

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE MINAS GERAIS - CAMPUS FORMIGA
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Arielly Árian Pimenta Diniz

**ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DO DIODO TÚNEL E MODELAGEM DE
CIRCUITOS OSCILADORES**

Formiga

2025

ARIELLY ÁRIAN PIMENTA DINIZ

**ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DO DIODO TÚNEL E MODELAGEM DE
CIRCUITOS OSCILADORES**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado ao Curso Bacharelado em
Engenharia Elétrica do Instituto Federal
de Minas Gerais - Campus Formiga para
obtenção do grau de Bacharel em
Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Vinicius
Tayette da Nobrega

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Lobato
Campos

Formiga

2025

Diniz, Arielly Árian Pimenta

D621.38152e Estudo teórico e experimental do diodo tunel e modelagem de circuitos osciladores. / Arielly Árian Pimenta Diniz – Formiga : IFMG, 2025.
71 p. :il. color.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Vinícius Tayette da Nobrega
Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica)
– Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais
– *Campus* Formiga.

1 Tunelamento quântico. 2. Diodo túnel. 3. Resistência diferencial negativa.
4. Circuitos osciladores. 5. Dispositivo de alta frequência I. Nobrega, Rafael
Vinícius Tayette da. II. Título.

CDD 621.38152

ARIELLY ÁRIAN PIMENTA DINIZ

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DO DIODO TÚNEL E MODELAGEM DE CIRCUITOS OSCILADORES

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso Bacharelado em Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - Campus Formiga como requisito parcial para obtenção de título de bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Vinicius Tayette da Nobrega

Avaliado em 01 de dezembro de 2025.

Nota: 100 pontos.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Rafael Vinicius Tayette da Nobrega (Orientador)

Prof. Me. Marco Antônio Silva Pereira

Prof. Me. Roque Teles Frade Paulinelli

Formiga, 03 de dezembro de 2025.



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Vinicius Tayette da Nobrega, Professor**, em 03/12/2025, às 22:22, conforme Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **Marco Antônio Silva Pereira, Professor**, em 04/12/2025, às 06:36, conforme Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **Roque Teles Frade Paulinelli, Professor**, em 04/12/2025, às 18:05, conforme Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.ifmg.edu.br/consultadocs> informando o código verificador **2547405** e o código CRC **76C5ABC2**.

23211.002004/2025-17

2506484v1

Dedico este trabalho àqueles que, pela sua crença e apoio incondicional, foram minha maior fonte de inspiração e motivação. Esta conquista sela a conclusão de um ciclo, comprovando que a persistência e o esforço sempre guiam à realização.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Edmar e Flávia, agradeço pela vida. Nossa convivência me ensinou que, muitas vezes, é na adversidade que descobrimos nossa verdadeira força. Obrigada por serem o ponto de partida da minha história, ensinando-me a buscar meus sonhos com autonomia e coragem.

Ao meu amor, Breno, e aos meus amigos, minha gratidão por serem a família que o coração escolheu. Vocês foram o refúgio necessário e o combustível emocional que manteve minha persistência acesa nos momentos de incerteza.

Aos meus orientadores Rafael Vinicius Tayette da Nobrega e Gustavo Lobato Campos, meu profundo reconhecimento. Agradeço por lapidarem meu esforço com suas visões distintas, pela inspiração constante e pelo rigor técnico que elevou a qualidade desta pesquisa.

Aos demais professores do curso, obrigada por compartilharem seus ensinamentos que ajudaram a definir meu caráter profissional. Encerro esta jornada com a certeza de ter dedicado meu máximo, e com o coração grato por ter recebido o auxílio essencial de todos os que me apoiaram.

”Luceat lux vestra.”

Mateus 5:16

RESUMO

O diodo túnel, conhecido pelo fenômeno da resistência diferencial negativa (NDR, do inglês *Negative Differential Resistance*), é um dispositivo fundamental para aplicações de alta frequência, tais como osciladores e amplificadores. Neste contexto, este trabalho apresenta o estudo teórico e experimental do diodo túnel de Germânio (Ge) 1N3712. Para isso, primeiramente, realizou-se a caracterização experimental da curva característica I-V do dispositivo. Os parâmetros extraídos desta curva foram validados em comparação com os dados nominais do fabricante, apresentando uma concordância satisfatória, com erro máximo de 9,23%. Dessa forma, utilizando os dados experimentais, foi implementado o modelo matemático baseado na aproximação cúbica para descrever a região de NDR, o que permitiu a derivação da condutância diferencial negativa, com valor mínimo de $-4,6 \text{ mS}$. Posteriormente, desenvolveu-se analítica e numericamente um circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712. Assim, as frequências de corte (1,8 GHz) e oscilação (3,2 GHz) foram calculadas. As simulações numéricas, realizadas via MATLAB, demonstraram a capacidade do circuito de operar tanto em regime amortecido quanto em regime de oscilação estável. A abordagem numérica foi validada pela comparação entre as frequências de oscilação analíticas e numéricas, que apresentaram concordância superior a 94,4%. Sendo assim, analisou-se a potência de saída, determinando o limite teórico máximo de $P_{\text{max}} = 47 \mu\text{W}$ e uma eficiência de conversão de 40,4%. A análise investigou também a degradação da potência devido aos elementos parasitas e frequência de operação, resultando em potências de saída de $-13,4 \text{ dBm}$ ($45,7 \mu\text{W}$) a 220 MHz até $-26,7 \text{ dBm}$ ($2,2 \mu\text{W}$) a 2,23 GHz. Por fim, de posse dos resultados, conclui-se que o circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712 é um potencial candidato para atender os requisitos técnicos de aplicações em sistemas de comunicação sem fio e de baixa potência.

Palavras-chave: Tunelamento quântico. Diodo túnel. Resistência diferencial negativa. Circuitos osciladores. Dispositivo de alta frequência.

ABSTRACT

The tunnel diode, known for the phenomenon of negative differential resistance (NDR), is a fundamental device for high-frequency applications such as oscillators and amplifiers. In this context, this work presents a theoretical and experimental study of the 1N3712 germanium (Ge) tunnel diode. Firstly, the I-V characteristic curve of the device was experimentally characterized. The parameters extracted from this curve were validated against the manufacturer's nominal data, showing satisfactory agreement with a maximum error of 9.23%. In this way, using experimental data, a mathematical model based on cubic approximation was implemented to describe the NDR region, which allowed the derivation of negative differential conductance, with a minimum value of -4.6 mS. Subsequently, an oscillator circuit based on a 1N3712 tunnel diode was developed analytically and numerically. Thus, the theoretical cutoff (1.8 GHz) and oscillation (3.2 GHz) frequencies were calculated. Numerical simulations performed using MATLAB demonstrated the circuit's ability to operate in both damped and stable oscillation modes. The numerical approach was validated by comparing the analytical and numerical oscillation frequencies, which showed an agreement of over 94.4%. Therefore, the output power was analyzed, determining the theoretical maximum limit of $P_{\max} = 47$ μ W and a conversion efficiency of 40.4%. The analysis also investigated power degradation due to parasitic elements and operating frequency, resulting in output powers ranging from -13.4 dBm (45.7 μ W) at 220 MHz to -26.7 dBm (2.2 μ W) at 2.23 GHz. Finally, based on the results, it is concluded that the 1N3712 tunnel diode-based oscillator circuit is a potential candidate to fulfill the technical requirements of low-power wireless communication system applications.

Keywords: Quantum tunneling. Tunnel diode. Negative differential resistance. Oscillator circuits. High-frequency device.

