuda todos esses anos e momentos importantes da minha vida.

Dedico ainda esse trabalho a meu professor orientador, Júnior Henrique Canaval pelo apoio em todo o desenvolvimento desse estudo. E por fim agradeço a todos os meus amigos, companheiros de turma e professores que me auxiliaram e participaram diretamente dessa realização acadêmica e pessoal.

“Quando tudo parece dar errado em sua vida, lembre-se que o avião decola contra o vento, e não a favor dele”

Henry Ford.

RESUMO

A existência de diversos métodos para o cálculo de lajes maciças é bastante sugestiva para o dimensionamento destes elementos. Porém, a existência de vários métodos pode fazer com que os projetistas encontrem dificuldades em definir a melhor opção para cada situação. Diante disso, o presente trabalho pretende efetuar uma revisão bibliográfica sobre o assunto e analisar os resultados das áreas de aço calculadas através de diferentes metodologias de cálculos, sendo estas através das tabelas de Marcus, de Bares e de Czerny utilizando solicitações uniformemente distribuídas em todos os modelos de laje, variando o tipo de vinculação. Os cálculos foram realizados a partir de uma planilha elaborada especificamente para isso. De modo geral os resultados obtidos pelo método de Bares foram os mais conservadores, mas não se diferenciavam muito dos de Czerny. Porém no método de Marcus houve alguns tipos de lajes que mostraram uma diminuição do consumo de aço, que é o caso das lajes de tipo 2A, 3, 4A, 5A, 5B e 6, chegando a ter uma diferença de até 82% na laje do tipo 5A, indicando assim que é o método mais econômico, porém com resultados bem discrepantes dos outros dois.

Palavras-chave: Elementos estruturais. Laje maciça. Modelos de cálculo. Área de aço.

ABSTRACT

The existence of several methods for the calculation of solid slabs is very suggestive for the dimensioning of these elements. However, the existence of several methods can cause designers to lose track of which would be the most suitable for certain situations. In view of this, the present work intends to carry out a bibliographic review on the subject and analyze the results of the steel areas calculated through different calculation methodologies, these being through the Marcus, Bares and Czerny tables using requests uniformly distributed in all slab models, varying the type of bonding. The calculations were performed using a spreadsheet designed specifically for this purpose. In general, the results obtained by the Bares method were the most conservative, but they did not differ much from those of Czerny. However, in the Marcus method there were some types of slabs that showed a decrease in steel consumption, which is the case for slabs of type 2A, 3, 4A, 5A, 5B and 6, reaching a difference of up to 82% in the slab type 5A, thus indicating that it is the most economical method, but with very different results from the other two.

Keywords: Structural elements; Solid slab; Calculation models; Steel area.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Momentos em lajes unidirecionais e bidirecionais apoiadas.	18
Figura 2 - Seções de Laje mista pré-moldada e laje maciça.	19
Figura 3 - Seção de lajes nervuradas.....	19
Figura 4 - Representação dos tipos de apoios.	20
Figura 5 - Tipos de lajes de acordo com os níveis de engaste.....	20
Figura 6 - Caso diferenciado de vinculação.	21
Figura 7 - Seção transversal da laje.....	24

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Áreas de aço para Laje Tipo 1 - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	36
Gráfico 2 - Áreas de aço para Laje Tipo 2A - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	37
Gráfico 3 - Áreas de aço para Laje Tipo 2B - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	37
Gráfico 4 - Áreas de aço para Laje Tipo 3 - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	38
Gráfico 5 - Áreas de aço para Laje Tipo 4A - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	39
Gráfico 6 - Áreas de aço para Laje Tipo 4B - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	39
Gráfico 7 - Áreas de aço para Laje Tipo 5A - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	40
Gráfico 8 - Áreas de aço para Laje Tipo 5B - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	41
Gráfico 9 - Áreas de aço para Laje Tipo 6 - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Critério para bordas com parte engastada e apoiada.....	21
Tabela 2 - Classe de agressividade ambiental.....	23
Tabela 3 - Cobrimentos de acordo com a classe de agressividade ambiental.	23
Tabela 4 - Tabela de Kc e Ks.....	30
Tabela 5 - Tabela KMD, Kx e Kz.....	32

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Justificativa do Trabalho	12
2	OBJETIVOS.....	14
2.1	Objetivo geral	14
2.2	Objetivos específicos.....	14
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
3.1	História do concreto.....	15
3.2	Concreto	15
3.2.1	<i>Concreto armado</i>	15
3.3	Laje.....	17
3.3.1	<i>Definição</i>	17
3.3.2	<i>Classificação das lajes</i>	17
3.3.3	<i>Condições de apoio</i>	19
3.3.4	<i>Lajes Maciças</i>	21
3.3.5	<i>Cobrimento Mínimo</i>	23
3.4	Métodos de cálculo dos momentos fletores	24
3.4.1	<i>Tabela de Marcus</i>	25
3.4.2	<i>Tabela de Bares</i>	27
3.4.3	<i>Tabela de Czerny</i>	28
3.5	Dimensionamento das armaduras	29
3.5.1	<i>Kc e Ks</i>	30
3.5.2	<i>KMD</i>	32
4	METODOLOGIA	34
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
6	CONCLUSÃO	42
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
	APÊNDICE A – ÁREAS DE AÇO – $f_{ck} = 20\text{MPa}$ – $Q = 5\text{KN/M}^2$	45
	APÊNDICE B – VARIAÇÃO DAS ÁREAS DE AÇO ENTRE OS MÉTODOS.....	47
	ANEXO A – TABELAS DO MÉTODO DE MARCUS, BARES E CZERNY.....	48
	ANEXO B – TABELAS DO MÉTODO DE BARES	57
	ANEXO C – TABELAS DO MÉTODO DE CZERNY	66

1 INTRODUÇÃO

No Brasil, o concreto é o material mais empregado nas estruturas para a elaboração de edifícios, possuindo como principal característica boa resistência à compressão (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2013). Porém, apenas a utilização do concreto para resistir aos esforços de tração gerariam estruturas extremamente robustas. Desta forma, emprega-se o aço para resistir aos esforços de tração nas estruturas submetidas à flexão. A aplicação conjunta de concreto e aço forma o concreto armado. O concreto armado é então uma estrutura que resiste bem à compressão devido ao concreto e à tração devido ao aço. Sendo assim, é um material composto ideal para utilização nas estruturas das edificações.

As estruturas de edifícios são usualmente compostas por fundações, pilares, vigas e lajes. As lajes são os elementos que primeiramente recebem as cargas atuantes nos edifícios, sendo então as cargas transmitidas para as vigas, pilares e fundações respectivamente até sua transmissão ao solo.

As lajes maciças são caracterizadas pela distribuição das forças em toda a sua área, permitindo um melhor aproveitamento das vigas ao seu redor; mas como desvantagem apresenta gasto elevado com fôrmas e escoramento.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2013), o dimensionamento estrutural deve impedir a ruína da estrutura. Sendo ruína não apenas o perigo de ruptura, mas também o impedimento de sua perfeita utilização, como deformações excessivas e fissuras inaceitáveis.

Para a execução do dimensionamento de lajes maciças, tem-se diversos métodos de cálculos a serem executados, entre eles estão o da grelha equivalente, utilização de séries, diferenças finitas e ainda o dos elementos finitos. Estes podem ser calculados manualmente, por meio de tabelas, ou através de softwares estruturais.

1.1 Justificativa do Trabalho

Existem diversas formas de executar o cálculo dos momentos fletores atuantes nas lajes maciças e normalmente o projetista escolhe um por questão de afinidade. Portanto a pesquisa em questão pretende mostrar o comparativo das áreas de aço necessárias para as armaduras de flexão em lajes maciças, como forma de

auxiliar o projetista na escolha do método a ser aplicado, possibilitando diminuir os custos da obra.

O presente trabalho ainda conta com o desenvolvimento de uma planilha eletrônica que auxilia no cálculo da área de aço necessária, considerando o Estado Limite Último, através das tabelas de Marcus, Bares e Czerny para determinação dos esforços, bastando apenas inserir os dados da laje e as cargas atuantes. A planilha desenvolvida pode ser utilizada como recurso de aprendizado e conferência de resultados para os estudantes em processo de aprendizado sobre o assunto, bem como servirá para verificação de quais métodos consomem menor quantidade de aço no dimensionamento no Estado Limite Último das lajes.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Comparar o consumo de aço em lajes maciças submetidas à flexão variando os métodos de cálculo para determinação dos momentos fletores, conforme os tipos de lajes possíveis.

2.2 Objetivos específicos

- Elaborar uma planilha para cálculo das lajes maciças para os diversos tipos de vinculação de lajes maciças;
- Calcular e dimensionar o modelo estrutural empregando os métodos de Marcus, Bares e Czerny;
- Analisar os dados obtidos e realizar a comparação das taxas de armadura obtidas pelo dimensionamento;
- Verificar a variação do consumo de aço através dos dados obtidos pelos métodos adotados.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 História do concreto

Jean Louis Lambot foi o pioneiro na utilização do concreto junto a armaduras, empregando essa mistura para a construção de seus barcos em 1848. Ele utilizava uma malha de arame trançado coberta de concreto (VASCONCELLOS, 2004).

Após cerca de 10 anos depois do surgimento do concreto, houve então a sua primeira utilização em lajes. Willian B. Wilkinson patenteou em 1854 um sistema de lajes em concreto armado, que foi executado em uma casa campestre de dois pavimentos, na qual Wilkinson classificava-as como construção à prova de fogo naquela época. Além de ser a primeira aparição do concreto armado em lajes, foi também o primeiro emprego do concreto armado em estruturas de edifícios (VASCONCELLOS, 2004).

3.2 Concreto

Para Botelho (2011) concreto é a tentativa de fabricação de pedra artificial com a vantagem de poder dar forma, ter resistência e dimensões desejadas. Botelho (2011) ainda afirma que o concreto é caracterizado por uma mistura de pedra, areia, cimento e água, sendo esta mistura empregada em fôrmas apoiadas com o uso de escoras até que o concreto consiga se sustentar singularmente.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2013) o concreto sozinho não é aconselhado para utilização estrutural, já que apresenta grande resistência à compressão, porém baixa resistência à tração (cerca de dez por cento da sua resistência à compressão), mesmo que seja amplamente empregado na maioria das construções.

3.2.1 Concreto armado

Uma das maneiras para aumentar a resistência do concreto é a sua associação a elementos que resistam a principal deficiência do concreto simples, sua resistência à tração. E é devido à sua baixa resistência à tração que o aço é normalmente

empregado de maneira conjunta ao concreto. De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2013) dependendo do tipo de associação entre a argamassa ou concreto e o aço pode-se gerar:

- argamassa armada ou microconcreto armado: associação de uma argamassa simples de cimento e areia e armadura com diâmetro reduzido e pouco espaçada;
- concreto com fibras: concreto com fibras metálicas adicionadas durante a preparação do concreto;
- concreto armado: a associação entre o concreto e o aço é realizada através de uma armadura passiva;
- concreto protendido: a associação entre o concreto e o aço é realizada através de uma armadura ativa que é tracionada antes do exercício do carregamento na estrutura.

Atualmente o concreto armado é um dos materiais mais utilizados na construção civil brasileira, e segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2013), o mesmo possui diversas vantagens e desvantagens, apresentadas a seguir;

- Vantagens:
 - Boa resistência à maioria das solicitações e aumento da resistência à compressão de acordo com a idade;
 - Boa trabalhabilidade permitindo sua fácil modelação;
 - Economia devido à disponibilidade;
 - Velocidade de construção e até com possibilidade de usar peças pré-moldadas;
 - Alta durabilidade;
 - Possível utilização de concretos de alto desempenho.
- Desvantagens:
 - Peso próprio;
 - Possível fissuração devido à baixa resistência a tração e à retração do concreto;
 - Elevado consumo de fôrmas e escoramentos;
 - Dificuldade na modificação e adaptações posteriores;
 - Necessidade de cobrimento para proteção das armaduras.

3.3 Laje

3.3.1 Definição

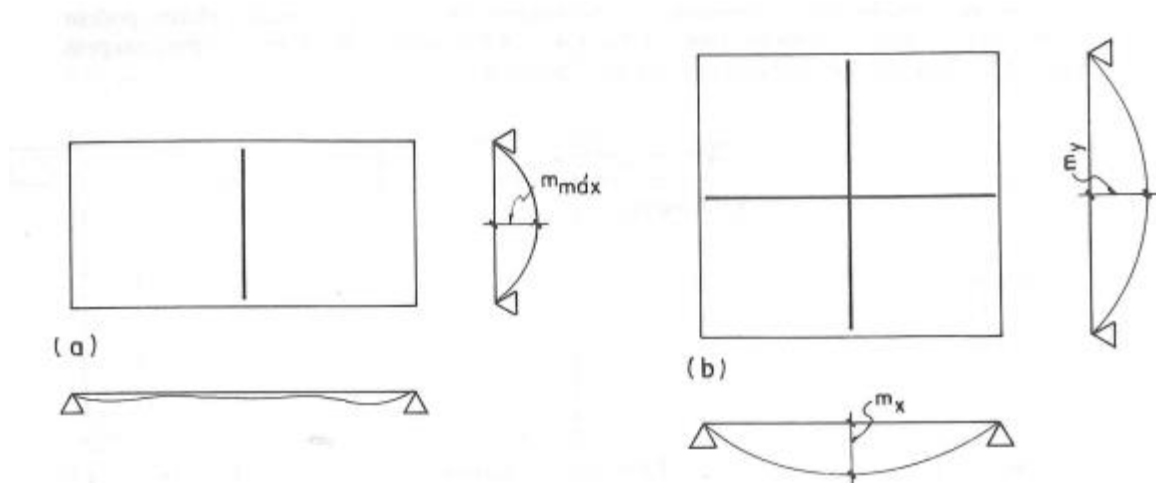
As lajes são elementos estruturais classificadas como planos bidimensionais, onde o comprimento e a largura prevalecem se comparados com a espessura. De acordo com Bastos (2015) as lajes são os elementos estruturais que recebem diretamente a maior parte das ações contidas em uma edificação, sendo estas pessoas, móveis, paredes, entre outras cargas apoiadas sobre elas. Normalmente as ações destinadas as lajes são aplicadas perpendicularmente ao plano da mesma.

Para Pinheiro (2007) as lajes são placas que recebem as cargas de uso e cargas permanentes e as transmitem para seus apoios. As lajes ainda impedem o movimento dos pilares e transmitem as cargas horizontais entre os elementos de contraventamento.

3.3.2 Classificação das lajes

A principal classificação das lajes se dá pela direção das armaduras necessárias. Assim tem-se as lajes apoiadas sobre dois apoios opostos, que indicam a necessidade de armação principal na direção perpendicular aos apoios, caso haja ainda outra armação no outro sentido, esta serve para distribuir as cargas na estrutura. Quando as lajes possuem mais de dois apoios e não possuem uma de suas dimensões com o dobro da outra são chamadas lajes de armações cruzadas ou lajes armadas em duas direções, como as lajes quadradas. Outro critério para definição de lajes armadas em duas direções, segundo Souza e Cunha (1994), é a exposição a solicitações significativas nas duas direções, enquanto na laje unidirecional há apenas uma solicitação significativa. A Figura 1 ilustra a diferenciação na representação das lajes unidirecionais e bidirecionais com seus respectivos momentos nas duas direções.

Figura 1 - Momentos em lajes unidirecionais e bidirecionais apoiadas.



Fonte: SOUZA E CUNHA, 1994.