Lista de Figuras

1	Representação esquemática do poço quadrado infinito.	7
2	Representação esquemática das energias de uma partícula no poço de potencial infinito.	9
3	Funções de onda para os três primeiros números quânticos $n = 1, 2$ e 3	10
4	Representação esquemática do poço quadrado finito.	11
5	Representação esquemática de um potencial degrau.	12
6	Representação esquemática de uma barreira de potencial.	15
7	Uma função de onda possível para uma partícula tunelando através da barreira de energia potencial	18
8	Representação esquemática do nível de Fermi (E_F) antes da junção PN, onde E_i representa o nível de energia no material semiconductor intrínseco (puro). . .	20
9	Representação esquemática do campo elétrico formado após a junção PN – formação da região de depleção.	20
10	Representação esquemática dos níveis de energia na região de depleção da junção PN.	21
11	Comparação entre as curvas características I-V do diodo retificador comum e do diodo túnel.	22
12	Representação esquemática do diodo túnel que é composto por uma junção PN altamente dopada e a curva característica I-V em função das tensões de polarização.	23
13	Representação esquemática da curva característica (I-V) do diodo túnel, com indicação da região NDR com $gd < 0$	24
14	Comparação das curvas características I-V para os diodos túneis de Ge e GaAs.	25
15	Circuito elétrico equivalente do diodo túnel, na análise de pequenos sinais.	27
16	Circuito elétrico equivalente do oscilador baseado em diodo túnel.	30
17	Representação esquemática da simplificação do circuito oscilador baseado em diodo túnel, evidenciando os elementos parasitas.	32
18	Fotografia do diodo túnel 1N3712 com a indicação do símbolo, ânodo e cátodo do dispositivo medido.	34
19	Representação do circuito equivalente do divisor de tensão	35

20	Montagem experimental do divisor de tensão confeccionado para realizar a medição da curva I-V do diodo túnel 1N3712.	36
21	Representação esquemática do circuito oscilador baseado em diodo túnel alimentado por uma fonte de tensão contínua.	38
22	Curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712.	41
23	Comparação entre as curvas I-V experimental e na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712.	43
24	Curvas características I-V e G-V do diodo túnel 1N3712 obtidas pela aproximação cúbica, para a região de NDR.	44
25	Oscilação amortecida: (a) corrente de saída em função do tempo; (b) tensão de saída em função do tempo e (c) espaço de fase tensão – corrente.	46
26	Oscilação permanente: (a) corrente de saída em função do tempo; (b) tensão de saída em função do tempo e (c) espaço de fase tensão – corrente.	47
27	(a) Representação esquemática do circuito oscilador baseado em diodo túnel. (b) Potência de saída em função da frequência de ressonância do circuito oscilador baseado no diodo túnel Ge 1N3712.	50

Lista de Tabelas

1	Valores dos parâmetros do diodo túnel 1N3712 extraídos do <i>datasheet</i>	37
2	Comparação dos valores do <i>datasheet</i> e experimental dos parâmetros I_p , V_p , I_v e V_v do diodo túnel 1N3712.	42
3	Resultados da comparação entre os valores da frequência de oscilação analítica e numérica, para a tensão aplicada na região de NDR.	48

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Justificativa	2
1.3	Objetivos	3
1.3.1	<i>Objetivo Geral</i>	3
1.3.2	<i>Objetivos Específicos</i>	3
1.4	Estrutura do Trabalho	4
1.5	Trabalhos Publicados	4
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1	Equação de Schrödinger	5
2.2	Barreira de Potencial	7
2.2.1	<i>Poço quadrado infinito</i>	7
2.2.2	<i>Poço quadrado finito</i>	10
2.2.3	<i>Potencial Degrau</i>	12
2.2.4	<i>Barreira de Potencial: Efeito Túnel</i>	14
2.3	Junção PN	18
2.3.1	<i>Barreira de Potencial do semiconductor</i>	19
2.4	Diodo túnel	21
2.5	Curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel	25
2.6	Circuito oscilador baseado em diodo túnel	27
2.7	Potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel	30
3	METODOLOGIA	34
3.1	Medição da curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712	34
3.2	Determinação da curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712	36
3.3	Implementação teórica e numérica do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712	37
3.4	Potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712	39

	2
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
4.1 Curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712	40
4.2 Curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712	42
4.3 Análise de desempenho do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712 .	44
4.4 Análise da potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712	49
5 CONCLUSÃO	52
5.1 Trabalhos Futuros	53
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A invenção do transistor em 1947 causou um enorme impacto na tecnologia imersa em nosso cotidiano e no desenvolvimento econômico mundial, a ponto de ser considerada a mais importante invenção em Engenharia Elétrica do século XX, cujo impacto é sentido a todo momento, em todo lugar, na Era da Informação (ROSS, 1998). A partir disso, com a evolução das técnicas de fabricação de dispositivos semicondutores, já na década de 1960, a eletrônica possuía uma gama de dispositivos e fenômenos físicos conhecidos, com muitos aspectos teóricos bem estabelecidos para produzir diversos produtos (ROSS, 1998).

Neste contexto, aproveitando o caráter dual e a natureza quântica dos materiais semicondutores de dimensão reduzida, tem-se, em 1958, a concepção e fabricação do primeiro dispositivo eletrônico considerando tais características, o diodo túnel de Leo Esaki (ESAKI, 1958). Em Esaki (1958) foi observado o efeito de resistência diferencial negativa (NDR, do inglês *Negative Differential Resistance*) em junções PN altamente dopadas, originando assim uma nova classe de dispositivos que exibiam o fenômeno físico denominado como tunelamento quântico.

Desde a sua invenção, o diodo túnel destaca-se por oferecer alta resposta acompanhada de um baixo consumo de potência e funcionamento em temperatura ambiente, possibilitando assim o desenvolvimento de dispositivos eletrônicos ultrarrápidos, com frequências de oscilação da ordem de GHz e que podem ser aplicados em tecnologias sem fio para Internet das Coisas (IoT, do inglês *Internet of Things*).

Neste aspecto, verifica-se que, atualmente, o diodo túnel está sendo amplamente empregado. Por exemplo, em (DIA *et al.*, 2024), os autores reportaram a fabricação e caracterização de um sensor de movimento sem fio, tag RFID (*Radio Frequency Identification*), baseado em um oscilador controlado pela tensão (VCO, do inglês *Voltage-Controlled Oscillator*) de um diodo túnel. O sistema necessita de uma tensão contínua de 120 mV e uma quantidade de energia armazenada de 0,72 μJ para funcionar adequadamente. Este sistema faz parte dos dispositivos ZeroPower da próxima geração da IoT. Adicionalmente, ressalta-se que o sistema consegue atender os requisitos técnicos da comunicação sem fio de baixa potência devido às características dos diodos túneis. Ademais, tal constatação é corroborada pelos trabalhos de (LIM *et al.*, 2024) e (BHADAURIA *et al.*, 2024), cujos autores também utilizam diodos túneis na confecção de sistemas de sensores de movimento sem fio.

Portanto, o presente trabalho objetiva a realização do estudo experimental e teórico do diodo túnel de Germânio (Ge) 1N3712, visando a compreensão do dispositivo e a obtenção de suas principais figuras de mérito. Posteriormente, é desenvolvida a implementação teórica do circuito oscilador baseado no diodo túnel. Por fim, é realizada a análise de sua potência de saída como uma métrica fundamental no projeto de um transmissor sem fio.

1.2 Justificativa

O avanço dos sistemas embarcados e da IoT é limitado por um enorme desafio, o desequilíbrio energético, onde a comunicação sem fio consome ordens de grandeza a mais de energia do que o sensoriamento e o processamento. Essa discrepância resulta na dependência de baterias volumosas e com curta duração, dificultando implantações de longo prazo e em larga escala (MEDARANGA; CHINTHALAPANI; YAN, 2025).

Atualmente, os transmissores de rádio convencionais, que suportam padrões como BLE (do inglês *Bluetooth Low Energy*) e Wi-Fi, consomem dezenas de miliwatts (mW), limitando a vida útil da bateria e dificultando o desenvolvimento de dispositivos compactos e autônomos (THADDEUS *et al.*, 2024) (CHINTHALAPAN *Iet al.*, 2025).

Como resposta, a comunicação por retroespalhamento (*Backscatter*) surge como uma solução promissora, permitindo transmissões com consumo na ordem de microwatts (μW) ao transferir a tarefa de geração de portadora para uma infraestrutura externa. Ainda assim, a grande dependência de um dispositivo emissor de portadora, que geralmente deve ser potente e estar próximo ao transmissor, representa uma barreira significativa para a sua adoção em larga escala em cenários do mundo real (THADDEUS *et al.*, 2024) (MEDARANGA; CHINTHALAPANI; YAN, 2025) (CHINTHALAPANI *et al.*, 2025).

Para superar essa limitação, emerge uma nova classe de transmissores, chamados de “além do retroespalhamento” (*Beyond-Backscatter*), que buscam gerar seu próprio sinal de portadora RF (rádio frequência), mantendo um consumo energético comparável ao do retroespalhamento (CHINTHALAPANI *et al.*, 2025).

A tecnologia disruptiva fundamental para viabilizar essa abordagem é o diodo túnel. Devido à sua região de NDR e o acoplamento a um circuito ressonante, ele forma um circuito oscilador capaz de gerar sinais de RF com baixo consumo, geralmente em torno de centenas de μW . Dessa forma, um dos diodos túneis utilizados para o desenvolvimento do circuito oscilador é o diodo túnel de Germânio (Ge) 1N3712, que é um componente frequentemente utilizado em

protótipos de pesquisa de baixa potência. O balanço inevitável para alcançar um consumo de energia ultrabaixo resulta em emissões de RF inerentemente fracas (THADDEUS *et al.*, 2024).

Posto isto, pesquisas indicam que a potência de saída de transmissores baseados neste componente pode ser em torno de $12 \mu\text{W}$, o que, embora limite o alcance em comparação com sistemas tradicionais, é suficiente para aplicações de curto (1 a 10 metros) e médio (10 a 50 metros) alcance e simplifica a conformidade com regulamentações de espectro não licenciado. Essa baixa potência de transmissão elimina a necessidade de circuitos complexos de amplificação e, quando combinada com receptores de alta sensibilidade, viabiliza uma comunicação eficiente e autônoma (THADDEUS *et al.*, 2024) (MEDARANGA; CHINTHALAPANI; YAN, 2025) (CHINTHALAPANI *et al.*, 2025).

Por fim, o estudo teórico e experimental do circuito oscilador baseado no diodo túnel de Germânio 1N3712 é importante e relevante para o desenvolvimento de transmissores sem fio com ultrabaixo consumo de potência, que é um dos principais desafios da IoT, contribuindo diretamente para a próxima geração de dispositivos autônomos e de custo reduzido.

1.3 Objetivos

1.3.1 *Objetivo Geral*

O objetivo geral deste trabalho é realizar o estudo experimental e teórico do diodo túnel de Germânio (Ge) 1N3712, visando a compreensão de seu funcionamento, a implementação teórica e numérica de um circuito oscilador baseado no diodo em questão, e análise de sua potência de saída para o desenvolvimento de transmissores sem fio de baixa potência.

1.3.2 *Objetivos Específicos*

Para que o objetivo geral deste trabalho seja alcançado é necessário estabelecer os seguintes objetivos específicos:

- Realizar estudo teórico sobre os fundamentos de Mecânica Quântica e de Semicondutores para compreender o fenômeno de tunelamento, bem como o funcionamento do diodo túnel;
- Realizar a medição experimental da curva característica corrente-tensão (I-V) do diodo túnel 1N3712;

- Validar os parâmetros experimentais extraídos da curva I-V com os valores nominais fornecidos pelo fabricante;
- Empregar o formalismo da aproximação cúbica para determinar a curva I-V do dispositivo, com base nos parâmetros experimentais;
- Calcular analiticamente as frequências de corte e de oscilação do diodo túnel 1N3712;
- Implementar numericamente o circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712;
- Analisar a potência de saída máxima teórica, a potência de consumo DC e a eficiência de conversão DC/AC do dispositivo;
- Investigar a degradação da potência de saída em função da frequência de oscilação, considerando os elementos parasitas do diodo túnel.

1.4 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho de conclusão de curso é dividido da seguinte maneira: no Capítulo 1, é apresentada a introdução, detalhando a motivação e a justificativa para o estudo do diodo túnel. O Capítulo 2 aborda a fundamentação teórica necessária para a compreensão do trabalho. No Capítulo 3, é detalhada a metodologia desenvolvida, descrevendo a medição experimental do diodo túnel e a implementação analítica e numérica do circuito oscilador baseado em diodo túnel. No Capítulo 4, são apresentados os resultados e as discussões deste trabalho. Por fim, no Capítulo 5, são mostradas as conclusões e as sugestões para os trabalhos futuros deste trabalho.

1.5 Trabalhos Publicados

A seguir são apresentadas as publicações oriundas deste trabalho de conclusão de curso:

1. DINIZ, Arielly; CAMPOS, Gustavo; NÓBREGA, Rafael. Estudo teórico de circuito oscilador baseado em diodo túnel. *In*: SEMINÁRIO DE PESQUISA E INOVAÇÃO, VII, 2024, Formiga. **Anais eletrônicos** [...]. Formiga: IFMG – Campus Formiga, 2024.
2. DINIZ, Arielly; FONSECA, Gabriel; CAMPOS, Gustavo; NÓBREGA, Rafael. Estudo teórico da potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel. *In*: SEMINÁRIO DE PESQUISA E INOVAÇÃO, VIII, 2025, Formiga. **Anais eletrônicos** [...]. Formiga: IFMG – Campus Formiga, 2025.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos necessários para compreender o funcionamento do diodo túnel e do circuito oscilador baseado em diodo túnel.

2.1 Equação de Schrödinger

Para a compreensão do fenômeno de tunelamento quântico, que é uma das principais características do diodo túnel, deve-se desenvolver formalismos de Mecânica Quântica que utilizam a equação de Schrödinger para desenvolver problemas de barreira potencial, poço quântico e potencial degrau.

Neste contexto, a equação de Schrödinger estabelece que a energia total de uma partícula, quando analisada através dos operadores que atuam sobre a função de onda, é composta pela soma da energia cinética e da energia potencial (YOUNG, 2016).

Em outras palavras, essa equação relaciona a energia total da partícula à contribuição da energia cinética, que está associada ao movimento da partícula, e à energia potencial, que está relacionada às interações da partícula com seu ambiente ou campo,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\vec{r},t) + V\Psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}, \quad (1)$$

onde m é a massa efetiva da partícula no meio, \hbar é a constante de Planck reduzida, $\Psi(\vec{r},t)$ é a função de onda da partícula em função de \vec{r} e t e V é a energia potencial.

Quando o potencial V não apresenta variação ao longo do tempo, é fundamental recorrer ao método de separação de variáveis para resolver a equação diferencial associada (SADIKU, 2019). Esse método permite dividir a equação em duas ou mais equações mais simples, cada uma dependendo de apenas uma das variáveis envolvidas,

$$\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})\varphi(t). \quad (2)$$

Substituindo a Eq. (2) em (1), obtém-se

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r})\varphi(t) + V\psi(\vec{r})\varphi(t) = i\hbar\frac{\partial(\varphi(t))}{\partial t}\psi(\vec{r}). \quad (3)$$

Na sequência, dividindo ambos os lados da equação pelo produto $\psi(\vec{r})\varphi(t)$:

$$\frac{1}{\psi(\vec{r})} \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + V\psi(\vec{r}) \right] = \frac{1}{\varphi(t)} \left[i\hbar\frac{\partial\varphi(t)}{\partial t} \right]. \quad (4)$$

Analisando a Eq. (4), nota-se então que o lado direito da equação não depende de \vec{r} e o lado esquerdo não depende de t . O valor comum dos dois lados não pode depender de \vec{r} ou t , devendo ser uma constante. Agora, igualando o lado direito da Eq. (4) a E , determina-se

$$E = \frac{1}{\varphi(t)} i\hbar \frac{d\varphi(t)}{dt},$$

$$\frac{E}{i\hbar} = \frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi(t)}{dt},$$

$$\int \frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi(t)}{dt} dt = \int \frac{E}{i\hbar} dt,$$

$$\ln \varphi(t) = \frac{Et}{i\hbar},$$

$$e^{\ln \varphi(t)} = e^{\frac{Et}{i\hbar}},$$

$$\varphi(t) = e^{-\frac{iEt}{\hbar}}.$$

Com isso, têm se que:

$$\varphi(t) = \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right), \quad (5)$$

onde $\varphi(t)$ é uma função oscilante no tempo com frequência angular $\omega = \frac{E}{\hbar}$ e E é a energia do estado cuja função de onda é solução da Eq (1).