3.3.2.1 Classificação

Para Guerrin (2003) as lajes de armações cruzadas podem ser classificadas ainda conforme sua:

- Curvatura:
 - Lajes planas: mais empregadas;
 - Lajes curvas: empregadas ocasionalmente com principal fim estético;

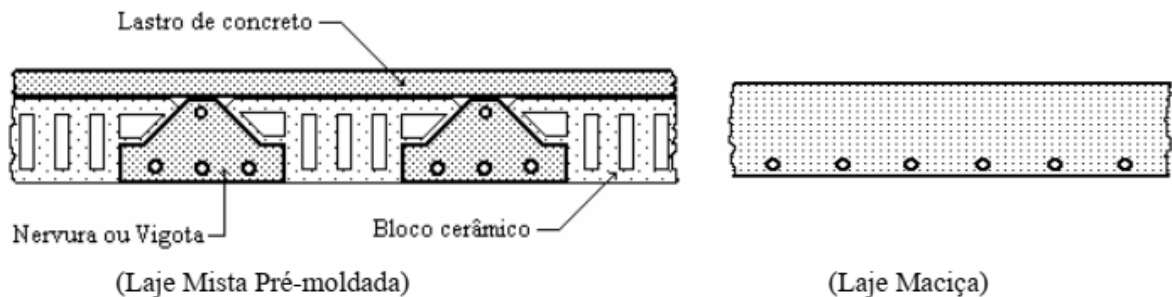
- Forma:
 - Lajes retangulares: mais empregadas;
 - Lajes quadradas: mais econômicas;
 - Lajes circulares: ocasionalmente encontradas;
 - Lajes elípticas: quase inexistente, mas com cálculos relativamente fáceis;
 - Lajes triangulares: raras de encontrar;
 - Lajes trapezoidais: ocasionalmente encontradas;
 - Lajes de forma quaisquer: comumente empregadas, assimila-se a formas mais simples para cálculo;

- Condição de apoio:
 - Lajes sobre apoios simples;
 - Lajes engastadas;
 - Lajes em balanço;

De acordo com Clímaco (2013), as lajes ainda podem ser caracterizadas de acordo com a relação de natureza das lajes com seus apoios, surgindo dessa maneira a laje apoiada sobre viga, laje nervurada, laje mista e a laje cogumelo.

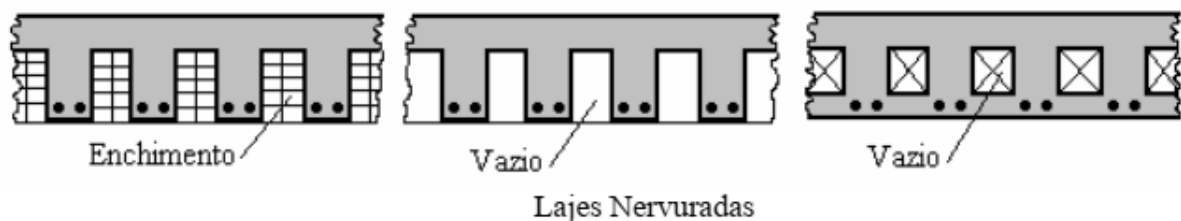
Camacho (2004), diferentemente, separa as lajes nervuradas, maciças, pré-moldadas e mistas de acordo com a sua composição e forma. As Figuras 2 e 3 mostram como são as seções desses tipos de laje.

Figura 2 - Seções de Laje mista pré-moldada e laje maciça.



Fonte: CAMACHO, 2004.

Figura 3 - Seção de lajes nervuradas.



Fonte: CAMACHO, 2004.

3.3.3 Condições de apoio

Os apoios das lajes se resumem a três tipos: parede de alvenaria ou concreto, vigas de concreto e pilares de concreto. Estes apoios definem a forma com que eles se vinculam à laje, gerando assim suas interações e influências na transmissão das cargas e momentos.

Os principais tipos de vínculos são o apoio simples, o engaste elástico e o engaste perfeito, porém para efeito prático de cálculos são considerados nas tabelas mais frequentes a admissão dos apoios simples, apoios pontuais e os engastes perfeitos. Caso os cálculos sejam feitos a partir de softwares é possível empregar o engaste elástico (BASTOS, 2015).

O apoio simples é admitido quando não há lajes adjacentes, ou seja, quando não há continuidade, desta forma a borda da laje se encontra em uma viga ou parede.

Os engastes perfeitos são encontrados em lajes que possuem continuidade em suas lajes adjacentes e lajes em balanço que ligam com as vigas de apoio. No caso de haver lajes com espessuras muito distintas, considera-se a laje de maior espessura apoiada e a laje de menor espessura engastada na de maior espessura. Na Figura 4 são apresentados os tipos de apoios existentes e suas respectivas representações.










Figura 4 - Representação dos tipos de apoios.

Borda livre	Borda simplesmente apoiada	Borda engastada
-----	—————	//////

Fonte: PINHEIRO, 2007.

Na Figura 5 estão apresentados os tipos de lajes conforme a vinculação das mesmas. Todos os tipos são constantes nas tabelas de Marcus, Bares e Czerny, as quais possibilitam estimar os momentos fletores atuantes nas lajes.

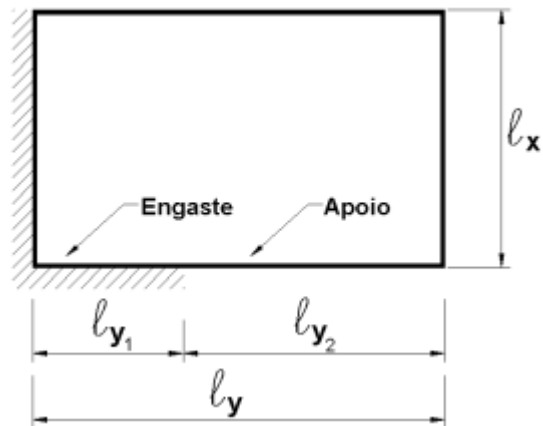
Figura 5 - Tipos de lajes de acordo com os níveis de engaste

1		2A		2B	
Quatro bordas simplesmente apoiadas		Uma borda menor engastada		Uma borda maior engastada	
3		4A		4B	
Duas bordas adjacentes engastadas		Duas bordas menores engastadas		Duas bordas maiores engastadas	
5A		5B		6	
Uma borda maior apoiada		Uma borda menor apoiada		Quatro bordas engastadas	

Fonte: PINHEIRO, 2007.

Para casos em que se tem parte da laje engastada e parte apoiada, como mostrado na Figura 6, pode-se utilizar o critério estabelecido na Tabela 1 para determinar o método a ser empregado nos cálculos.

Figura 6 - Caso diferenciado de vinculação.



Fonte: PINHEIRO, 2007.

Tabela 1 - Critério para bordas com parte engastada e apoiada.

Condição	Consideração
$l_{y1} \leq \frac{l_y}{3}$	Considera-se borda totalmente apoiada
$\frac{l_y}{3} < l_{y1} < \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Considera-se borda totalmente engastada

Fonte: Adaptado de PINHEIRO, 2007.

3.3.4 Lajes Maciças

Lajes maciças são elementos planos de concreto armado com espessura constante, moldada in loco através do lançamento de concreto fresco sobre um sistema de formas planas. As lajes maciças de concreto armado possuem elevado peso próprio, já que não possuem material de enchimento. E em razão desse elevado peso próprio não suportam grandes vãos, sendo empregados normalmente vãos de

aproximadamente 5 metros. Para vãos maiores pode-se fazer uso da protensão, ou seja, adicionar armaduras ativas.

3.3.4.1 Concreto

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 8.2.1, para elementos com fins estruturais deve-se utilizar concreto com resistência à compressão mínima de 20 MPa para concreto armado e de 25 MPa para concreto protendido.

3.3.4.2 Aço

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 8.3.1, os aços a serem empregados em lajes maciças de concreto armado devem ser das categorias CA-25, CA-50 ou CA-60, tendo assim, respectivamente, suas resistências características de escoamento de 250 MPa, 500 MPa e 600 MPa.

3.3.4.3 Espessura Mínima

A NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 13.2.4.1, define as espessuras mínimas para as lajes de acordo com sua aplicação. No caso das lajes maciças é definido da seguinte forma:

- a) 7 cm - lajes de cobertura não estando em balanço;
- b) 8 cm - lajes de piso não estando em balanço;
- c) 10 cm - lajes em balanço;
- d) 10 cm - lajes que suportam veículos com peso total menor ou igual a 30 kN;
- e) 12 cm - lajes que suportam veículos com peso total maior que 30 kN;
- f) 15 cm - lajes com protensão apoiadas em vigas, com um mínimo de $\frac{l}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e de $\frac{l}{50}$ para lajes de piso contínuas;
- g) 16 cm - lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel.

3.3.5 Cobrimento Mínimo

Cobrimento é a distância da face externa do concreto até a borda da armadura longitudinal, sua principal função é proteger a armadura dos agentes corrosivos do ambiente.

De acordo com o item 7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), os cobrimentos mínimos são definidos pela classe de agressividade ambiental em que o concreto é submetido. Na Tabela 2 estão apresentados os tipos de agressividade ambiental em que o concreto pode estar sujeito e na Tabela 3 é possível obter os cobrimentos nominais mínimos, correlacionando a classe de agressividade ambiental ao tipo de elemento estrutural.

Tabela 2 - Classe de agressividade ambiental.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Riscos de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: Adaptado de ABNT, 2014.

Tabela 3 - Cobrimentos de acordo com a classe de agressividade ambiental.

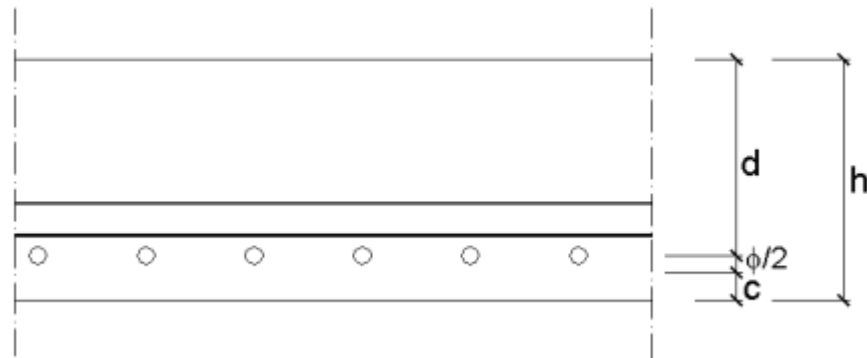
Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: Adaptado de ABNT, 2014.

Através do cobrimento necessário do elemento estrutural, a altura da laje e o diâmetro da armadura utilizada, pode-se descobrir a altura útil utilizando a Equação 1. Para Bastos (2005), altura útil é a distância da face comprimida de concreto até o

centro da armadura tracionada. A Figura 7 mostra os elementos da seção transversal de uma laje.

Figura 7 - Seção transversal da laje.



Fonte: PINHEIRO, 2007.

$$d = h - \frac{\phi_l}{2} - c$$

Equação 1

Onde:

d = altura útil;

h = altura da laje;

c = cobrimento;

ϕ_l = diâmetro da barra longitudinal.

3.4 Métodos de cálculo dos momentos fletores

Os métodos empregados para os cálculos dos momentos em lajes maciças levam em conta principalmente as condições de apoio que as lajes estão submetidas. Métodos manuais de cálculo consideram que as lajes estejam trabalhando separadamente umas das outras, sendo assim elementos individualizados. Mas através de programas computacionais é possível analisar as lajes e os outros elementos estruturais trabalhando em conjunto uns com os outros, podendo assim calcular particularidades específicas e mais próximas da realidade.

Através da bibliografia de Araújo (2010) é possível citar alguns dos principais métodos de cálculo:

- Diferenças finitas;

- Teoria da elasticidade;
- Teoria das grelhas;
- Solução em séries;
- Teoria das linhas de ruptura;
- Elementos finitos;
- Método elástico.

A maioria desses métodos já possuem tabelas práticas desenvolvidas que auxiliam no cálculo das lajes. As principais tabelas desenvolvidas e utilizadas neste trabalho são:

- Tabela de Marcus;
- Tabela de Bares;
- Tabela de Czerny;

A utilização de tabelas para cálculo dos esforços trata as lajes como elementos individuais, a partir da sua vinculação com os demais elementos, permitindo assim análises de vínculos de apoio simples, engastados ou livres, o que acaba restringindo o cálculo de esforços provenientes de lajes com continuidade (BANKI, 2013).

3.4.1 Tabela de Marcus

De acordo com Souza e Cunha (1994), Marcus conseguiu desenvolver um conjunto de fórmulas para lajes retangulares armadas em cruz englobando o método das diferenças finitas junto da equação diferencial das placas, porém ainda eram complexas e dificilmente aplicáveis. Então ele partiu para um segundo estudo utilizando o método das grelhas, porém inserindo um coeficiente de Poisson menor que 1. Assim foi possível elaborar resultados menos precisos, porém de fácil aplicação, principalmente em calculadoras eletrônicas.

Segundo Araújo (2003) este método constitui uma melhoria em relação à teoria das grelhas, incluindo os efeitos da torção da laje.

Marcus ainda desenvolveu uma tabela que dispensa o uso de cálculos complexos para o cálculo dos momentos na laje.

As Equações 2, 3, 4 e 5 mostram como são obtidos os momentos fletores característicos utilizando as tabelas de Marcus.

$$m_x^+ = p \cdot l_x^2 \cdot m_x \quad \text{Equação 2}$$

$$m_y^+ = p \cdot l_x^2 \cdot m_y \quad \text{Equação 3}$$

$$m_x^- = p \cdot l_x^2 \cdot e_x \quad \text{Equação 4}$$

$$m_y^- = p \cdot l_x^2 \cdot e_y \quad \text{Equação 5}$$

Onde:

m_x^+ = momento máximo positivo na direção x (kN.m/m);

m_y^+ = momento máximo positivo na direção y (kN.m/m);

m_x^- = momento máximo negativo na direção x (kN.m/m);

m_y^- = momento máximo negativo na direção y (kN.m/m);

m_x = coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_x ;

m_y = coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_y ;

e_x = coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_x ;

e_y = coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_y ;

p = solitação total uniformemente distribuída (kN/m²)

l_x = vão da laje na direção x(m).

A partir das tabelas contidas no Anexo A, pode-se obter os valores de m_x, m_y, e_x e e_y com o auxílio das dimensões (l_x e l_y) presentes na Equação 6 e ainda sabendo-se o tipo de laje a ser dimensionada, conforme os tipos de vinculação apresentados na Figura 5.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad \text{Equação 6}$$

3.4.2 Tabela de Bares

De acordo com Pinheiro (2007), as tabelas de Bares foram desenvolvidas a partir da teoria das diferenças finitas. Porém as tabelas utilizadas neste trabalho foram desenvolvidas por Pinheiro (1993), baseadas nas tabelas originais de Bares (1972), mas com um coeficiente de Poisson igual a 0,15.

Assim como nas tabelas de Marcus, utiliza-se da Equação 6 (neste caso com l_y sempre maior que l_x) e o tipo de laje para buscar os valores dos coeficientes de momento fletor máximos nas duas direções para os momentos positivo e negativo nas tabelas do Anexo B. Após descobrir os coeficientes para a laje em questão, os valores são aplicados nas Equações 7, 8, 9 e 10 para a obtenção dos respectivos momentos fletores máximos.

$$m_x^+ = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad \text{Equação 7}$$

$$m_y^+ = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad \text{Equação 8}$$

$$m_x^- = \mu'_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad \text{Equação 9}$$

$$m_y^- = \mu'_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad \text{Equação 10}$$

Onde:

m_x^+ = momento máximo positivo na direção x (kN.m/m);

m_y^+ = momento máximo positivo na direção y (kN.m/m);

m_x^- = momento máximo negativo na direção x (kN.m/m);

m_y^- = momento máximo negativo na direção y (kN.m/m);

μ_x = coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_x ;

μ_y = coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_y ;

μ'_x = coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_x ;

μ'_y = coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_y ;

p = solicitação total uniformemente distribuída (kN/m²)

l_x = dimensão do menor lado, vão da laje (m).

3.4.3 Tabela de Czerny

De acordo com Souza e Cunha (1994), a tabela desenvolvida por Czerny utiliza a teoria matemática da elasticidade aplicando um coeficiente de Poisson igual a zero. A partir destas tabelas desenvolvidas por Czerny, é possível utilizar em lajes retangulares apoiadas, lajes engastadas no contorno ou até mesmo com até uma borda livre.