Assim, ao igualar a Eq. (5) com o lado esquerdo da Eq. (4), obtém-se uma equação diferencial com variáveis de espaço

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}). \quad (6)$$

Observando a Eq. (6), verifica-se que a parte esquerda da Eq. (6) é o Hamiltoniano do sistema, o que permite escrever:

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}), \quad (7)$$

com

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}). \quad (8)$$

A Eq. (7) é uma equação de autovalores e sua solução dá a parte espacial das autofunções,

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right). \quad (9)$$

onde $\Psi(\vec{r})$ representa a autofunção com energia E . Posteriormente, pode-se diferenciar a densidade de probabilidade de encontrar a partícula com função de onda expressa na Eq. (9) na posição \vec{r} é:

$$P(\vec{r}, t) = \Psi^*(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r})|^2. \quad (10)$$

Por fim, têm se que a Eq. (10) representa a equação de Schrödinger independente do tempo. E assim, se uma partícula tem num certo instante uma função de onda dada por uma autofunção ela permanece indefinidamente com a mesma função. A partícula nesta situação permanece num estado estacionário. Na sequência, são apresentadas soluções da Eq. de Schrödinger em problemas típicos de Mecânica Quântica que são utilizados para compreender o conceito de tunelamento quântico.

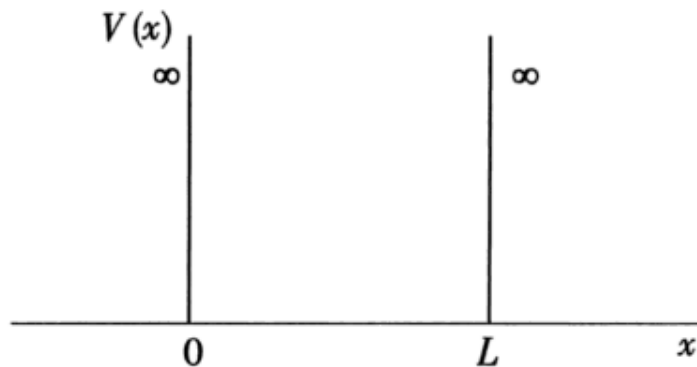
2.2 Barreira de Potencial

2.2.1 Poço quadrado infinito

O poço quadrado infinito pode ser representado como uma caixa infinita que possui paredes infinitamente altas, conforme mostrado na Figura 1. Neste exemplo, as partículas se comportam de acordo com as soluções de onda, regidas pelas Eqs. de Schrodinger (YOUNG, 2016).

Inicialmente é necessário obter os estados estacionários de uma partícula m que se movimenta livremente no interior de um poço potencial de partículas com paredes infinitamente altas em uma dimensão. Além disso, sabe-se que nas extremidades do poço as paredes impossibilitam a passagem da partícula.

Figura 1 – Representação esquemática do poço quadrado infinito.



Antes de utilizar a Eq. de Schrodinger independente do tempo para encontrar a função de onda $\Psi(x)$, deve-se considerar o perfil de potencial $V(x)$ do poço quadrado infinito como,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & x \leq 0 \text{ e } x \geq L \end{cases}$$

Agora, aplicando a Eq. (6) no interior do poço de potencial obtém-se

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi. \quad (11)$$

Antes de resolver a Eq. (11), deve-se utilizar a expressão de De Broglie para encontrar a relação entre K e a energia E como,

$$\frac{h}{p} = \lambda = \frac{2\pi}{K},$$

$$K = \frac{2\pi p}{h} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar},$$

$$K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (12)$$

Substituindo a Eq. (12) em (11), $\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -K^2\Psi$, que possui a solução geral: $\Psi(x) = A \sin(Kx) + B \cos(Kx)$.

Aplicando a condição de contorno, que garante que a partícula não esteja fora do poço, determina-se:

$$\text{Como } \Psi(0) = 0$$

$$0 = A \sin(0) + B \cos(0) \rightarrow B = 0$$

$$\text{Como } \Psi(L) = 0$$

$$0 = A \sin(KL) + B \cos(KL) \rightarrow 0 = A \sin(KL)$$

$A = 0$ não é uma solução aceitável, pois dessa forma $\Psi(x)$ seria zero dentro da caixa.

Com isso, tem-se que:

$$K_n L = n\pi \rightarrow K_n = n \frac{\pi}{L} \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$K_n = \frac{2\pi}{\lambda n} = n \frac{\pi}{L} \rightarrow \lambda n = \frac{2L}{n}$$

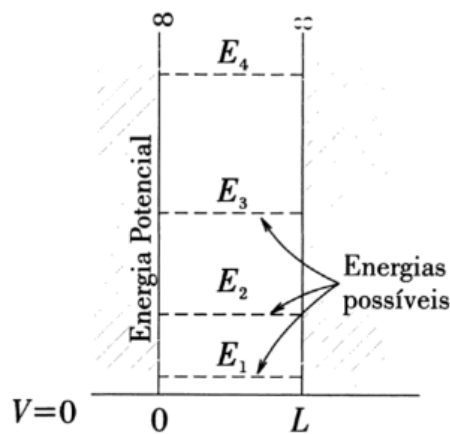
Logo,

$$E_n = (n^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2},$$

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \rightarrow \text{energia do estado fundamental}$$

A Figura 2 apresenta uma representação esquemática das energias de uma partícula no poço de potencial infinito. Esta energia do estado fundamental só pode assumir valores discretos, sendo n denominado número quântico, no qual representa os níveis quantizados de energia. Os valores de energia correspondentes de E_n são chamados de autovalores e cada valor de n está associado a uma energia cinética diferente (REZENDE, 2015).

Figura 2 – Representação esquemática das energias de uma partícula no poço de potencial infinito.



Fonte: Figura extraída de (REZENDE, 2015).

Dessa forma, a função de onda no interior do poço pode ser expressa como:

$$\Psi(x) = A \sin(K_n x) \rightarrow \text{para diferentes soluções com diferentes energias.}$$

$$\Psi(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \text{ para } 0 < x < L \text{ e } n = 1, 2, 3, \dots$$

Para a normalização da função de onda sabe-se que $\Psi(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$, o valor de A tem que ser tal, que a soma de todas as probabilidades seja igual a unidade

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_n(x)|^2 dx = A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 1$$

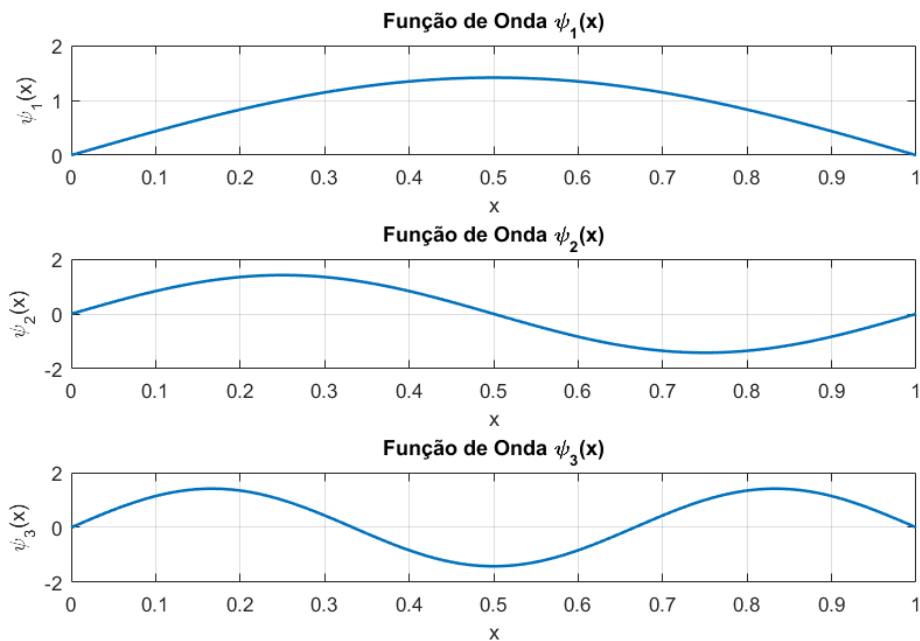
Utilizando a identidade trigonométrica: $2 \sin^2 \theta = 1 - \cos(2\theta)$

$$A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{A^2}{2} \int_0^L \left[1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)\right] dx = 1 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

A solução para a função de onda será: $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$

Sendo expressa em termos de valores discretos, cada número quântico corresponde a uma forma de onda distinta. Como observado na Figura 3, para cada valor de n , observa-se uma configuração espacial específica da função de onda representando os estados estacionários possíveis do sistema quântico.