Semelhante aos métodos de Marcus e Bares, no método de Czerny utiliza-se da Equação 6 (neste caso com l_y sempre maior que l_x) e do tipo de laje indicado na Figura 5 para buscar os valores dos coeficientes de momento fletor máximos nas duas direções para os momentos positivo e negativo através das tabelas contidas no Anexo C. Com os coeficientes adequados para o tipo de laje e suas dimensões, usa-se as Equações 11, 12, 13 e 14 para determinar os momentos fletores máximos respectivos.

$$m_x^+ = \frac{p \cdot l_x^2}{m_x} \quad \text{Equação 11}$$

$$m_y^+ = \frac{p \cdot l_x^2}{m_y} \quad \text{Equação 12}$$

$$m_x^- = \frac{p \cdot l_x^2}{n_x} \quad \text{Equação 13}$$

$$m_y^- = \frac{p \cdot l_x^2}{n_y}. \quad \text{Equação 14}$$

Onde:

m_x^+ = momento máximo positivo na direção x (kN.m/m);

m_y^+ = momento máximo positivo na direção y (kN.m/m);

m_x^- = momento máximo negativo na direção x (kN.m/m);

m_y^- = momento máximo negativo na direção y (kN.m/m);

m_x = coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_x ;

m_y = coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_y ;

n_x = coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_x ;

n_y = coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_y ;

p = solicitação total uniformemente distribuída (kN/m²)

l_x = dimensão do menor lado, vão da laje (m).

3.5 Dimensionamento das armaduras

Após a determinação dos momentos fletores característicos, deve-se determinar as armaduras para resistir a esses esforços. Para o cálculo destas, pode-se fazer o uso de tabelas para simplificação do dimensionamento, por meio das Tabelas K_c e K_s ou pela Tabela KMD , K_x e K_z .

Os momentos determinados pelas tabelas de Marcus, Bares e Czerny possuem valores característicos, os quais devem ser majorados no Estado Limite Último por γ_c , que normalmente utiliza o valor de 1,4, obtendo desta forma os momentos fletores de cálculo.

3.5.1 K_c e K_s

De acordo com Pinheiro (2007) para o cálculo através das tabelas K_c e K_s é necessário calcular o valor de K_c através da Equação 15 e então procura-se o valor correspondente ao K_s para o respectivo K_c , os quais estão demonstrados na Tabela 4.

$$K_c = \frac{b \cdot d^2}{Md} \quad \text{Equação 15}$$

Onde:

b = largura da viga (no caso de lajes utiliza-se $b=100\text{cm}$);

d = altura útil (Equação 1);

Md = Momento fletor de cálculo.

Tabela 4 - Tabela de K_c e K_s

$\beta = \frac{x}{d}$	K_c								K_s		
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50	CA-60
0,01	137,8	103,4	82,7	68,9	59,1	51,7	45,9	41,3	0,046	0,023	0,019
0,02	69,2	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,046	0,023	0,019
0,03	46,3	34,7	27,8	23,2	19,8	17,4	15,4	13,9	0,047	0,023	0,019
0,04	34,9	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,047	0,023	0,019
0,05	28,0	21,0	16,8	14,0	12,0	10,5	9,3	8,4	0,047	0,023	0,020
0,06	23,4	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,047	0,024	0,020
0,07	20,2	15,1	12,1	10,1	8,6	7,6	6,7	6,1	0,047	0,024	0,020
0,08	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,048	0,024	0,020
0,09	15,8	11,9	9,5	7,9	6,8	5,9	5,3	4,7	0,048	0,024	0,020
0,10	14,3	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	4,8	4,3	0,048	0,024	0,020
0,12	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	0,048	0,024	0,020
0,13	11,1	8,4	6,7	5,6	4,8	4,2	3,7	3,3	0,049	0,024	0,020
0,14	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,049	0,024	0,020
0,15	9,7	7,3	5,8	4,9	4,2	3,7	3,2	2,9	0,049	0,024	0,020
0,16	9,2	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,7	0,049	0,025	0,020
0,17	8,7	6,5	5,2	4,3	3,7	3,2	2,9	2,6	0,049	0,025	0,021
0,18	8,2	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,050	0,025	0,021
0,19	7,8	5,9	4,7	3,9	3,4	2,9	2,6	2,3	0,050	0,025	0,021
0,20	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,050	0,025	0,021
0,21	7,1	5,4	4,3	3,6	3,1	2,7	2,4	2,1	0,050	0,025	0,021
0,22	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,050	0,025	0,021

$\beta = \frac{x}{d}$	<i>Kc</i>								<i>Ks</i>		
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50	CA-60
0,23	6,6	4,9	3,9	3,3	2,8	2,5	2,2	2,0	0,051	0,025	0,021
0,24	6,3	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,051	0,025	0,021
0,25	6,1	4,6	3,7	3,1	2,6	2,3	2,0	1,8	0,051	0,026	0,021
0,26	5,9	4,4	3,5	2,9	2,5	2,2	2,0	1,8	0,051	0,026	0,021
0,27	5,7	4,3	3,4	2,8	2,4	2,1	1,9	1,7	0,052	0,026	0,021
0,28	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,052	0,026	0,022
0,29	5,4	4,0	3,2	2,7	2,3	2,0	1,8	1,6	0,052	0,026	0,022
0,30	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	1,9	1,7	1,6	0,052	0,026	0,022
0,31	5,1	3,8	3,0	2,5	2,2	1,9	1,7	1,5	0,053	0,026	0,022
0,32	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,053	0,026	0,022
0,33	4,8	3,6	2,9	2,4	2,1	1,8	1,6	1,4	0,053	0,026	0,022
0,34	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,053	0,027	0,022
0,35	4,6	3,4	2,7	2,3	2,0	1,7	1,5	1,4	0,053	0,027	0,022
0,36	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,054	0,027	0,022
0,37	4,4	3,3	2,6	2,2	1,9	1,6	1,5	1,3	0,054	0,027	0,022
0,38	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,054	0,027	0,023
0,40	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,055	0,027	0,023
0,42	3,9	2,9	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,055	0,028	0,023
0,44	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,023
0,45	3,7	2,8	2,2	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028	0,023
0,46	3,7	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028	0,023
0,48	3,5	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,057	0,028	0,024
0,50	3,4	2,6	2,1	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029	0,024
0,52	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,058	0,029	0,024
0,54	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,029	0,024
0,56	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	0,9	0,059	0,030	0,025
0,58	3,1	2,3	1,8	1,5	1,3	1,2	1,0	0,9	0,060	0,030	0,025
0,59	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,060	0,030	0,025
0,60	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,030	0,025
0,62	2,9	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031	0,025
0,63	2,9	2,2	1,7	1,5	1,2	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031	0,026
0,64	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,062	0,031	0,026
0,66	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8	0,063	0,031	0,026
0,70	2,7	2,0	1,6	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,064	0,032	0,027
0,74	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,065	0,033	0,027
0,77	2,6	1,9	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,066	0,033	0,028

Fonte: PINHEIRO, 2007

Após encontrado o valor de *Ks* correspondente utiliza-se a Equação 16 para determinar a área de aço necessária.

$$A_s = \frac{K_s \cdot Md}{d} \quad \text{Equação 16}$$

3.5.2 KMD

Primeiramente deve-se calcular o valor de KMD utilizando a Equação 17.

$$KMD = \frac{Md}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad \text{Equação 17}$$

Onde:

Md = momento de cálculo obtido;

d = altura útil (Equação 1);

b = largura de aplicação (para lajes adota-se 100 cm);

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto utilizado.

A partir da obtenção do KMD, encontra-se o valor de K_z na Tabela 5, que é utilizado na Equação 18 para obtenção da área de aço necessária.

$$A_s = \frac{Md}{K_z \cdot d \cdot f_{yd}} \quad \text{Equação 18}$$

Onde:

Md = momento de cálculo obtido;

K_z = o coeficiente obtido através da tabela KMD;

d = altura útil (Equação 1);

f_{yd} = resistência de cálculo do aço utilizado.

Tabela 5 - Tabela KMD, K_x e K_z

KMD	KX	KZ	E_c	E_s	KMD	KX	KZ	E_c	E_s
0,0100	0,015	0,9941	0,150	10,000	0,1900	0,321	0,8718	3,500	7,420
0,0150	0,022	0,9911	0,229	10,000	0,1950	0,330	0,8678	3,500	7,092
0,0200	0,030	0,9881	0,307	10,000	0,2000	0,341	0,8638	3,500	6,779
0,0250	0,037	0,9851	0,389	10,000	0,2050	0,351	0,8597	3,500	6,481
0,0300	0,045	0,9820	0,470	10,000	0,2100	0,361	0,8556	3,500	6,197
0,0350	0,053	0,9790	0,556	10,000	0,2150	0,371	0,8515	3,500	5,926
0,0400	0,060	0,9759	0,641	10,000	0,2200	0,382	0,8473	3,500	5,666

KMD	KX	KZ	Ec	Es	KMD	KX	KZ	Ec	Es
0,0450	0,068	0,9728	0,731	10,000	0,2250	0,393	0,8430	3,500	5,417
0,0500	0,076	0,9697	0,821	10,000	0,2300	0,403	0,8387	3,500	5,179
0,0550	0,084	0,9665	0,913	10,000	0,2350	0,414	0,8343	3,500	4,950
0,0600	0,092	0,9634	1,008	10,000	0,2400	0,425	0,8299	3,500	4,730
0,0650	0,100	0,9602	1,106	10,000	0,2450	0,437	0,8254	3,500	4,518
0,0700	0,108	0,9570	1,205	10,000	0,2500	0,448	0,8208	3,500	4,314
0,0750	0,116	0,9537	1,308	10,000	0,2550	0,459	0,8160	3,500	4,120
0,0800	0,124	0,9505	1,413	10,000	0,2600	0,471	0,8120	3,500	3,930
0,0850	0,132	0,9472	1,520	10,000	0,2650	0,483	0,8070	3,500	3,750
0,0900	0,140	0,9439	1,631	10,000	0,2700	0,495	0,8020	3,500	3,570
0,0950	0,149	0,9406	1,744	10,000	0,2750	0,507	0,7970	3,500	3,400
0,1000	0,157	0,9372	1,861	10,000	0,2800	0,520	0,7920	3,500	3,230
0,1050	0,165	0,9339	1,981	10,000	0,2850	0,532	0,7870	3,500	3,070
0,1100	0,174	0,9305	2,104	10,000	0,2900	0,545	0,7820	3,500	2,920
0,1150	0,182	0,9270	2,231	10,000	0,2950	0,559	0,7770	3,500	2,770
0,1200	0,191	0,9236	2,362	10,000	0,3000	0,572	0,7710	3,500	2,620
0,1250	0,200	0,9201	2,497	10,000	0,3050	0,586	0,7660	3,500	2,480
0,1300	0,209	0,9166	2,636	10,000	0,3100	0,600	0,7600	3,500	2,340
0,1350	0,217	0,9130	2,779	10,000	0,3150	0,614	0,7540	3,500	2,200
0,1400	0,226	0,9094	2,926	10,000	0,3200	0,629	0,7490	3,500	2,070
0,1450	0,235	0,9058	3,079	10,000	0,3250	0,644	0,7430	3,500	1,940
0,1500	0,2445	0,9022	3,236	10,000	0,3300	0,659	0,7360	3,500	1,810
0,1550	0,254	0,8985	3,399	10,000	0,3350	0,675	0,7300	3,500	1,690
0,1600	0,263	0,8948	3,500	9,810	0,3400	0,691	0,7240	3,500	1,570
0,1650	0,272	0,8911	3,500	9,353	0,3450	0,708	0,7170	3,500	1,450
0,1700	0,282	0,8873	3,500	8,922	0,3500	0,725	0,7100	3,500	1,330
0,1750	0,291	0,8835	3,500	8,515	0,3550	0,743	0,7030	3,500	1,210
0,1800	0,301	0,8796	3,500	8,131	0,3600	0,761	0,6960	3,500	1,100
0,1850	0,311	0,8757	3,500	7,766	0,3620	0,769	0,6920	3,500	1,050

Fonte: CARVALHO, 2013.

4 METODOLOGIA

O presente estudo contou com revisão bibliográfica sobre o assunto com objetivo de esclarecer todo o contexto de lajes, incluindo desde sua história até os cálculos para execução das lajes.

Dentre os métodos de cálculo de momentos fletores utilizados para a comparação estão as tabelas de Marcus, Bares e de Czerny, as quais apresentam métodos de desenvolvimento diferentes e trazem assim resultados diferentes umas das outras, mesmo que todos os dados da laje sejam semelhantes.

Através do software *Excel* foi possível desenvolver uma planilha para o dimensionamento de acordo com cada um dos métodos descritos anteriormente e seus diferentes tipos de lajes e dimensões.

Para que fosse possível fazer a comparação dos métodos de cálculos de momentos fletores nas lajes e aços necessários para cada laje, foi utilizada a planilha desenvolvida e aplicada diferentes dimensões de lajes para cada um dos tipos de laje de acordo as vinculações das extremidades (Tipos 1, 2A, 2B, 3, 4A, 4B, 5A, 5B e 6) conforme já mostrado na Figura 5.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir do uso da ferramenta desenvolvida no *software Excel*, foi possível introduzir dados da resistência do concreto, solicitação total, tipo de aço, cobrimento, diâmetro da barra longitudinal, dimensões da laje e o tipo de laje de acordo com suas condições de apoio para que a planilha pudesse calcular a área de aço necessária para resistir aos esforços de flexão impostos ao sistema para cada um dos métodos (Marcus, Bares e Czerny) nas lajes maciças.

Para fins de comparação dos métodos foi utilizado um concreto com resistência à compressão de 20 MPa e cobrimento de 2,5cm. O tipo de aço empregado para o cálculo foi o CA-50 com barra de aço longitudinal de 10mm. E por fim a solicitação imposta foi de 5,0kN/m². As dimensões utilizadas foram cinco para que pudesse ver a alteração da área de aço e modificação dos métodos de acordo com o λ .

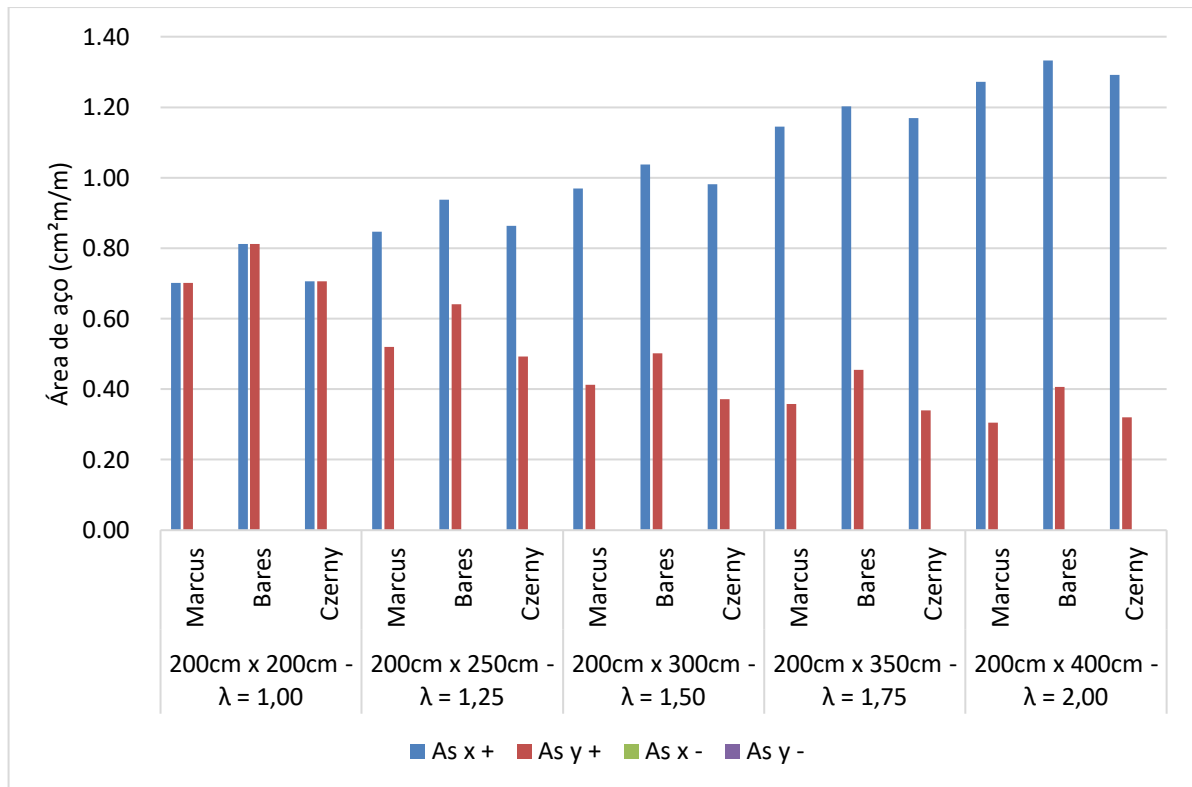
As dimensões adotadas foram:

- 200cm x 200cm - $\lambda = 1,00$;
- 200cm x 250cm - $\lambda = 1,25$;
- 200cm x 300cm - $\lambda = 1,50$;
- 200cm x 350cm - $\lambda = 1,75$;
- 200cm x 400cm - $\lambda = 2,00$.

Cada uma dessas dimensões e características foram empregadas com todos os tipos de lajes possíveis tendo em vista a solicitação uniformemente distribuída na laje e ainda contando com apoios simples e engastes nas suas bordas.

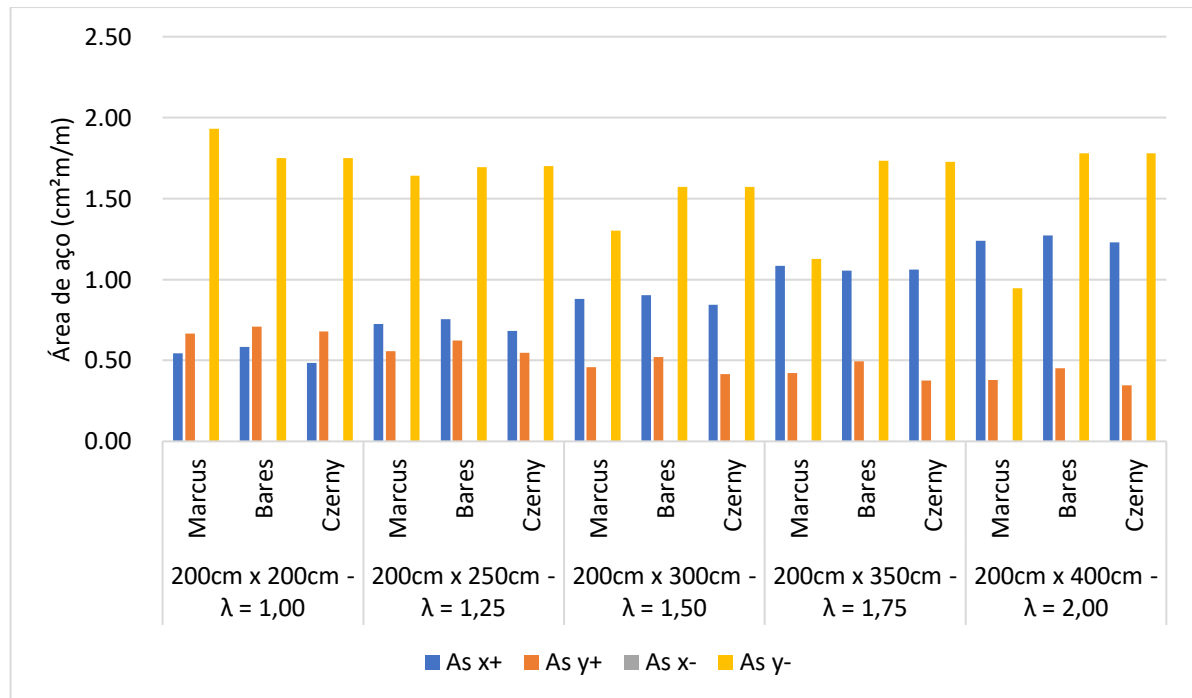
O Apêndice A expõe todas as áreas de aço obtidas para todas as lajes e dimensões calculadas como já especificado e no Apêndice B é possível analisar as variações de aço comparando com a maior área para cada trecho.

O Gráfico 1 ilustra a quantidade de aço necessária para as diferentes dimensões das lajes especificadas para o tipo de laje 1 e a partir deste pode-se observar um leve aumento no consumo de aço quando utiliza-se o método de Bares em relação aos outros dois empregados, sendo assim um método mais conservador quando aplicado em lajes do Tipo 1. Os outros dois métodos (Marcus e Czerny) apresentam variações de 1 a 2% um do outro enquanto o método de Bares chega a apresentar uma variação de até 14% dos outros métodos.

Gráfico 1 - Áreas de aço para Laje Tipo 1 - $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ - $q = 5 \text{ kN/m}^2$ 

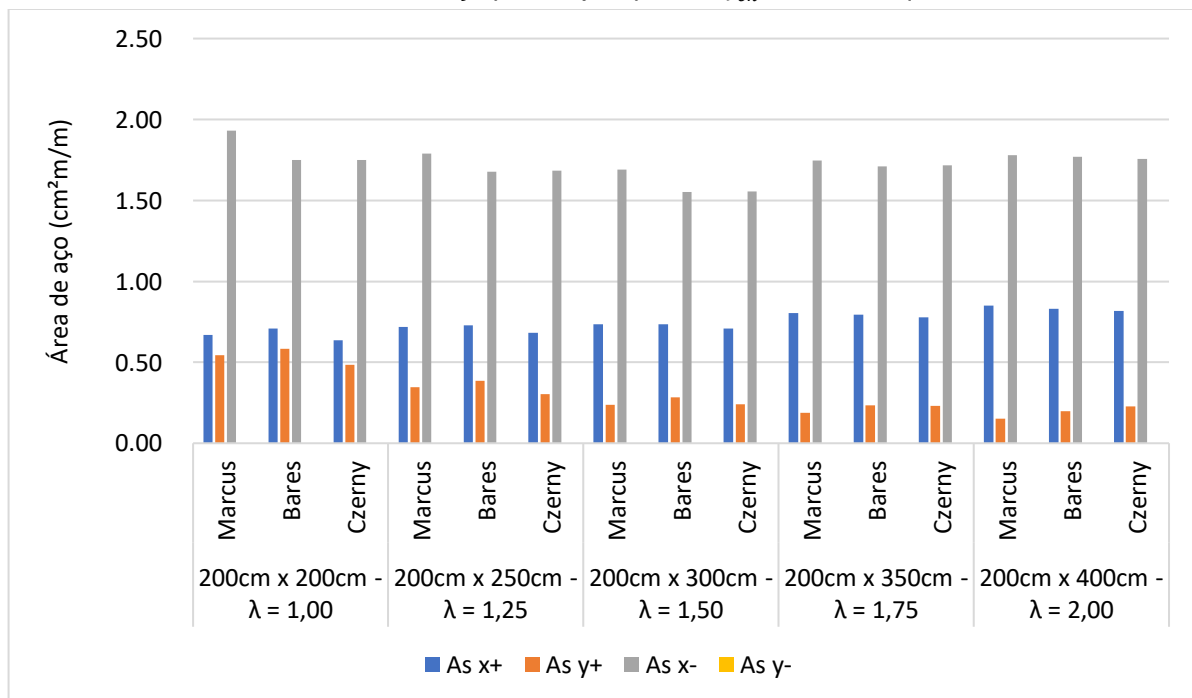
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

A partir do Gráfico 2 é possível notar uma certa igualdade no consumo de armadura positiva nas duas direções para os três métodos porém observa-se uma certa discrepância quando se trata da armadura negativa, tendo em vista que o método de Marcus apresenta uma queda significativa no consumo de armadura negativa no eixo y com o aumento do λ e os outros dois métodos continuam tendo praticamente o mesmo consumo de aço para as lajes do tipo 2A. Pode-se observar ainda um aumento do consumo de aço utilizando as tabelas de Czerny para a armadura positiva no eixo y quando comparado aos outros dois métodos.

Gráfico 2 - Áreas de aço para Laje Tipo 2A - $f_{ck} = 20\text{MPa}$ - $q = 5\text{ kN/m}^2$ 

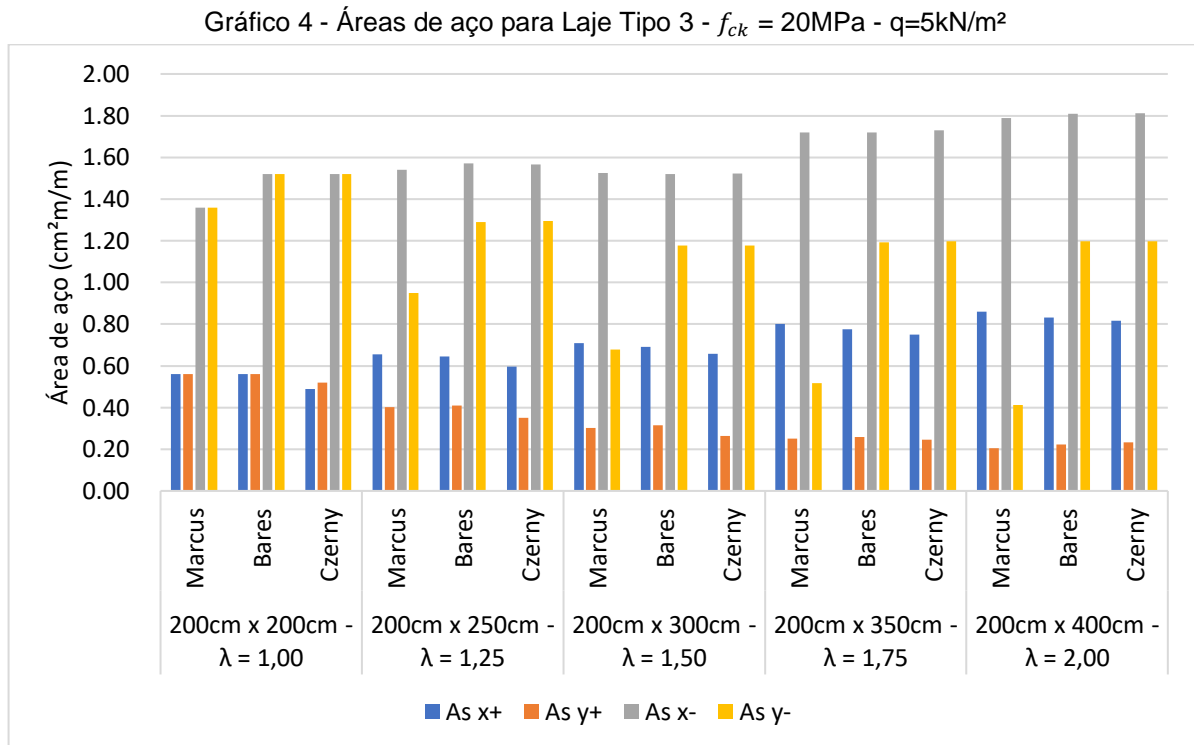
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

De acordo com o Gráfico 3 o método de Marcus apresenta um pouco mais de consumo de aço, porém nada significativo. Os consumos de aço são praticamente constantes nos três métodos para a laje do tipo 2B.

Gráfico 3 - Áreas de aço para Laje Tipo 2B - $f_{ck} = 20\text{MPa}$ - $q = 5\text{ kN/m}^2$ 

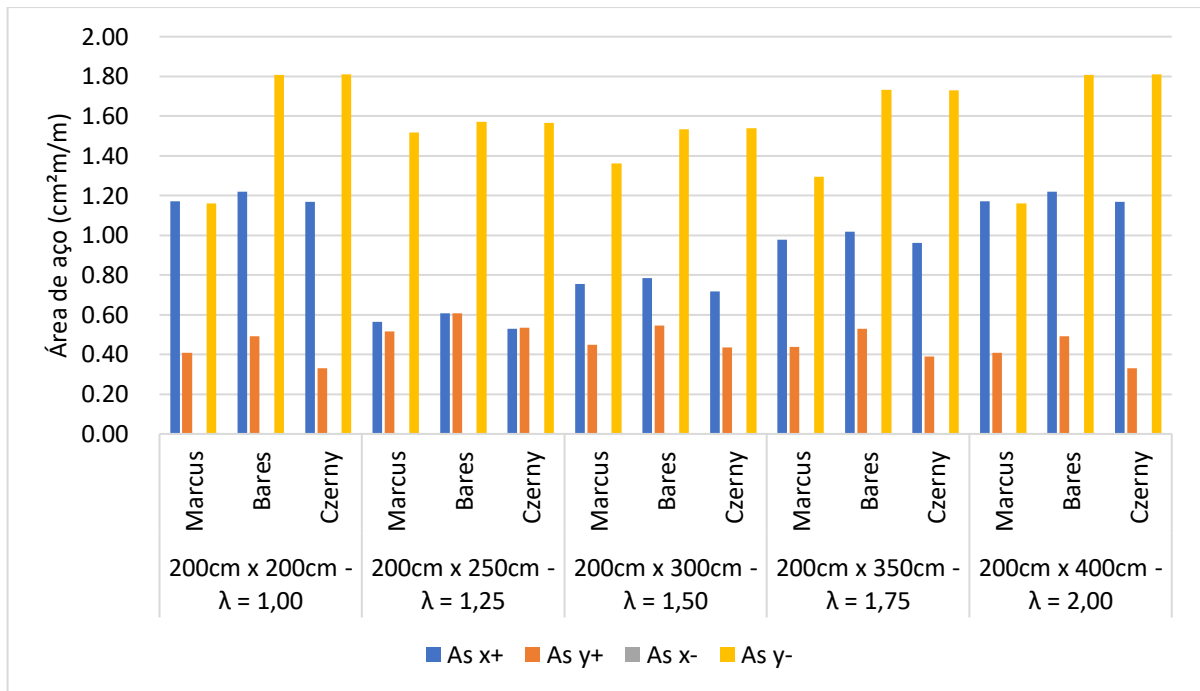
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

Analisando o Gráfico 4 é possível perceber uma discrepância maior quando se trata da análise do consumo de armadura negativa do eixo y, tendo em vista que o método de Marcus inicia com uma taxa de armadura parecida com o de Bares e Czerny, porém com o aumento do λ o consumo de aço diminui de forma significativa, chegando a ter uma diferença de até 66% dos outros dois métodos.



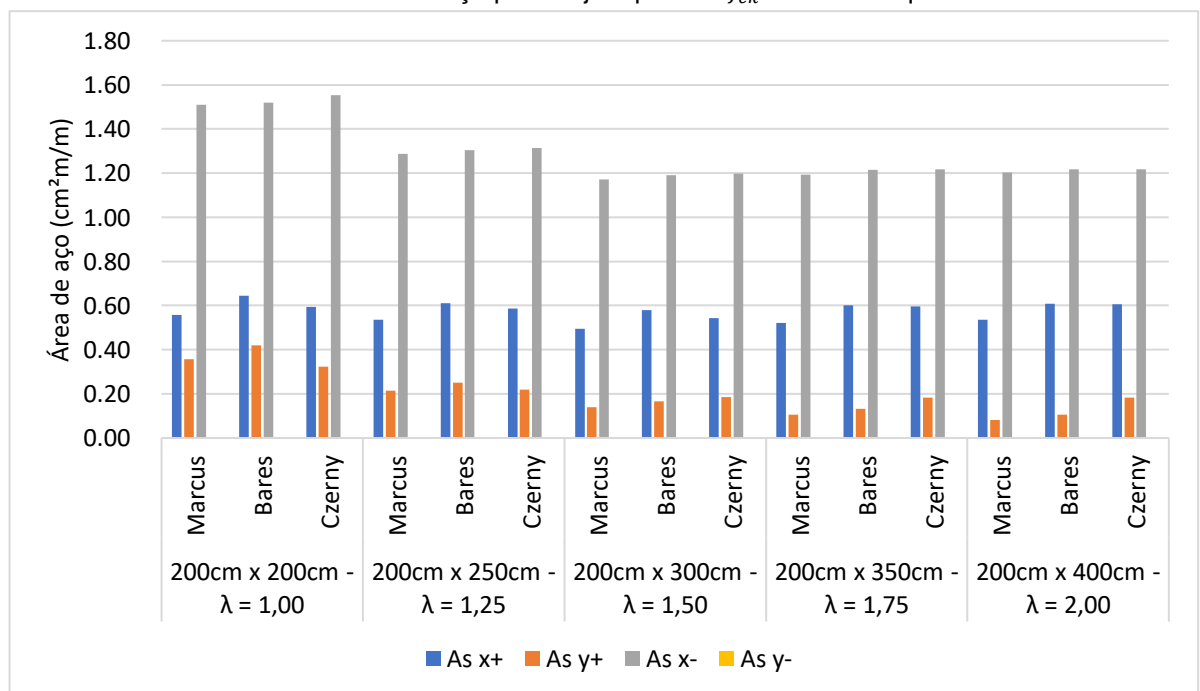
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

Para a laje do tipo 4A, observada no Gráfico 5, pode-se afirmar que o método de Bares é o mais conservador, sempre com um consumo de aço superior aos outros dois, porém muito semelhante ao método de Czerny, porém o método de Marcus apresenta sempre valores menores que dos outros dois para a taxa de armadura negativa no eixo y, assim como nas lajes de tipo 2A e 3.