Figura 3 – Funções de onda para os três primeiros números quânticos $n = 1, 2$ e 3 .

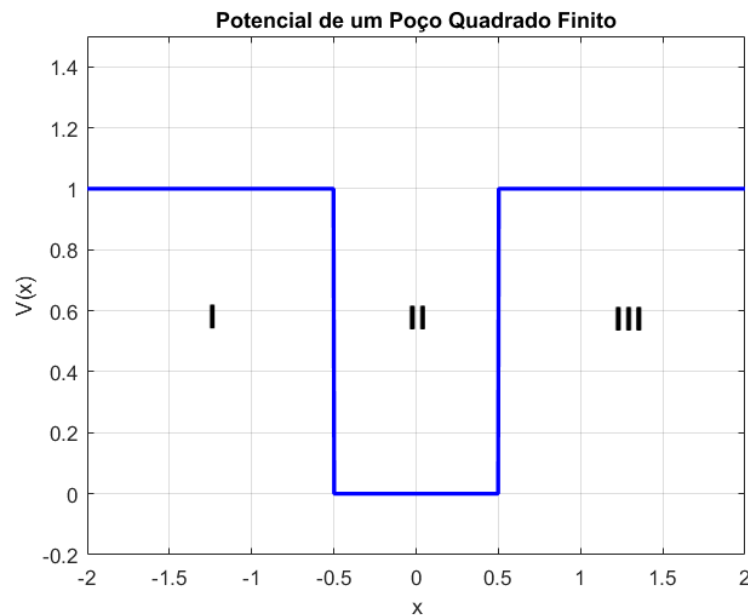


Fonte: Elaborada pela autora, 2025.

2.2.2 Poço quadrado finito

Nesta subseção é resolvido o poço quadrado finito, cuja altura da parede não é mais infinita, conforme discutido anteriormente. Analisando a Figura 4, pode-se verificar a altura finita do poço quadrado, e agora, existe uma probabilidade de encontrar a partícula fora do poço, mesmo que a sua energia E seja menor que o potencial V (REZENDE, 2015).

Figura 4 – Representação esquemática do poço quadrado finito.



Fonte: Elaborada pela autora, 2025.

Para estados estacionários, a função de onda $\psi(x)$ se encontra a partir da Equação de Schrödinger independente do tempo. O poço é dividido em três regiões para resolução: Regiões I e III (fora do poço, onde $V(x) = V_0$) e Região II (dentro do poço, onde $V(x) = 0$).

Regiões I e III, a Equação de Schrödinger para estados ligados ($E < V_0$) é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = [E - V_0]\psi(x),$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m[V_0 - E]}{\hbar^2}\psi(x).$$

Com $\alpha^2 = \frac{2m[V_0 - E]}{\hbar^2}$, onde $\alpha^2 > 0$, a equação é $\frac{d^2\psi}{dx^2} = \alpha^2\psi(x)$.

A solução geral é $\psi(x) = A'e^{\alpha x} + B'e^{-\alpha x}$. Para que a função de onda seja normalizável ($\psi(x) \rightarrow 0$ quando $|x| \rightarrow \infty$):

$$\text{I: } \psi_I(x) = Ae^{\alpha x}$$

$$\text{III: } \psi_{III}(x) = Be^{-\alpha x}$$

Região II dentro do poço, onde $V(x) = 0$, a Equação de Schrödinger ($E > 0$) é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = [E - V_0]\psi(x),$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x).$$

Com $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$, onde $k^2 > 0$, a equação é $\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi(x)$.

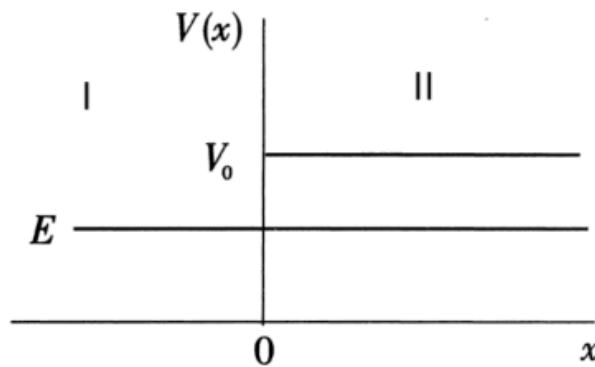
A solução é oscilante

$$\text{II: } \psi_{II}(x) = C \sin(kx) + D \cos(kx)$$

2.2.3 Potencial Degrau

Nesta subseção o formalismo da Eq. de Schrodinger é aplicado na resolução do potencial degrau, ilustrado pela Figura 5.

Figura 5 – Representação esquemática de um potencial degrau.



Fonte: Figura extraída de (REZENDE, 2015).

Assim, conforme ilustrado na Figura 5, o perfil de potencial neste exemplo é dado por

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & x \geq 0 \end{cases}$$

Resolvendo a Eq. de Schrodinger para a situação em que a energia da partícula E seja menor do que a altura do potencial degrau V_0 (REZENDE, 2015),

$$1^\circ E < V_0$$

$$(I) \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{2m(V-E)}{\hbar^2} \right] \psi(x) \rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{-2mE}{\hbar^2} \right] \psi(x)$$

$$(II) \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{2m(V-E)}{\hbar^2} \right] \psi(x) \rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{2m[V_0-E]}{\hbar^2} \right] \psi(x)$$

A solução para a região (I) é dada por $\psi_1(x) = Ae^{iKx} + Be^{-iKx}$, em que $K^2 = \frac{-2mE}{\hbar^2}$. $\psi_1(x)$ representa a solução para uma partícula livre que é refletida em $x = 0$.

Já a solução para a região (II) é dada por $\psi_2(x) = Ce^{-\alpha x} + De^{\alpha x}$, em que $\alpha^2 = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$.

Nesta situação, $\psi_2(x)$ não representa uma onda harmônica, isto é, não se tem uma partícula livre nesta região. Quando x tende a infinito a probabilidade de encontrar a partícula tende a zero.

Com isso, $De^{\alpha x}$ nunca vai a zero, e assim esse termo é desconsiderado (TIPLER; LLEWELLYN, 2016). Logo, $\psi_2(x) = Ce^{-\alpha x}$. Agora, $\psi_2(x)$ é uma função exponencial que decai a zero quando x tender ao infinito.

Sendo assim, aplicando as condições de contorno na interface entre as regiões I e II obtém-se:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \quad (13)$$

$$\left. \frac{d\psi_1(x)}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_2(x)}{dx} \right|_{x=0} \quad (14)$$

2º $E > V_0$

$$(I) \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{2m(V - E)}{\hbar^2} \right] \psi(x) \rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{-2mE}{\hbar^2} \right] \psi(x)$$

$$(II) \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{2m(V - E)}{\hbar^2} \right] \psi(x) \rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\frac{2m[V_0 - E]}{\hbar^2} \right] \psi(x)$$

Analisando a Figura 5, verifica-se que a solução para a região (I) é dada por $\psi_1(x) = Ae^{iKx} + Be^{-iKx}$, em que $K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$. $\psi_1(x)$ representa a solução para uma partícula livre que é refletida em $x = 0$.

Já a solução para a região (II) é dada por $\psi_2(x) = Ce^{i\bar{K}x} + De^{-i\bar{K}x}$, em que $\bar{K}^2 = \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}$.

Na solução $\psi_2(x)$ não se encontra uma partícula livre, ou seja, não é uma onda harmônica. E, quando x tende a infinito a probabilidade de encontrar a partícula tende a zero.

Dessa forma, $\psi_2(x) = Ce^{i\bar{K}x}$. Nesta situação, não haverá reflexão no interior do potencial, e assim, $De^{-i\bar{K}x}$ é desconsiderado.

Aplicando as condições de contorno (continuidade) na interface em $x = 0$, dadas pelas Eqs. 13 e 14.

$$Ae^{iK(0)} + Be^{-iK(0)} = Ce^{i\bar{K}(0)}$$

$$A + B = C$$

$\psi(x)$ e $\frac{d\psi}{dx}$ devem ser contínuos em $x = 0$.