Gráfico 5 - Áreas de aço para Laje Tipo 4A - $f_{ck} = 20\text{MPa}$ - $q=5\text{kN/m}^2$ 

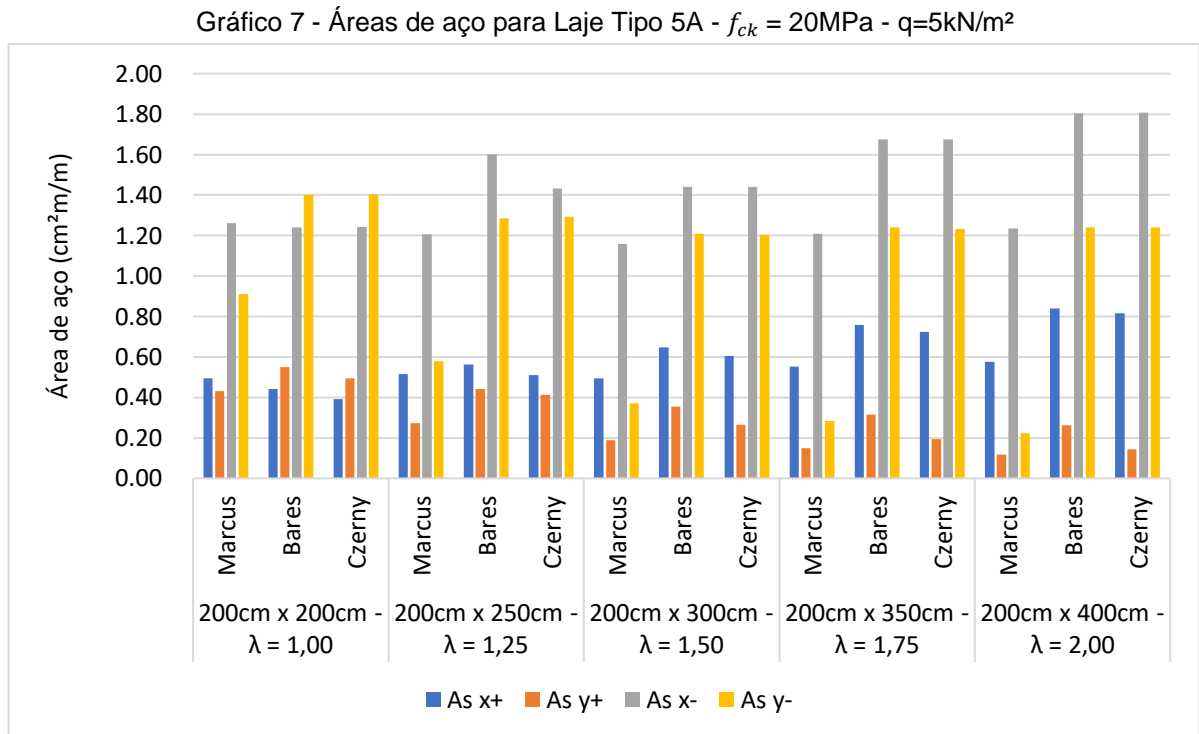
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

O Gráfico 6 indica uma igualdade na taxa de aço de todos, com uma leve superioridade para os resultados do método de Czerny quando λ aproxima-se de 2 e uma superioridade do método de Bares quando se trata de armaduras positivas, porém quase sem significância.

Gráfico 6 - Áreas de aço para Laje Tipo 4B - $f_{ck} = 20\text{MPa}$ - $q=5\text{kN/m}^2$ 

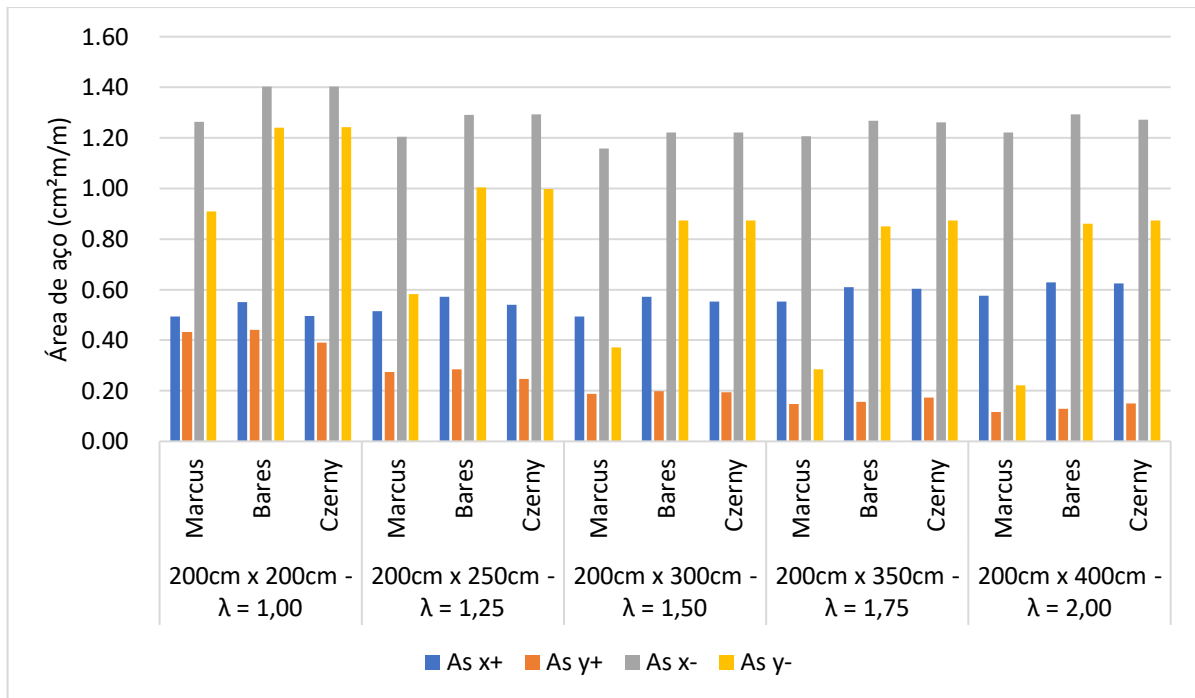
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

Observando o Gráfico 7, pode-se notar uma grande diferença entre a taxa de aço consumida pelo método de Marcus em comparação com os outros dois, estes que encontram-se bem similares e sempre superiores que o outro. Para a laje de tipo A, a diferença chega até 82% para a armadura negativa do eixo y.



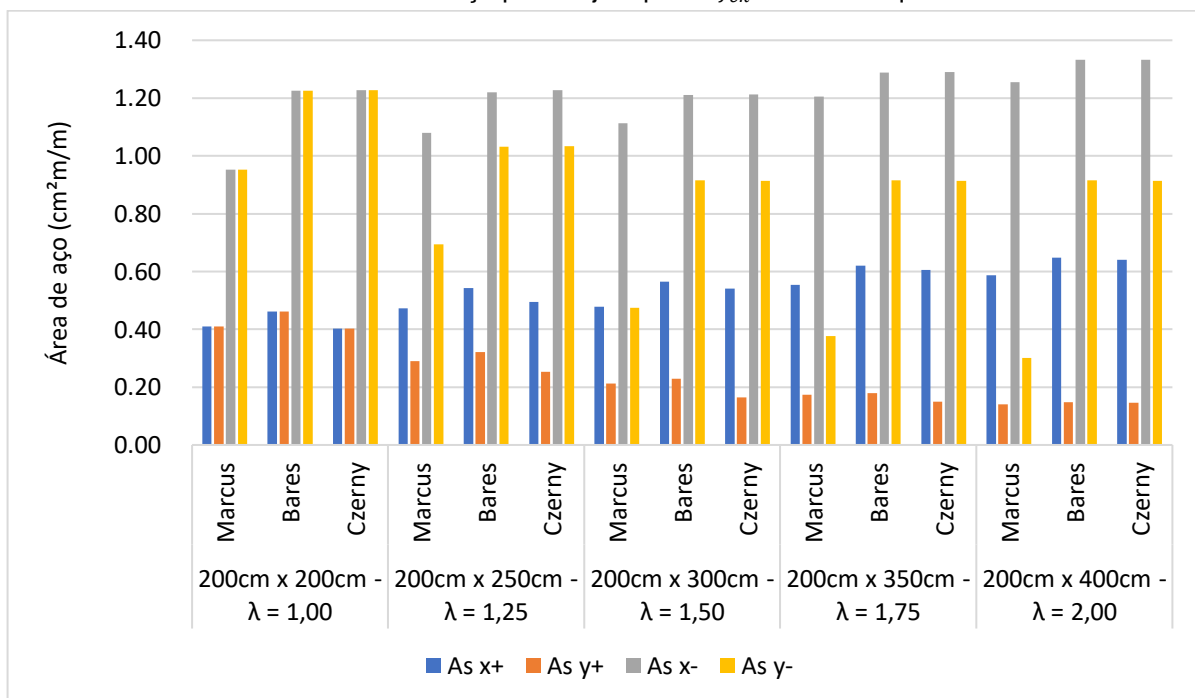
Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

Assim como no gráfico anterior, pode-se observar uma grande diferença do método de Marcus em relação aos outros dois no Gráfico 8. Obtendo praticamente sempre um consumo de aço inferior para o caso das lajes do tipo 5B.

Gráfico 8 - Áreas de aço para Laje Tipo 5B - $f_{ck} = 20\text{MPa}$ - $q=5\text{kN/m}^2$ 

Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

A partir do Gráfico 9 pode-se perceber o quanto os resultados dos métodos de Bares e Czerny apresentam uma certa semelhança e conservadorismo em relação ao método de Marcus, que apresenta quase sempre resultados menores de consumo de aço para a laje de tipo 6.

Gráfico 9 - Áreas de aço para Laje Tipo 6 - $f_{ck} = 20\text{MPa}$ - $q=5\text{kN/m}^2$ 

Fonte: ARQUIVO PRÓPRIO, 2020.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou a verificação das diferenças no consumo de aço entre os métodos de cálculo de momentos fletores de Marcus, Bares e Czerny através da utilização de uma planilha desenvolvida especificamente para essa análise.

Através da análise dos resultados observou-se que dos três métodos empregados para dimensionamento do consumo de aço, o método de Marcus é o menos conservador, obtendo nas lajes de tipo 2A, 3, 4A, 5A, 5B e 6 uma taxa de aço muito inferior aos outros dois métodos, em especial quando se trata da armadura negativa do eixo y.

Para o caso de dimensionamento mais conservador, sugere-se a utilização do método de Bares, que se apresentou mais consistente e com menores alterações de acordo com suas mudanças do λ no decorrer dos tipos de lajes.

Caso o dimensionamento tenha como objetivo a economia, sugere-se o uso do método de Marcus, pois a partir dele os resultados gerados na pesquisa indicam, de modo geral, um menor consumo de aço para as mesmas variáveis de uma laje.

Ressalta-se que para o dimensionamento de lajes, independente do método escolhido, devem ser feitas as verificações no Estado Limite de Serviço – por exemplo deslocamento, vibração, entre outros – garantindo não ultrapassar os valores limites recomendados por norma.

Como continuidade deste trabalho, sugere-se:

- Utilizar além dos métodos apresentados, processos com uso de softwares;
- Utilizar outras tabelas de cálculo dos momentos fletores para analisar os consumos de aço;
- Utilizar um projeto para estudo, analisando as lajes trabalhando em conjunto umas com as outras;
- Utilizar outros métodos aplicados a lajes diferentes da maciça, como aborda o presente trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. (2002). **NBR 10520:2002** - *Informação e documentação - Citações em documentos - Apresentação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT. (2003). **NBR 6028:2003** - *Informação e documentação - Resumo - Apresentação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT. (2011). **NBR 14724:2011** - *Informação e documentação - Trabalhos acadêmicos - Apresentação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT. (2014). **NBR 6118:2014** - *Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. ABNT, Rio de Janeiro.

ABNT. (2018). **NBR 6023:2018** - *Informação e documentação - Referências - Elaboração*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

Araújo, A. C., & Castro, L. L. (2015). **Tabelas Práticas para o Dimensionamento de Lajes em Concreto Armado com Base na NBR 6118:2014**. Universidade Católica de Brasília, Brasília.

BASTOS, P. S. (2015). **Notas de Aula: Lajes de Concreto**. Em *Disciplina: 2117 - ESTRUTURAS DE CONCRETO I* (p. 115). Bauru.

Biblioteca FEA/USP. (2012). **Blog Biblioteca FEA**. Acesso em 12 de Agosto de 2019, disponível em Tabela e quadro: diferenças:
<https://bibliotecafea.com/2012/09/21/tabela-e-quadro-diferencas/>

Cecchetto, C. T., & Rodrigues, P. C. (2016). **COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES EM LAJES DE CONCRETO ARMADO**. *Revista GEDECON*, 4, 18.

IBGE. (1993). **Normas de apresentação tabular** (3ª ed.). (I. B. Estatística, Ed.) Rio de Janeiro: IBGE.

Kostetzer, M. (Julho de 2017). **Dimensionamento comparativo de vigas e lajes entre software e método convencional.** *Revista Especialize On-line IPOG*, 01/2017(13), 23.

UFRGS. (2018). **NBR 6023/2018 de referências bibliográficas: principais alterações.** Acesso em 4 de agosto de 2019, disponível em Biblioteca Central da UFRGS: <https://www.ufrgs.br/blogdabc/nbr-60232018-de-referencias-bibliograficas-principais-alteracoes/>

Werner, B. V., & Vargas, A. (Janeiro de 2013). **ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE DIFERENTES MÉTODOS DE CÁLCULO PARA O DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS BIDIRECIONAIS.** *Revista Iniciação Científica*, 11, 26.

APÊNDICE A – ÁREAS DE AÇO – $f_{ck} = 20\text{MPa}$ – $Q = 5\text{KN/M}^2$

Tipo de Laje	Posição do aço	200cm x 200cm - $\lambda = 1,00$			200cm x 250cm - $\lambda = 1,25$			200cm x 300cm - $\lambda = 1,50$			200cm x 350cm - $\lambda = 1,75$			200cm x 400cm - $\lambda = 2,00$		
		Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny
1	As x+	0,70 cm ² /m	0,81 cm ² /m	0,71 cm ² /m	0,85 cm ² /m	0,94 cm ² /m	0,86 cm ² /m	0,97 cm ² /m	1,04 cm ² /m	0,98 cm ² /m	1,15 cm ² /m	1,20 cm ² /m	1,17 cm ² /m	1,27 cm ² /m	1,33 cm ² /m	1,29 cm ² /m
	As y+	0,70 cm ² /m	0,81 cm ² /m	0,71 cm ² /m	0,52 cm ² /m	0,64 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,41 cm ² /m	0,50 cm ² /m	0,37 cm ² /m	0,36 cm ² /m	0,45 cm ² /m	0,34 cm ² /m	0,31 cm ² /m	0,41 cm ² /m	0,32 cm ² /m
	As x-	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m
	As y-	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m
2A	As x+	0,54 cm ² /m	0,58 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,73 cm ² /m	0,76 cm ² /m	0,68 cm ² /m	0,88 cm ² /m	0,90 cm ² /m	0,84 cm ² /m	1,08 cm ² /m	1,05 cm ² /m	1,06 cm ² /m	1,24 cm ² /m	1,27 cm ² /m	1,23 cm ² /m
	As y+	0,67 cm ² /m	0,71 cm ² /m	0,68 cm ² /m	0,56 cm ² /m	0,62 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,46 cm ² /m	0,52 cm ² /m	0,42 cm ² /m	0,42 cm ² /m	0,50 cm ² /m	0,38 cm ² /m	0,38 cm ² /m	0,45 cm ² /m	0,35 cm ² /m
	As x-	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m
	As y-	1,93 cm ² /m	1,75 cm ² /m	1,75 cm ² /m	1,64 cm ² /m	1,69 cm ² /m	1,70 cm ² /m	1,30 cm ² /m	1,57 cm ² /m	1,57 cm ² /m	1,13 cm ² /m	1,73 cm ² /m	1,73 cm ² /m	0,95 cm ² /m	1,78 cm ² /m	1,78 cm ² /m
2B	As x+	0,67 cm ² /m	0,71 cm ² /m	0,64 cm ² /m	0,72 cm ² /m	0,73 cm ² /m	0,68 cm ² /m	0,74 cm ² /m	0,73 cm ² /m	0,71 cm ² /m	0,81 cm ² /m	0,80 cm ² /m	0,78 cm ² /m	0,85 cm ² /m	0,83 cm ² /m	0,82 cm ² /m
	As y+	0,54 cm ² /m	0,58 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,35 cm ² /m	0,38 cm ² /m	0,30 cm ² /m	0,24 cm ² /m	0,28 cm ² /m	0,24 cm ² /m	0,19 cm ² /m	0,23 cm ² /m	0,23 cm ² /m	0,15 cm ² /m	0,20 cm ² /m	0,23 cm ² /m
	As x-	1,93 cm ² /m	1,75 cm ² /m	1,75 cm ² /m	1,79 cm ² /m	1,68 cm ² /m	1,68 cm ² /m	1,69 cm ² /m	1,55 cm ² /m	1,56 cm ² /m	1,75 cm ² /m	1,71 cm ² /m	1,72 cm ² /m	1,78 cm ² /m	1,77 cm ² /m	1,76 cm ² /m
	As y-	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m
3	As x+	0,56 cm ² /m	0,56 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,66 cm ² /m	0,64 cm ² /m	0,60 cm ² /m	0,71 cm ² /m	0,69 cm ² /m	0,66 cm ² /m	0,80 cm ² /m	0,78 cm ² /m	0,75 cm ² /m	0,86 cm ² /m	0,83 cm ² /m	0,82 cm ² /m
	As y+	0,56 cm ² /m	0,56 cm ² /m	0,52 cm ² /m	0,40 cm ² /m	0,41 cm ² /m	0,35 cm ² /m	0,30 cm ² /m	0,32 cm ² /m	0,26 cm ² /m	0,25 cm ² /m	0,26 cm ² /m	0,25 cm ² /m	0,21 cm ² /m	0,22 cm ² /m	0,23 cm ² /m
	As x-	1,36 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,54 cm ² /m	1,57 cm ² /m	1,57 cm ² /m	1,53 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,72 cm ² /m	1,72 cm ² /m	1,73 cm ² /m	1,79 cm ² /m	1,81 cm ² /m	1,81 cm ² /m
	As y-	1,36 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,52 cm ² /m	0,95 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,29 cm ² /m	0,68 cm ² /m	1,18 cm ² /m	1,18 cm ² /m	0,52 cm ² /m	1,19 cm ² /m	1,20 cm ² /m	0,41 cm ² /m	1,20 cm ² /m	1,20 cm ² /m
4A	As x+	1,17 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,17 cm ² /m	0,57 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,53 cm ² /m	0,76 cm ² /m	0,78 cm ² /m	0,72 cm ² /m	0,98 cm ² /m	1,02 cm ² /m	0,96 cm ² /m	1,17 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,17 cm ² /m
	As y+	0,41 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,33 cm ² /m	0,52 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,53 cm ² /m	0,45 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,44 cm ² /m	0,44 cm ² /m	0,53 cm ² /m	0,39 cm ² /m	0,41 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,33 cm ² /m
	As x-	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m
	As y-	1,16 cm ² /m	1,81 cm ² /m	1,81 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,57 cm ² /m	1,57 cm ² /m	1,36 cm ² /m	1,53 cm ² /m	1,54 cm ² /m	1,30 cm ² /m	1,73 cm ² /m	1,73 cm ² /m	1,16 cm ² /m	1,81 cm ² /m	1,81 cm ² /m
4B	As x+	0,56 cm ² /m	0,64 cm ² /m	0,59 cm ² /m	0,54 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,59 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,58 cm ² /m	0,54 cm ² /m	0,52 cm ² /m	0,60 cm ² /m	0,60 cm ² /m	0,54 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,61 cm ² /m
	As y+	0,36 cm ² /m	0,42 cm ² /m	0,32 cm ² /m	0,21 cm ² /m	0,25 cm ² /m	0,22 cm ² /m	0,14 cm ² /m	0,17 cm ² /m	0,18 cm ² /m	0,11 cm ² /m	0,13 cm ² /m	0,18 cm ² /m	0,08 cm ² /m	0,11 cm ² /m	0,18 cm ² /m
	As x-	1,51 cm ² /m	1,52 cm ² /m	1,55 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,31 cm ² /m	1,31 cm ² /m	1,17 cm ² /m	1,19 cm ² /m	1,20 cm ² /m	1,19 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,20 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,22 cm ² /m

	As y-	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m	0,00 cm ² /m
5A	As x+	0,49 cm ² /m	0,44 cm ² /m	0,39 cm ² /m	0,51 cm ² /m	0,56 cm ² /m	0,51 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,65 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,76 cm ² /m	0,72 cm ² /m	0,58 cm ² /m	0,84 cm ² /m	0,82 cm ² /m
	As y+	0,43 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,27 cm ² /m	0,44 cm ² /m	0,41 cm ² /m	0,19 cm ² /m	0,36 cm ² /m	0,27 cm ² /m	0,15 cm ² /m	0,31 cm ² /m	0,20 cm ² /m	0,12 cm ² /m	0,26 cm ² /m	0,14 cm ² /m
	As x-	1,26 cm ² /m	1,24 cm ² /m	1,24 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,60 cm ² /m	1,43 cm ² /m	1,16 cm ² /m	1,44 cm ² /m	1,44 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,68 cm ² /m	1,67 cm ² /m	1,23 cm ² /m	1,81 cm ² /m	1,81 cm ² /m
	As y-	0,91 cm ² /m	1,40 cm ² /m	1,40 cm ² /m	0,58 cm ² /m	1,28 cm ² /m	1,29 cm ² /m	0,37 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,20 cm ² /m	0,28 cm ² /m	1,24 cm ² /m	1,23 cm ² /m	0,22 cm ² /m	1,24 cm ² /m	1,24 cm ² /m
5B	As x+	0,49 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,51 cm ² /m	0,57 cm ² /m	0,54 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,57 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,60 cm ² /m	0,58 cm ² /m	0,63 cm ² /m	0,62 cm ² /m
	As y+	0,43 cm ² /m	0,44 cm ² /m	0,39 cm ² /m	0,27 cm ² /m	0,28 cm ² /m	0,25 cm ² /m	0,19 cm ² /m	0,20 cm ² /m	0,19 cm ² /m	0,15 cm ² /m	0,16 cm ² /m	0,17 cm ² /m	0,12 cm ² /m	0,13 cm ² /m	0,15 cm ² /m
	As x-	1,26 cm ² /m	1,40 cm ² /m	1,40 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,16 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,27 cm ² /m	1,26 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,27 cm ² /m
	As y-	0,91 cm ² /m	1,24 cm ² /m	1,24 cm ² /m	0,58 cm ² /m	1,00 cm ² /m	1,00 cm ² /m	0,37 cm ² /m	0,87 cm ² /m	0,87 cm ² /m	0,28 cm ² /m	0,85 cm ² /m	0,87 cm ² /m	0,22 cm ² /m	0,86 cm ² /m	0,87 cm ² /m
6	As x+	0,41 cm ² /m	0,46 cm ² /m	0,40 cm ² /m	0,47 cm ² /m	0,54 cm ² /m	0,49 cm ² /m	0,48 cm ² /m	0,56 cm ² /m	0,54 cm ² /m	0,55 cm ² /m	0,62 cm ² /m	0,61 cm ² /m	0,59 cm ² /m	0,65 cm ² /m	0,64 cm ² /m
	As y+	0,41 cm ² /m	0,46 cm ² /m	0,40 cm ² /m	0,29 cm ² /m	0,32 cm ² /m	0,25 cm ² /m	0,21 cm ² /m	0,23 cm ² /m	0,16 cm ² /m	0,17 cm ² /m	0,18 cm ² /m	0,15 cm ² /m	0,14 cm ² /m	0,15 cm ² /m	0,15 cm ² /m
	As x-	0,95 cm ² /m	1,23 cm ² /m	1,23 cm ² /m	1,08 cm ² /m	1,22 cm ² /m	1,23 cm ² /m	1,11 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,21 cm ² /m	1,20 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,29 cm ² /m	1,25 cm ² /m	1,33 cm ² /m	1,33 cm ² /m
	As y-	0,95 cm ² /m	1,23 cm ² /m	1,23 cm ² /m	0,69 cm ² /m	1,03 cm ² /m	1,03 cm ² /m	0,47 cm ² /m	0,92 cm ² /m	0,91 cm ² /m	0,38 cm ² /m	0,92 cm ² /m	0,91 cm ² /m	0,30 cm ² /m	0,92 cm ² /m	0,91 cm ² /m

Fonte: Arquivo próprio, 2020.

APÊNDICE B – VARIAÇÃO DAS ÁREAS DE AÇO ENTRE OS MÉTODOS.

Tipo de laje	Posição do aço	200cm x 200cm - $\lambda = 1,00$			200cm x 250cm - $\lambda = 1,25$			200cm x 300cm - $\lambda = 1,50$			200cm x 350cm - $\lambda = 1,75$			200cm x 400cm - $\lambda = 2,00$		
		Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny	Marcus	Bares	Czerny
1	As x+	14%	0%	13%	10%	0%	8%	7%	0%	5%	5%	0%	3%	5%	0%	3%
	As y+	14%	0%	13%	19%	0%	23%	18%	0%	26%	21%	0%	25%	25%	0%	21%
2A	As x+	7%	0%	17%	4%	0%	9%	2%	0%	7%	0%	3%	2%	2%	0%	3%
	As y+	6%	0%	4%	11%	0%	12%	12%	0%	20%	15%	0%	24%	16%	0%	23%
	As y-	0%	9%	9%	3%	0%	0%	17%	0%	0%	35%	0%	0%	47%	0%	0%
2B	As x+	6%	0%	10%	1%	0%	6%	0%	0%	4%	0%	1%	3%	0%	2%	4%
	As y+	7%	0%	17%	10%	0%	21%	16%	0%	15%	19%	0%	1%	34%	12%	0%
	As x-	0%	9%	9%	0%	6%	6%	0%	8%	8%	0%	2%	2%	0%	1%	1%
3	As x+	0%	0%	13%	0%	2%	9%	0%	2%	7%	0%	3%	6%	0%	3%	5%
	As y+	0%	0%	8%	2%	0%	14%	4%	0%	16%	3%	0%	5%	12%	4%	0%
	As x-	11%	0%	0%	2%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	1%	0%	1%	0%	0%
	As y-	11%	0%	0%	27%	0%	0%	42%	0%	0%	57%	0%	0%	66%	0%	0%
4A	As x+	4%	0%	4%	7%	0%	13%	4%	0%	9%	4%	0%	6%	4%	0%	4%
	As y+	17%	0%	33%	15%	0%	12%	18%	0%	20%	18%	0%	27%	17%	0%	33%
	As y-	36%	0%	0%	3%	0%	0%	11%	0%	0%	25%	0%	0%	36%	0%	0%
4B	As x+	14%	0%	8%	12%	0%	4%	15%	0%	6%	14%	0%	1%	12%	0%	0%
	As y+	15%	0%	23%	14%	0%	12%	25%	10%	0%	41%	27%	0%	55%	41%	0%
	As x-	3%	2%	0%	2%	1%	0%	2%	1%	0%	2%	0%	0%	1%	0%	0%
5A	As x+	0%	11%	21%	9%	0%	9%	24%	0%	6%	27%	0%	5%	31%	0%	3%
	As y+	22%	0%	10%	38%	0%	6%	47%	0%	25%	53%	0%	38%	56%	0%	45%
	As x-	0%	2%	2%	25%	0%	11%	20%	0%	0%	28%	0%	0%	32%	0%	0%
	As y-	35%	0%	0%	55%	1%	0%	69%	0%	0%	77%	0%	1%	82%	0%	0%
5B	As x+	10%	0%	10%	10%	0%	6%	14%	0%	3%	9%	0%	1%	8%	0%	1%
	As y+	2%	0%	11%	4%	0%	13%	4%	0%	1%	15%	9%	0%	22%	15%	0%
	As x-	10%	0%	0%	7%	0%	0%	5%	0%	0%	5%	0%	0%	6%	0%	2%
	As y-	27%	0%	0%	42%	0%	1%	57%	0%	0%	67%	3%	0%	75%	1%	0%
6	As x+	11%	0%	13%	13%	0%	9%	15%	0%	4%	11%	0%	2%	9%	0%	1%
	As y+	11%	0%	13%	10%	0%	21%	7%	0%	28%	3%	0%	17%	4%	0%	1%
	As x-	22%	0%	0%	12%	1%	0%	8%	0%	0%	7%	0%	0%	6%	0%	0%
	As y-	22%	0%	0%	33%	0%	0%	48%	0%	0%	59%	0%	0%	67%	0%	0%

Fonte: Arquivo próprio, 2020.

ANEXO A – TABELAS DO MÉTODO DE MARCUS, BARES E CZERNY.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 1).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0059	0,0236	0,0000	0,0000
0,55	0,0081	0,0266	0,0000	0,0000
0,60	0,0105	0,0292	0,0000	0,0000
0,65	0,0133	0,0314	0,0000	0,0000
0,70	0,0162	0,0331	0,0000	0,0000
0,75	0,0193	0,0344	0,0000	0,0000
0,80	0,0226	0,0353	0,0000	0,0000
0,85	0,0259	0,0359	0,0000	0,0000
0,90	0,0293	0,0362	0,0000	0,0000
0,95	0,0329	0,0364	0,0000	0,0000
1,00	0,0365	0,0365	0,0000	0,0000
1,05	0,0401	0,0364	0,0000	0,0000
1,10	0,0439	0,0363	0,0000	0,0000
1,15	0,0476	0,0360	0,0000	0,0000
1,20	0,0514	0,0357	0,0000	0,0000
1,25	0,0551	0,0353	0,0000	0,0000
1,30	0,0588	0,0348	0,0000	0,0000
1,35	0,0623	0,0342	0,0000	0,0000
1,40	0,0657	0,0335	0,0000	0,0000
1,45	0,0690	0,0328	0,0000	0,0000
1,50	0,0721	0,0320	0,0000	0,0000
1,55	0,0750	0,0312	0,0000	0,0000
1,60	0,0778	0,0304	0,0000	0,0000
1,65	0,0804	0,0295	0,0000	0,0000
1,70	0,0829	0,0287	0,0000	0,0000
1,75	0,0852	0,0278	0,0000	0,0000
1,80	0,0873	0,0270	0,0000	0,0000
1,85	0,0893	0,0261	0,0000	0,0000
1,90	0,0912	0,0253	0,0000	0,0000
1,95	0,0930	0,0244	0,0000	0,0000
2,00	0,0946	0,0237	0,0000	0,0000

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 2A).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0028	0,0152	0,0305	0,0000
0,55	0,0039	0,0176	0,0365	0,0000
0,60	0,0054	0,0204	0,0428	0,0000
0,65	0,0073	0,0226	0,0493	0,0000
0,70	0,0094	0,0248	0,0559	0,0000
0,75	0,0117	0,0269	0,0624	0,0000
0,80	0,0144	0,0287	0,0687	0,0000
0,85	0,0173	0,0302	0,0745	0,0000
0,90	0,0204	0,0315	0,0802	0,0000
0,95	0,0238	0,0325	0,0851	0,0000
1,00	0,0272	0,0333	0,0892	0,0000
1,05	0,0308	0,0339	0,0923	0,0000
1,10	0,0344	0,0345	0,0954	0,0000
1,15	0,0381	0,0347	0,0970	0,0000
1,20	0,0418	0,0349	0,0985	0,0000
1,25	0,0454	0,0348	0,0986	0,0000
1,30	0,0489	0,0347	0,0986	0,0000
1,35	0,0526	0,0347	0,0976	0,0000
1,40	0,0562	0,0346	0,0965	0,0000
1,45	0,0596	0,0344	0,0948	0,0000
1,50	0,0629	0,0341	0,0931	0,0000
1,55	0,0661	0,0337	0,0907	0,0000
1,60	0,0692	0,0332	0,0883	0,0000
1,65	0,0721	0,0327	0,0857	0,0000
1,70	0,0749	0,0321	0,0831	0,0000
1,75	0,0775	0,0315	0,0805	0,0000
1,80	0,0800	0,0309	0,0778	0,0000
1,85	0,0823	0,0304	0,0752	0,0000
1,90	0,0846	0,0298	0,0726	0,0000
1,95	0,0866	0,0291	0,0701	0,0000
2,00	0,0886	0,0283	0,0675	0,0000