Agora, aplicando a condição de contorno (continuidade), onde a primeira derivada da função de onda na interface deve ser contínua,

$$\frac{d\psi}{dx} = \begin{cases} iKAe^{iKx} - iKB e^{-iKx}, & \text{para } x < 0 \\ i\bar{K}Ce^{i\bar{K}x}, & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

$$iKAe^{iKx} - iKB e^{-iKx} = i\bar{K}Ce^{i\bar{K}x} \rightarrow KA - KB = K(A - B) = \bar{K}C$$

Logo,

$$\left. \begin{array}{l} A + B = C \\ A - B = \frac{\bar{K}}{K}C \end{array} \right\} A = \left(\frac{\bar{K} + K}{2K}\right)C, B = \left(\frac{K - \bar{K}}{K}\right)\frac{C}{2}$$

Portanto o coeficiente de reflexão R representa a probabilidade da onda ser refletida pelo potencial e é definido como:

$$R = \frac{(\psi * \psi) \text{ refletida}}{(\psi * \psi) \text{ incidente}} = \frac{B * B}{A * A} = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{|B|}{|A|}\right)^2 \leq 1$$

Além disso, o coeficiente de transmissão T representa a probabilidade da onda ser transmitida pelo potencial degrau, e é definida como:

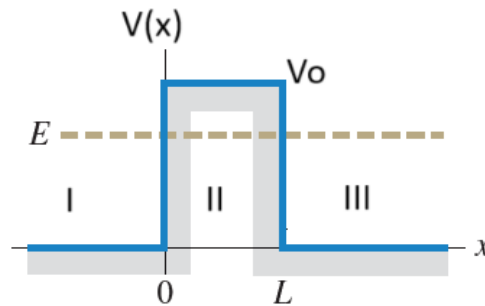
$$T = \frac{(\psi * \psi) \text{ transmitida}}{(\psi * \psi) \text{ incidente}} = \frac{C * C}{A * A} = \frac{|C|^2}{|A|^2} = \left(\frac{|C|}{|A|}\right)^2 \leq 1$$

Por fim, a soma dos coeficientes R e T deve ser igual a unidade: $R + T = 1$.

2.2.4 Barreira de Potencial: Efeito Túnel

Nesta subseção, utiliza-se o formalismo da Eq. de Schrodinger para resolver a barreira de potencial, apresentada na Figura 6 para entender, teoricamente, o fenômeno de tunelamento quântico que é fundamental no entendimento do funcionamento do diodo túnel, que é o dispositivo alvo desta monografia.

Figura 6 – Representação esquemática de uma barreira de potencial.



Fonte: Figura adaptada de (YOUNG, 2016).

Analisando a Figura 6, verifica-se que o perfil de potencial de uma barreira é descrita como,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ e } x > L \\ V_0, & 0 \leq x \leq L \end{cases} \quad (15)$$

Dessa forma, as funções de onda para cada uma das regiões são:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{iKx} + Be^{-iKx}, & \text{para } x < 0 \\ Ce^{-\alpha x} + De^{\alpha x}, & \text{para } 0 \leq x \leq L \\ Fe^{iKx}, & \text{para } x > L \end{cases} \quad (16)$$

Sendo:

$$K = \frac{\sqrt{2mE}}{h};$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{h}.$$

Aplicando as condições de continuidade da Eq. 15, nas interfaces do perfil de potencial da barreira, determina-se que

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_2(L) = \psi_3(L) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=0} \\ \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=L} = \left. \frac{d\psi_3}{dx} \right|_{x=L} \end{cases} \quad (18)$$

Aplicando as Eqs. 17 e 18 nas funções de onda dadas na Eq. 16, obtém-se

$$A + B = C + D; \quad (19)$$

$$iK(A - B) = \alpha(D - C) \quad (20)$$

$$Ce^{-\alpha L} + De^{\alpha L} = Fe^{iKL} \quad (21)$$

$$\alpha De^{\alpha L} - \alpha Ce^{-\alpha L} = iKFe^{iKL} \quad (22)$$

Para calcular o coeficiente de transmissão deve-se utilizar a seguinte expressão,

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} \quad (23)$$

Para isso, utilizando as Eqs. 19 e 20, na interface $x = 0$, determina-se o coeficiente A em termos de C e D, como

$$+ \begin{cases} A + B = C + D \\ iK(A - B) = \alpha(D - C) \end{cases}$$

$$2A = C \left(1 - \frac{i\alpha}{K}\right) + D \left(1 - \frac{i\alpha}{K}\right) \quad (24)$$

Agora, utilizando as Eqs. 21 e 22, na interface $x = L$, determinam-se os coeficientes C e D em função de F como

$$+ \begin{cases} Ce^{-\alpha L} + De^{\alpha L} = Fe^{iKL} \\ \alpha De^{\alpha L} - \alpha Ce^{-\alpha L} = iKFe^{iKL} \end{cases}$$

$$C = \frac{F}{2} e^{iKL} \left(1 + i\frac{k}{\alpha}\right) e^{-\alpha L} \quad (25)$$

$$D = \frac{F}{2} e^{iKL} \left(1 - i\frac{k}{\alpha}\right) e^{\alpha L} \quad (26)$$

Assim, substituindo as Eqs. 25 e 26 em 24, e manipulando-a algebricamente obtém-se que,

$$4A = Fe^{iKL} \left[2(e^{\alpha L} + e^{-\alpha L}) + i \left(\frac{\alpha^2 - K^2}{K\alpha} \right) (e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}) \right]$$

É possível então reescrever em termos de senos e cossenos hiperbólicos, e considerando $x = \alpha L$, tem-se:

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad e \quad \cosh = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (27)$$

Sendo assim, torna-se possível determinar o coeficiente de A em função de F

$$A = \frac{F}{4} e^{iKL} \left[4 \cosh(\alpha L) + 2i \left(\frac{\alpha^2 - K^2}{K\alpha} \right) \sinh(\alpha L) \right] \quad (28)$$

Agora calcula-se o módulo do quadrado da Eq. 28, para obter o quadrado das amplitudes de A e F,

$$|A|^2 = |F|^2 \left[1 + \sinh^2(\alpha L) \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha^2 - K^2}{K\alpha} \right)^2 \right] \right] \quad (29)$$

Simplificando o seguinte termo da Eq. 29, tem-se

$$\left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha^2 - K^2}{K\alpha} \right)^2 \right] = \frac{Vo^2}{E(Vo - E)} \quad (30)$$

Na sequência, substituindo a Eq. 30 em 29 obtém-se

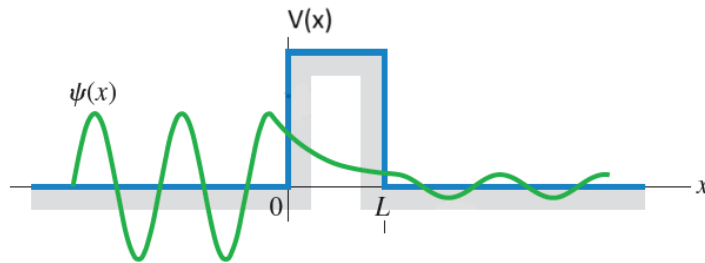
$$|A|^2 = |F|^2 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{Vo^2}{E(Vo - E)} \sinh^2(\alpha L) \right)$$

Portanto, é possível calcular o coeficiente de transmissão, utilizando as Eq. 23, como

$$\begin{aligned} T &= \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{|F|^2}{|F|^2 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{Vo^2}{E(Vo - E)} \sinh^2(\alpha L) \right)} \\ T &= \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \frac{Vo^2}{E(Vo - E)} \sinh^2(\alpha L)} \\ T &= \left[1 + \frac{1}{4} \frac{Vo^2}{E(Vo - E)} \sinh^2(\alpha L) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (31)$$

Como a onda incidente é ou refletida ou transmitida: $T + R = 1$, logo também foi definido o coeficiente R de reflexão.

Figura 7 – Uma função de onda possível para uma partícula tunelando através da barreira de energia potencial



Fonte: Adaptado de: YOUNG, 2016.

A Eq. 31 é a expressão final que quantifica o fenômeno de tunelamento quântico. A análise desta expressão demonstra a dependência exponencial do Coeficiente de Transmissão (T) em relação à altura (V_0) e à espessura (L) da barreira, como visualizado pela função de onda na Figura 7. O Coeficiente de Transmissão T representa a probabilidade de a partícula atravessar a barreira.