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 2B).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0071	0,0222	0,0169	0,0000
0,55	0,0093	0,0245	0,0233	0,0000
0,60	0,0117	0,0263	0,0297	0,0000
0,65	0,0143	0,0276	0,0386	0,0000
0,70	0,0169	0,0285	0,0469	0,0000
0,75	0,0196	0,0290	0,0552	0,0000
0,80	0,0224	0,0291	0,0633	0,0000
0,85	0,0252	0,0290	0,0708	0,0000
0,90	0,0280	0,0286	0,0776	0,0000
0,95	0,0307	0,0280	0,0838	0,0000
1,00	0,0334	0,0272	4,0000	0,0000
1,05	0,0360	0,0264	0,0941	0,0000
1,10	0,0384	0,0254	0,0982	0,0000
1,15	0,0408	0,0245	0,1015	0,0000
1,20	0,0429	0,0235	0,1058	0,0000
1,25	0,0449	0,0225	0,1075	0,0000
1,30	0,0467	0,0215	0,1097	0,0000
1,35	0,0484	0,0205	0,1116	0,0000
1,40	0,0499	0,0196	0,1133	0,0000
1,45	0,0514	0,0187	0,1147	0,0000
1,50	0,0526	0,0178	0,1159	0,0000
1,55	0,0538	0,0170	0,1170	0,0000
1,60	0,0549	0,0162	0,1178	0,0000
1,65	0,0559	0,0156	0,1187	0,0000
1,70	0,0567	0,0147	0,1193	0,0000
1,75	0,0576	0,0141	0,1199	0,0000
1,80	0,0583	0,0134	0,1205	0,0000
1,85	0,0590	0,0128	0,1209	0,0000
1,90	0,0596	0,0122	0,1214	0,0000
1,95	0,0603	0,0117	0,1216	0,0000
2,00	0,0608	0,0112	0,1220	0,0000

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 3).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0037	0,0147	0,0073	0,0294
0,55	0,0051	0,0169	0,0105	0,0346
0,60	0,0069	0,1910	0,0143	0,0398
0,65	0,0089	0,0210	0,0189	0,0454
0,70	0,1110	0,2260	0,0242	0,0494
0,75	0,1350	0,2400	0,0301	0,0534
0,80	0,1510	0,2510	0,0383	0,0566
0,85	0,1870	0,2590	0,0428	0,0594
0,90	0,2150	0,2650	0,0496	0,0611
0,95	0,2420	0,2680	0,0562	0,0622
1,00	0,0269	0,0269	0,0625	0,0625
1,05	0,0296	0,0268	0,0686	0,0622
1,10	0,0322	0,0266	0,0743	0,0614
1,15	0,0347	0,0262	0,0796	0,0601
1,20	0,0370	0,0257	0,0844	0,0586
1,25	0,0393	0,0251	0,0886	0,0568
1,30	0,0414	0,0245	0,0926	0,0548
1,35	0,0434	0,0238	0,0961	0,0527
1,40	0,0452	0,0231	0,0992	0,0506
1,45	0,0469	0,0223	0,1019	0,0485
1,50	0,0485	0,0216	0,1044	0,0464
1,55	0,0500	0,0208	0,1065	0,0444
1,60	0,0513	0,0201	0,1085	0,0424
1,65	0,0526	0,0193	0,1101	0,0404
1,70	0,0537	0,0186	0,1116	0,0386
1,75	0,0548	0,0179	0,1130	0,0369
1,80	0,0558	0,0172	0,1142	0,0352
1,85	0,0566	0,0165	0,1152	0,0336
1,90	0,0574	0,0159	0,1161	0,0322
1,95	0,0582	0,0153	0,1170	0,0308
2,00	0,0589	0,0147	0,1175	0,0294

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 4A).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0015	0,0098	0,0206	0,0000
0,55	0,0021	0,0114	0,0205	0,0000
0,60	0,0030	0,0132	0,0292	0,0000
0,65	0,0040	0,0151	0,0340	0,0000
0,70	0,0053	0,0169	0,0390	0,0000
0,75	0,0068	0,0188	0,0441	0,0000
0,80	0,0085	0,0206	0,0493	0,0000
0,85	0,0105	0,0223	0,0545	0,0000
0,90	0,0128	0,0239	0,0597	0,0000
0,95	0,0152	0,0254	0,0647	0,0000
1,00	0,0179	0,0267	0,0694	0,0000
1,05	0,0209	0,0278	0,0737	0,0000
1,10	0,0239	0,0289	0,0780	0,0000
1,15	0,0272	0,0297	0,0814	0,0000
1,20	0,0304	0,0304	0,0848	0,0000
1,25	0,0339	0,0309	0,0872	0,0000
1,30	0,0373	0,0314	0,0896	0,0000
1,35	0,0408	0,0317	0,0910	0,0000
1,40	0,0443	0,0320	0,0924	0,0000
1,45	0,0480	0,0321	0,0928	0,0000
1,50	0,0517	0,0321	0,0932	0,0000
1,55	0,0548	0,0320	0,0928	0,0000
1,60	0,0578	0,0319	0,0923	0,0000
1,65	0,0610	0,0317	0,0913	0,0000
1,70	0,0641	0,0315	0,0902	0,0000
1,75	0,0670	0,0312	0,0887	0,0000
1,80	0,0699	0,0309	0,0871	0,0000
1,85	0,0726	0,0305	0,0853	0,0000
1,90	0,0753	0,0301	0,0834	0,0000
1,95	0,0777	0,0297	0,0814	0,0000
2,00	0,0801	0,0292	0,0794	0,0000

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 4B).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0073	0,0200	0,0198	0,0000
0,55	0,0093	0,0215	0,0262	0,0000
0,60	0,0114	0,0223	0,0328	0,0000
0,65	0,0136	0,0227	0,0393	0,0000
0,70	0,0157	0,0227	0,0454	0,0000
0,75	0,0178	0,0223	0,0511	0,0000
0,80	0,0198	0,0217	0,0560	0,0000
0,85	0,0218	0,0209	0,0602	0,0000
0,90	0,0235	0,0199	0,0639	0,0000
0,95	0,0252	0,0189	0,0669	0,0000
1,00	0,0267	0,0179	0,0694	0,0000
1,05	0,0281	0,0169	0,0719	0,0000
1,10	0,0293	0,0160	0,0733	0,0000
1,15	0,0303	0,0151	0,0748	0,0000
1,20	0,0313	0,0142	0,0760	0,0000
1,25	0,0322	0,0134	0,0771	0,0000
1,30	0,0330	0,0126	0,0779	0,0000
1,35	0,0337	0,0119	0,0786	0,0000
1,40	0,0343	0,0112	0,0792	0,0000
1,45	0,0348	0,0105	0,0797	0,0000
1,50	0,0353	0,0099	0,0802	0,0000
1,55	0,0358	0,0094	0,0805	0,0000
1,60	0,0362	0,0089	0,0808	0,0000
1,65	0,0371	0,0084	0,0812	0,0000
1,70	0,0369	0,0080	0,0814	0,0000
1,75	0,0372	0,0076	0,0816	0,0000
1,80	0,0375	0,0072	0,0818	0,0000
1,85	0,0378	0,0069	0,0820	0,0000
1,90	0,0379	0,0065	0,0821	0,0000
1,95	0,0382	0,0063	0,0822	0,0000
2,00	0,0383	0,0059	0,0823	0,0000

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 5A).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0041	0,0140	0,0093	0,0278
0,55	0,0053	0,0158	0,0129	0,0320
0,60	0,0072	0,0174	0,0171	0,0357
0,65	0,0091	0,0187	0,0219	0,0384
0,70	0,0110	0,0197	0,0270	0,0414
0,75	0,0131	0,0203	0,0323	0,0431
0,80	0,0151	0,0207	0,0375	0,0440
0,85	0,0171	0,0207	0,0426	0,0442
0,90	0,0190	0,0206	0,0473	0,0438
0,95	0,0209	0,0203	0,0516	0,0429
1,00	0,0226	0,0197	0,0555	0,0417
1,05	0,0243	0,0192	0,0591	0,0402
1,10	0,0258	0,0185	0,0621	0,0385
1,15	0,0271	0,0179	0,0648	0,0368
1,20	0,0283	0,0171	0,0672	0,0350
1,25	0,0295	0,0164	0,0692	0,0332
1,30	0,0305	0,0156	0,0709	0,0315
1,35	0,0314	0,0151	0,0724	0,0298
1,40	0,0323	0,0142	0,0738	0,0282
1,45	0,0330	0,0135	0,0749	0,0264
1,50	0,0337	0,0129	0,0759	0,0253
1,55	0,0343	0,0123	0,0767	0,0240
1,60	0,0348	0,0117	0,0775	0,0227
1,65	0,0353	0,0111	0,0781	0,0215
1,70	0,0358	0,0106	0,0786	0,0204
1,75	0,0362	0,0101	0,0792	0,0194
1,80	0,0365	0,0096	0,0796	0,0184
1,85	0,0369	0,0092	0,0799	0,0175
1,90	0,0372	0,0088	0,0803	0,0167
1,95	0,0375	0,0084	0,0806	0,0159
2,00	0,0378	0,0080	0,0808	0,0152

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 5B).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0041	0,0140	0,0093	0,0278
0,55	0,0053	0,0158	0,0129	0,0322
0,60	0,0072	0,0174	0,0172	0,0358
0,65	0,0091	0,0187	0,0219	0,0389
0,70	0,0111	0,0197	0,0271	0,0414
0,75	0,0131	0,0204	0,0323	0,0431
0,80	0,0151	0,0207	0,0375	0,0439
0,85	0,0171	0,0208	0,0426	0,0451
0,90	0,0191	0,0206	0,0472	0,0437
0,95	0,0209	0,0203	0,0517	0,0429
1,00	0,0226	0,0198	0,0556	0,0417
1,05	0,0242	0,0192	0,0589	0,0401
1,10	0,0257	0,0185	0,0622	0,0385
1,15	0,0271	0,0178	0,0647	0,0368
1,20	0,0284	0,0171	0,0672	0,0350
1,25	0,0295	0,0164	0,0691	0,0333
1,30	0,0305	0,0156	0,0709	0,0316
1,35	0,0314	0,0149	0,0723	0,0299
1,40	0,0322	0,0142	0,0737	0,0282
1,45	0,0330	0,0136	0,0748	0,0268
1,50	0,0337	0,0129	0,0758	0,0254
1,55	0,0343	0,0123	0,0766	0,0241
1,60	0,0348	0,0117	0,0773	0,0227
1,65	0,0353	0,0112	0,0779	0,0218
1,70	0,0358	0,0106	0,0785	0,0208
1,75	0,0362	0,0101	0,0791	0,0194
1,80	0,0365	0,0096	0,0796	0,0180
1,85	0,0368	0,0092	0,0800	0,0174
1,90	0,0371	0,0088	0,0803	0,0167
1,95	0,0374	0,0084	0,0802	0,0159
2,00	0,0377	0,0080	0,0800	0,0151

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Marcus (laje tipo 6).

λ	m_x	m_y	e_x	e_y
0,50	0,0026	0,0092	0,0049	0,0196
0,55	0,0033	0,0107	0,0070	0,0231
0,60	0,0044	0,0121	0,0096	0,0266
0,65	0,0057	0,0135	0,0127	0,0299
0,70	0,0072	0,0147	0,0162	0,0329
0,75	0,0088	0,0157	0,0200	0,0356
0,80	0,0106	0,0165	0,0242	0,0378
0,85	0,0124	0,0171	0,0286	0,0395
0,90	0,0143	0,0176	0,0330	0,0407
0,95	0,0161	0,0178	0,0374	0,0414
1,00	0,0179	0,0179	0,0417	0,0417
1,05	0,0197	0,0178	0,0457	0,0415
1,10	0,0214	0,0177	0,0495	0,0410
1,15	0,0230	0,0174	0,0530	0,0401
1,20	0,0244	0,0170	0,0562	0,0391
1,25	0,0258	0,0165	0,0591	0,0380
1,30	0,0271	0,0160	0,0617	0,0365
1,35	0,0283	0,0155	0,0641	0,0351
1,40	0,0293	0,0150	0,0661	0,0337
1,45	0,0303	0,0144	0,0684	0,0323
1,50	0,0312	0,0139	0,0696	0,0309
1,55	0,0320	0,0133	0,0710	0,0296
1,60	0,0327	0,0128	0,0723	0,0282
1,65	0,0333	0,0123	0,0734	0,0270
1,70	0,0340	0,0118	0,0744	0,0257
1,75	0,0346	0,0113	0,0753	0,0246
1,80	0,0351	0,0108	0,0761	0,0235
1,85	0,0355	0,0104	0,0774	0,0224
1,90	0,0359	0,0100	0,0774	0,0214
1,95	0,0363	0,0095	0,0779	0,0205
2,00	0,0367	0,0092	0,0784	0,0196

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

ANEXO B – TABELAS DO MÉTODO DE BARES

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 1).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	4,23	4,23	0,00	0,00
1,05	4,62	4,25	0,00	0,00
1,10	5,00	4,27	0,00	0,00
1,15	5,38	4,25	0,00	0,00
1,20	5,75	4,22	0,00	0,00
1,25	6,10	4,17	0,00	0,00
1,30	6,44	4,12	0,00	0,00
1,35	6,77	4,06	0,00	0,00
1,40	7,10	4,00	0,00	0,00
1,45	7,41	3,95	0,00	0,00
1,50	7,72	3,89	0,00	0,00
1,55	7,99	3,82	0,00	0,00
1,60	8,26	3,74	0,00	0,00
1,65	8,50	3,66	0,00	0,00
1,70	8,74	3,58	0,00	0,00
1,75	8,95	3,53	0,00	0,00
1,80	9,16	3,47	0,00	0,00
1,85	9,35	3,38	0,00	0,00
1,90	9,54	3,29	0,00	0,00
1,95	9,73	3,23	0,00	0,00
2,00	9,91	3,16	0,00	0,00
>2,00	12,50	3,16	0,00	0,00

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 2A).

Λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	2,91	3,54	0,00	8,40
1,05	3,26	3,64	0,00	8,79
1,10	3,61	3,74	0,00	9,18
1,15	3,98	3,80	0,00	9,53
1,20	4,35	3,86	0,00	9,88
1,25	4,72	3,89	0,00	10,16
1,30	5,09	3,92	0,00	10,41
1,35	5,44	3,93	0,00	10,64
1,40	5,79	3,94	0,00	10,86
1,45	6,12	3,91	0,00	11,05
1,50	6,45	3,88	0,00	11,23
1,55	6,76	3,85	0,00	11,39
1,60	7,07	3,81	0,00	11,55
1,65	7,28	3,78	0,00	11,67
1,70	7,49	3,74	0,00	11,79
1,75	7,53	3,69	0,00	11,88
1,80	7,56	3,63	0,00	11,96
1,85	8,10	3,58	0,00	12,05
1,90	8,63	3,53	0,00	12,14
1,95	8,86	3,45	0,00	12,17
2,00	9,08	3,36	0,00	12,20
>2,00	12,50	3,36	0,00	12,20

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 2B).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	3,54	2,91	8,40	0,00
1,05	3,77	2,84	8,79	0,00
1,10	3,99	2,76	9,17	0,00
1,15	4,19	2,68	9,49	0,00
1,20	4,38	2,59	9,80	0,00
1,25	4,55	2,51	10,06	0,00
1,30	4,71	2,42	10,32	0,00
1,35	4,86	2,34	10,54	0,00
1,40	5,00	2,25	10,75	0,00
1,45	5,12	2,19	10,92	0,00
1,50	5,24	2,12	11,09	0,00
1,55	5,34	2,04	11,23	0,00
1,60	5,44	1,95	11,36	0,00
1,65	5,53	1,87	11,48	0,00
1,70	5,61	1,79	11,60	0,00
1,75	5,68	1,74	11,72	0,00
1,80	5,75	1,68	11,84	0,00
1,85	5,81	1,67	11,94	0,00
1,90	5,86	1,59	12,03	0,00
1,95	5,90	1,54	12,08	0,00
2,00	5,94	1,48	12,13	0,00
>2,00	7,03	1,48	12,50	0,00

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 3).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	2,69	2,69	6,99	6,99
1,05	2,94	2,68	7,43	7,18
1,10	3,19	2,67	7,87	7,36
1,15	3,42	2,65	8,28	7,50
1,20	3,65	2,62	8,69	7,63
1,25	3,86	2,56	9,03	7,72
1,30	4,06	2,50	9,37	7,81
1,35	4,24	2,45	9,65	7,88
1,40	4,42	2,39	9,93	7,94
1,45	4,58	2,32	10,17	8,00
1,50	4,73	2,25	10,41	8,06
1,55	4,86	2,16	10,62	8,09
1,60	4,99	2,07	10,82	8,12
1,65	5,10	1,99	10,99	8,14
1,70	5,21	1,91	11,16	8,15
1,75	5,31	1,85	11,30	8,16
1,80	5,40	1,78	11,43	8,17
1,85	5,48	1,72	11,55	8,17
1,90	5,56	1,66	11,67	8,18
1,95	5,63	1,63	11,78	8,19
2,00	5,70	1,60	11,89	8,20
>2,00	7,03	1,60	12,50	8,20

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 4A).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	2,01	3,09	0,00	6,99
1,05	2,32	3,23	0,00	7,43
1,10	2,63	3,36	0,00	7,87
1,15	2,93	3,46	0,00	8,26
1,20	3,22	3,56	0,00	8,65
1,25	3,63	3,64	0,00	9,03
1,30	3,99	3,72	0,00	9,33
1,35	4,34	3,77	0,00	9,69
1,40	4,69	3,82	0,00	10,00
1,45	5,03	3,86	0,00	10,25
1,50	5,37	3,90	0,00	10,49
1,55	5,70	3,90	0,00	10,70
1,60	6,03	3,89	0,00	10,91
1,65	6,35	3,85	0,00	11,08
1,70	6,67	3,81	0,00	11,24
1,75	6,97	3,79	0,00	11,39
1,80	7,27	3,76	0,00	11,53
1,85	7,55	3,72	0,00	11,65
1,90	7,82	3,60	0,00	11,77
1,95	8,09	3,60	0,00	11,83
2,00	8,35	3,52	0,00	11,88
>2,00	12,50	3,52	0,00	11,88

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 4B).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	3,09	2,01	6,99	0,00
1,05	3,22	1,92	7,20	0,00
1,10	3,35	1,83	7,41	0,00
1,15	3,46	1,73	7,56	0,00
1,20	3,57	1,63	7,70	0,00
1,25	3,66	1,56	7,82	0,00
1,30	3,74	1,49	7,93	0,00
1,35	3,80	1,41	8,02	0,00
1,40	3,86	1,33	8,11	0,00
1,45	3,91	1,26	8,13	0,00
1,50	3,96	1,19	8,15	0,00
1,55	4,00	1,14	8,20	0,00
1,60	4,04	1,08	8,25	0,00
1,65	4,07	1,03	8,28	0,00
1,70	4,10	0,98	8,30	0,00
1,75	4,12	0,95	8,31	0,00
1,80	4,14	0,91	8,32	0,00
1,85	4,15	0,87	8,33	0,00
1,90	4,16	0,83	8,33	0,00
1,95	4,16	0,80	8,33	0,00
2,00	4,17	0,76	8,33	0,00
>2,00	4,17	0,76	8,33	0,00

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 5A).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	2,02	2,52	5,46	6,17
1,05	2,27	2,56	5,98	6,46
1,10	2,52	2,60	6,50	6,75
1,15	2,76	2,63	7,11	6,97
1,20	3,00	2,65	7,72	7,19
1,25	3,23	2,64	8,81	7,36
1,30	3,45	2,61	8,59	7,51
1,35	3,66	2,57	8,74	7,63
1,40	3,86	2,53	8,88	7,74
1,45	4,05	2,48	9,16	7,83
1,50	4,23	2,43	9,44	7,91
1,55	4,39	2,39	9,68	7,98
1,60	4,55	2,34	9,91	8,02
1,65	4,70	2,28	10,13	8,03
1,70	4,84	2,22	10,34	8,10
1,75	4,97	2,15	10,53	8,13
1,80	5,10	2,08	10,71	8,17
1,85	5,20	2,02	10,88	8,16
1,90	5,30	1,96	11,04	8,14
1,95	5,40	1,88	11,20	8,13
2,00	5,50	1,80	11,35	8,12
>2,00	7,03	1,80	12,50	8,12

Fonte: Pinheiro, 1993

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 5B).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	2,52	2,02	6,17	5,46
1,05	2,70	1,97	6,47	5,56
1,10	2,87	1,91	6,76	5,65
1,15	3,02	1,84	6,99	5,70
1,20	3,16	1,77	7,22	5,75
1,25	3,28	1,70	7,40	5,75
1,30	3,40	1,62	7,57	5,76
1,35	3,50	1,55	7,70	5,75
1,40	3,59	1,47	7,82	5,74
1,45	3,67	1,41	7,91	5,73
1,50	3,74	1,35	8,00	5,72
1,55	3,80	1,29	8,07	5,69
1,60	3,86	1,23	8,14	5,66
1,65	3,91	1,18	8,20	5,62
1,70	3,95	1,13	8,25	5,58
1,75	3,99	1,07	8,30	5,56
1,80	4,02	1,00	8,34	5,54
1,85	4,05	0,97	8,38	5,55
1,90	4,08	0,94	8,42	5,56
1,95	4,10	0,91	8,45	5,60
2,00	4,12	0,88	8,47	5,64
>2,00	4,17	0,88	8,33	5,64

Fonte: Pinheiro, 1993

Coefficientes para cálculo dos momentos máximos - Tabela de Bares (laje tipo 6).

λ	μ_x	μ_y	μ'_x	μ'_y
1,00	2,02	2,02	5,15	5,15
1,05	2,22	2,00	5,50	5,29
1,10	2,42	1,98	5,85	5,43
1,15	2,65	1,94	6,14	5,51
1,20	2,87	1,89	6,43	5,59
1,25	2,97	1,83	6,67	5,64
1,30	3,06	1,77	6,90	5,68
1,35	3,19	1,71	7,09	5,69
1,40	3,32	1,65	7,28	5,70
1,45	3,43	1,57	7,43	5,71
1,50	3,53	1,49	7,57	5,72
1,55	3,61	1,43	7,68	5,72
1,60	3,69	1,36	7,79	5,72
1,65	3,76	1,29	7,88	5,72
1,70	3,83	1,21	7,97	5,72
1,75	3,88	1,17	8,05	5,72
1,80	3,92	1,13	8,12	5,72
1,85	3,96	1,07	8,18	5,72
1,90	3,99	1,01	8,24	5,72
1,95	4,02	0,99	8,29	5,72
2,00	4,05	0,96	8,33	5,72
>2,00	4,17	0,96	8,33	5,72

Fonte: Pinheiro, 1993

ANEXO C – TABELAS DO MÉTODO DE CZERNY

Coefficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 1).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	27,20	27,20	0,00	0,00
1,05	24,50	27,50	0,00	0,00
1,10	22,40	27,90	0,00	0,00
1,15	20,70	28,40	0,00	0,00
1,20	19,10	29,10	0,00	0,00
1,25	17,80	29,90	0,00	0,00
1,30	16,80	30,90	0,00	0,00
1,35	15,80	31,80	0,00	0,00
1,40	15,00	32,80	0,00	0,00
1,45	14,30	33,80	0,00	0,00
1,50	13,70	34,70	0,00	0,00
1,55	13,20	35,40	0,00	0,00
1,60	12,70	36,10	0,00	0,00
1,65	12,30	36,70	0,00	0,00
1,70	11,50	37,30	0,00	0,00
1,75	11,50	37,90	0,00	0,00
1,80	11,30	38,50	0,00	0,00
1,85	11,00	38,90	0,00	0,00
1,90	10,80	39,40	0,00	0,00
1,95	10,60	39,80	0,00	0,00
2,00	10,40	40,30	0,00	0,00

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 2A).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	41,20	29,40	0,00	11,90
1,05	36,50	29,00	0,00	11,30
1,10	31,90	28,80	0,00	10,90
1,15	28,30	28,80	0,00	10,40
1,20	25,90	28,90	0,00	10,10
1,25	23,40	29,20	0,00	9,80
1,30	21,70	29,70	0,00	9,60
1,35	20,10	30,20	0,00	9,30
1,40	18,80	30,80	0,00	9,20
1,45	17,50	31,60	0,00	9,00
1,50	16,60	32,30	0,00	8,90
1,55	15,70	33,00	0,00	8,80
1,60	15,00	33,60	0,00	8,70
1,65	14,30	34,30	0,00	8,60
1,70	13,80	34,90	0,00	8,50
1,75	13,20	35,60	0,00	8,45
1,80	12,80	36,20	0,00	8,40
1,85	12,30	36,90	0,00	8,35
1,90	12,00	37,50	0,00	8,30
1,95	11,60	38,20	0,00	8,25
2,00	11,40	38,80	0,00	8,20

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 2B).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	31,40	41,20	11,90	0,00
1,05	29,20	43,20	11,30	0,00
1,10	27,30	45,10	10,90	0,00
1,15	25,80	47,10	10,50	0,00
1,20	24,50	48,80	10,20	0,00
1,25	23,40	50,30	9,90	0,00
1,30	22,40	51,80	9,70	0,00
1,35	21,60	53,20	9,40	0,00
1,40	21,00	54,30	9,30	0,00
1,45	20,30	55,00	9,10	0,00
1,50	19,80	55,60	9,00	0,00
1,55	19,40	56,20	8,90	0,00
1,60	19,00	56,80	8,80	0,00
1,65	18,60	57,30	8,70	0,00
1,70	18,30	57,80	8,60	0,00
1,75	18,00	58,20	8,50	0,00
1,80	17,80	58,60	8,40	0,00
1,85	17,50	58,80	8,30	0,00
1,90	17,40	59,00	8,30	0,00
1,95	17,20	59,10	8,30	0,00
2,00	17,10	59,20	8,30	0,00

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coefficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 3).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	42,70	40,20	14,30	14,30
1,05	38,00	41,00	13,30	13,80
1,10	35,10	42,00	12,70	13,60
1,15	32,20	42,90	12,00	13,30
1,20	30,00	44,00	11,50	13,10
1,25	28,00	45,60	11,10	12,90
1,30	26,50	47,60	10,70	12,80
1,35	25,20	49,60	10,30	12,70
1,40	24,10	51,00	10,00	12,60
1,45	23,10	52,10	9,80	12,50
1,50	22,20	53,00	9,60	12,40
1,55	21,60	54,10	9,40	12,30
1,60	21,00	54,80	9,20	12,30
1,65	20,40	55,60	9,10	12,20
1,70	19,90	56,30	8,90	12,20
1,75	19,50	57,00	8,80	12,20
1,80	19,10	57,70	8,70	12,20
1,85	18,70	58,30	8,60	12,20
1,90	18,40	59,00	8,50	12,20
1,95	18,10	59,60	8,40	12,20
2,00	17,90	60,20	8,40	12,20

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 4A).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	63,30	35,10	0,00	14,30
1,05	52,20	33,70	0,00	13,40
1,10	46,10	32,90	0,00	12,70
1,15	39,80	32,20	0,00	12,00
1,20	35,50	31,70	0,00	11,50
1,25	31,50	31,30	0,00	11,10
1,30	28,50	31,20	0,00	10,70
1,35	25,80	31,20	0,00	10,30
1,40	23,70	31,40	0,00	10,00
1,45	22,00	31,70	0,00	9,75
1,50	20,40	32,10	0,00	9,50
1,55	19,00	32,70	0,00	9,30
1,60	17,90	33,30	0,00	9,20
1,65	16,90	34,00	0,00	9,05
1,70	16,00	34,90	0,00	8,90
1,75	15,20	35,90	0,00	8,80
1,80	14,60	37,10	0,00	8,70
1,85	13,90	38,30	0,00	8,60
1,90	13,40	39,70	0,00	8,50
1,95	12,90	41,10	0,00	8,40
2,00	12,50	42,40	0,00	8,40

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 4B).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	35,10	61,70	14,00	0,00
1,05	33,00	64,50	13,80	0,00
1,10	31,70	67,20	13,50	0,00
1,15	30,40	69,60	13,20	0,00
1,20	29,40	71,50	13,00	0,00
1,25	28,50	72,80	12,70	0,00
1,30	27,80	73,50	12,60	0,00
1,35	27,10	74,10	12,40	0,00
1,40	26,60	74,60	12,30	0,00
1,45	26,10	75,30	12,20	0,00
1,50	25,80	75,80	12,20	0,00
1,55	25,40	76,50	12,10	0,00
1,60	25,20	77,00	12,00	0,00
1,65	24,90	77,00	12,00	0,00
1,70	24,70	77,00	12,00	0,00
1,75	24,50	77,00	12,00	0,00
1,80	24,40	77,00	12,00	0,00
1,85	24,30	77,00	12,00	0,00
1,90	24,30	77,00	12,00	0,00
1,95	24,20	77,00	12,00	0,00
2,00	24,10	77,00	12,00	0,00

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 5A).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	55,90	44,10	18,30	16,20
1,05	51,60	43,60	16,60	15,40
1,10	46,10	43,70	15,40	14,80
1,15	41,40	44,20	14,40	14,30
1,20	37,50	44,80	13,50	13,90
1,25	34,20	40,50	12,70	13,50
1,30	31,80	46,90	12,20	13,30
1,35	29,60	48,60	11,60	13,10
1,40	28,00	50,30	11,20	13,00
1,45	26,40	52,30	10,90	12,80
1,50	25,20	55,00	10,60	12,70
1,55	24,20	58,20	10,30	12,60
1,60	23,30	61,60	10,10	12,60
1,65	22,50	65,60	9,90	12,50
1,70	21,70	70,40	9,70	12,50
1,75	21,10	75,00	9,50	12,40
1,80	20,50	79,60	9,40	12,40
1,85	20,00	84,70	9,20	12,30
1,90	19,50	89,80	9,00	12,30
1,95	19,10	95,40	8,90	12,30
2,00	18,70	101,00	8,80	12,30

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 5B).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	44,10	55,90	16,20	18,30
1,05	40,50	57,50	15,30	17,90
1,10	37,90	60,30	14,80	17,70
1,15	35,50	64,20	14,20	17,60
1,20	33,80	66,20	13,90	17,50
1,25	32,30	67,70	13,50	17,50
1,30	31,00	69,00	13,20	17,50
1,35	29,90	70,50	12,90	17,50
1,40	29,00	72,00	12,70	17,50
1,45	28,20	73,40	12,60	17,50
1,50	27,60	75,20	12,50	17,50
1,55	27,00	76,90	12,40	17,50
1,60	26,50	78,70	12,30	17,50
1,65	26,10	80,50	12,20	17,50
1,70	25,70	82,50	12,20	17,50
1,75	25,30	84,60	12,10	17,50
1,80	25,10	86,80	12,10	17,50
1,85	24,90	89,20	12,00	17,50
1,90	24,70	91,70	12,00	17,50
1,95	24,60	94,30	12,00	17,50
2,00	24,50	97,00	12,00	17,50

Fonte: Souza e Cunha, 1994.

Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos - Tabela de Czerny (laje tipo 6).

λ	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	56,80	56,80	19,40	19,40
1,05	50,60	58,20	18,20	18,80
1,10	46,10	60,30	17,10	18,40
1,15	42,40	62,60	16,30	18,10
1,20	39,40	65,80	15,50	17,90
1,25	37,00	69,40	14,90	17,70
1,30	34,80	73,60	14,50	17,60
1,35	33,30	78,40	14,00	17,50
1,40	31,90	83,40	13,70	17,50
1,45	30,60	89,40	13,40	17,50
1,50	29,60	93,50	13,20	17,50
1,55	28,80	96,10	13,00	17,50
1,60	28,10	98,10	12,80	17,50
1,65	27,50	99,90	12,70	17,50
1,70	26,90	101,30	12,50	17,50
1,75	26,40	102,40	12,40	17,50
1,80	26,00	103,30	12,30	17,50
1,85	25,70	104,00	12,12	17,50
1,90	25,40	104,60	12,10	17,50
1,95	25,20	104,90	12,00	17,50
2,00	25,00	105,00	12,00	17,50

Fonte: Souza e Cunha, 1994.