Em complementação, o Coeficiente de Reflexão (R) representa a probabilidade de a partícula ser refletida de volta. A relação $T + R = 1$ é uma imposição do princípio da conservação da probabilidade na mecânica quântica (GRIFFITHS, 2018), indicando que a partícula incidente deve necessariamente ser transmitida ou refletida, mesmo que classicamente a transmissão fosse proibida. Este formalismo estabelece a base teórica essencial para a compreensão de dispositivos que operam sob o princípio do tunelamento, como o diodo túnel.

2.3 Junção PN

O diodo túnel é composto por uma junção PN altamente dopada que utiliza o tunelamento quântico para operar (NOLTE, 2022). Assim, para compreender a operação do dispositivo em questão, é necessário entender o conceito de uma junção semicondutora PN.

Neste contexto, existem os elementos condutores e isolantes de energia, entre esses elementos também existem os semicondutores, que são elementos que se encontram entre condutores e isolantes em termos de propriedades elétricas. E os semicondutores mais eficientes possuem quatro elétrons na camada de valência. Além disso, os semicondutores mais importantes, no ponto de vista da indústria eletrônica, são o Silício (Si) e o Germânio (Ge) (MALVINO, 2016).

Fisicamente, existem os materiais semicondutores intrínsecos (puros) e extrínsecos (dopados). Uma forma de aumentar a condutividade elétrica de um semicondutor é pelo processo de dopagem, que significa uma adição de átomos de impureza ao semicondutor intrínseco. Com isso, materiais semicondutores dopados com diferentes impurezas, possibilitam a confecção de uma diversidade de dispositivos eletrônicos (MALVINO, 2016).

Dessa forma, existem dois tipos de semicondutores extrínsecos: (i) o tipo N: que é quando o material intrínseco é dopado com impurezas pentavalentes, como o fósforo (P) e o arsênio (As), dando origem a um material com excesso de elétrons livres e (ii) o tipo P: que é quando o material intrínseco é dopado com impurezas trivalentes, como o boro (B) e gálio (Ga), dando origem a um material com excesso de lacunas (REZENDE, 2015).

E ao criar um semicondutor do tipo N interfaceado com um material do tipo P, forma-se então entre essas regiões uma pequena região de transição que é chamada de junção PN (REZENDE, 2015).

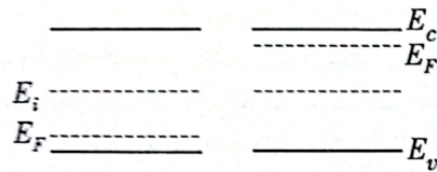
2.3.1 Barreira de Potencial do semicondutor

Teoricamente, um semicondutor possui uma região proibida onde não há estados disponíveis para seus elétrons, chamada banda proibida, região na qual é compreendida entre a banda de valência, que os estados abaixo da banda estão quase todos preenchidos e a banda de condução em que os estados acima da banda estão quase todos vazios (REZENDE, 2015).

Além do mais, por meio da adição de impurezas aceitadoras ou doadoras ao cristal semicondutor é possível controlar o número de espaços vazios na banda de valência e o número de elétrons na banda de condução, conforme ilustrado na Figura 8. Isso possibilita que regiões do tipo P e do tipo N possam ser formadas dentro de um cristal, formando então a chamada junção PN que é a interseção dessas duas regiões (REZENDE, 2015).

As regiões P e N do material semicondutor estão separadas antes de ocorrer a junção, com isto o nível de Fermi (E_F) está próximo da banda de condução (E_c) no lado do tipo N e da banda de valência (E_v) no lado do tipo P, como ilustrado na Figura 8. Assim, na formação da junção PN alguns elétrons livres vão do semicondutor do tipo N para o tipo P e algumas lacunas vão do tipo P para o tipo N.

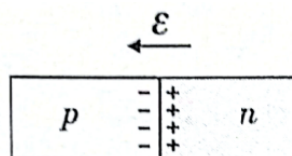
Figura 8 – Representação esquemática do nível de Fermi (E_F) antes da junção PN, onde E_i representa o nível de energia no material semiconductor intrínseco (puro).



Fonte: Figura extraída e adaptada de (REZENDE, 2015).

Essa difusão faz com que apareça duas camadas em torno da junção, que gera um campo elétrico ε dirigido do lado N para o lado P, que se opõe a continuação do movimento de cargas no momento de criação da junção. O campo ε faz com que as lacunas sejam “empurradas” de volta ao lado P e os elétrons ao lado N, por intermédio de uma corrente de deriva e de difusão tornando então a corrente total nula, criando então, uma configuração estacionária para a distribuição de cargas e para o campo elétrico, conforme mostrado na Figura 9 (REZENDE, 2015). Dessa forma, essa região formada em torno da junção PN é chamada de camada de depleção.

Figura 9 – Representação esquemática do campo elétrico formado após a junção PN – formação da região de depleção.



Fonte: Figura extraída e adaptada de (REZENDE, 2015).

O campo ε equivale a uma diferença de potencial V_0 entre os materiais semicondutores que formam a junção PN, dando origem a uma barreira de potencial que impede a passagem dos portadores de carga de um lado para o outro da junção. Essa barreira de potencial representa um fenômeno importante no comportamento dos níveis de energia na junção. Dessa forma, tem-se que a energia do elétron é relacionada ao potencial eletrostático ϕ da seguinte maneira,

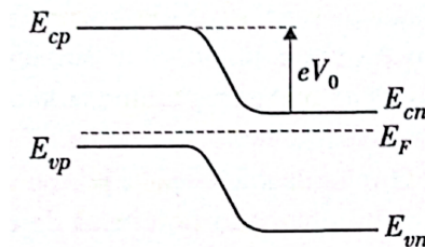
$E = -e\phi$. Com isso, calcula-se a diferença da energia de banda de condução entre o lado P e o lado N como

$$E_{cp} - E_{cn} = -e(\phi_p - \phi_n) = eV_0 \quad (32)$$

onde E_{cp} é a energia da banda de condução no material tipo P, E_{cn} é a energia da banda de condução no material tipo N, ϕ_p é o potencial eletrostático no material tipo P, ϕ_n é o potencial eletrostático no material tipo N e e é a carga elementar eletrônica.

Analisando a Figura 10, verifica-se que na junção PN os respectivos níveis de energia dos lados se ajustam a fim de que a diferença das energias da banda de condução e da banda de valência entre os lados P e N sejam correspondentes a diferença de potencial criado pelo campo elétrico ε , que é próprio potencial V_0 da barreira. Com isso, o nível de Fermi deve ser o mesmo nos dois lados da junção PN, conforme ilustrado na Figura 10.

Figura 10 – Representação esquemática dos níveis de energia na região de depleção da junção PN.

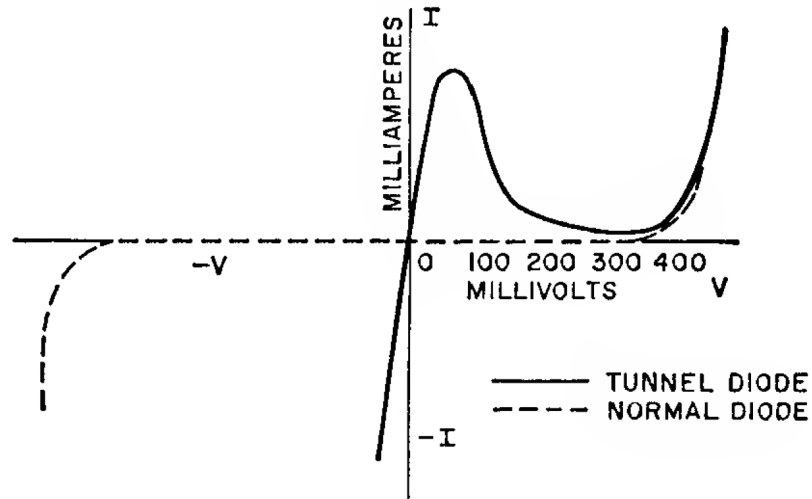


Fonte: Figura extraída e adaptada de (REZENDE, 2015).

2.4 Diodo túnel

O diodo é um dispositivo semiconductor que permite a passagem de corrente elétrica em uma única direção funcionando como se fosse uma válvula, sendo essencial em circuitos eletrônicos (BOYLESTAD; NASHELSKY, 2013). O diodo túnel possui um princípio de operação diferente de outros dispositivos semicondutores. Na Figura 11 são mostradas as curvas características I-V do diodo retificador comum e o diodo túnel.

Figura 11 – Comparação entre as curvas características I-V do diodo retificador comum e do diodo túnel.



Fonte: Figura extraída de (RCA, 1963).

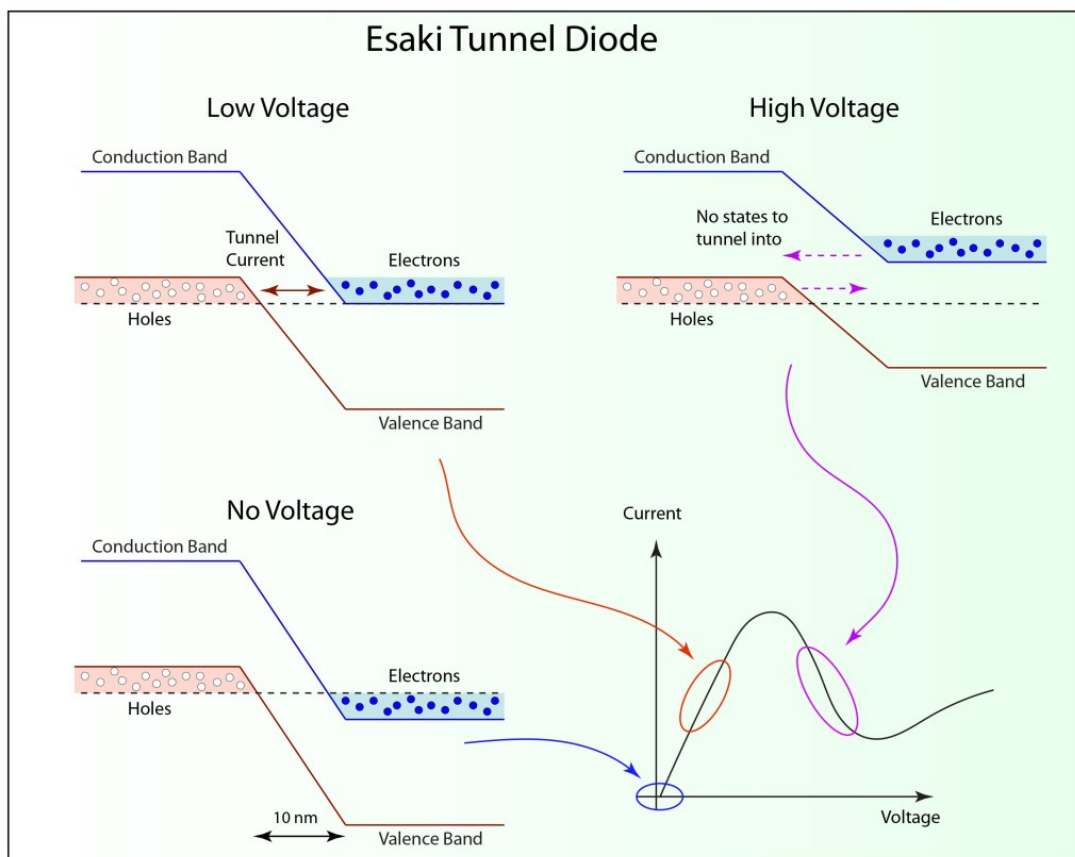
Além disso, em dispositivos de amplificação convencionais, como transistores, o funcionamento baseia-se em controlar o movimento dos portadores de carga. Esses portadores são emitidos em uma região ativa e sua movimentação é influenciada por um eletrodo de sinal. A coleta desses portadores no eletrodo de saída ocorre com uma velocidade limitada pela física do dispositivo. Já no diodo túnel, o mecanismo básico de condução tem um limite de frequência teórica da ordem de GHz, superior ao mecanismo de deriva e difusão que ocorre na operação dos dispositivos convencionais (GENERAL ELECTRIC COMPANY, 1961).

O diodo túnel recebe esse nome devido a uma propriedade em que possibilita que uma partícula possa “desaparecer” de um lado de uma barreira potencial e “aparecer” do outro lado sem ter energia suficiente para atravessá-la. É como se partícula tunelasse pela barreira de potencial, obedecendo o formalismo da Mecânica Quântica. Este comportamento é similar a resolução da barreira de potencial utilizando a Eq. Schrödinger independente do tempo mostrada anteriormente. Esse fenômeno é conhecido como tunelamento quântico.

Aproveitando o caráter dual e a natureza quântica dos materiais semicondutores de dimensão reduzida, Leo Esaki em 1957, concebeu e fabricou o primeiro dispositivo semiconductor de estado sólido a utilizar o tunelamento quântico de elétrons, o diodo túnel – que também é conhecido como diodo túnel de Esaki (ESAKI, 1958). Ele observou o tunelamento de elétrons em materiais semicondutores de Ge e silício (Si) fortemente dopados (NOLTE, 2022). Em 1956, Esaki ingressou na Tokyo Telecommunication Co., empresa precursora da atual Sony Electro-

nics. Posteriormente, em 1959, Esaki finalizou seu doutorado pela Universidade de Tóquio. Durante seu doutoramento, Leo Esaki trabalhou com diodos de junção PN fortemente dopada e descobriu o fenômeno conhecido como resistência diferencial negativa (NDR), cuja corrente que passa por um dispositivo eletrônico diminui à medida que a tensão aumenta. Esta característica peculiar só existe devido ao tunelamento quântico de portadores por uma barreira de potencial (NOLTE, 2022).

Figura 12 – Representação esquemática do diodo túnel que é composto por uma junção PN altamente dopada e a curva característica I-V em função das tensões de polarização.



Fonte: Figura extraída e adaptada de (NOLTE, 2022).

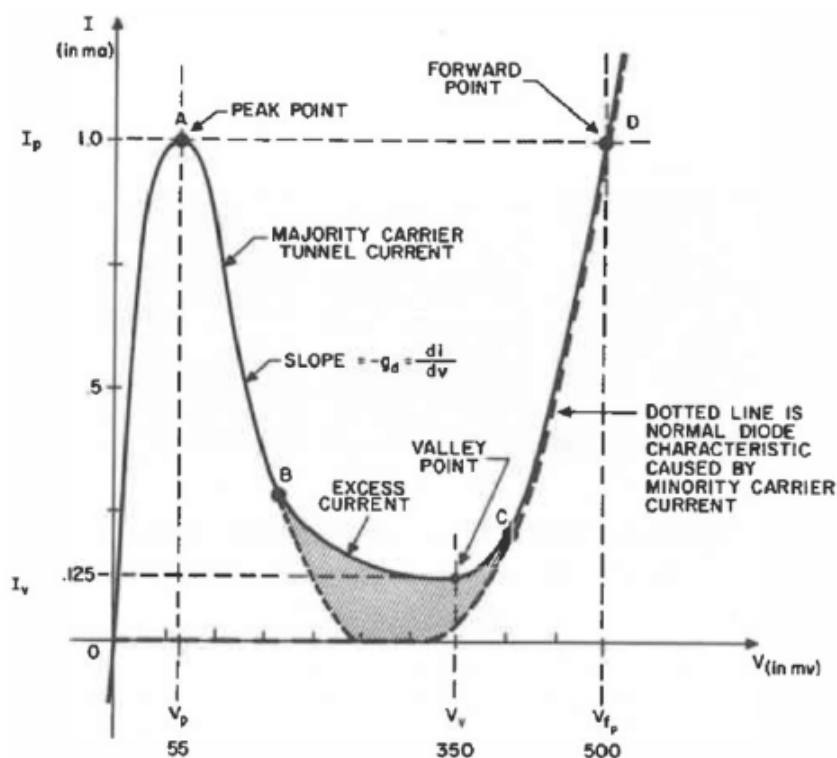
Especificamente, a região de depleção de carga de uma junção PN funciona como uma barreira de potencial. E essa barreira impede a corrente fluir na direção reversa, no caso de um diodo retificador comum. Agora, no caso do diodo túnel, e analisando a Figura 12, verifica-se que para tensões mais baixas, os elétrons e as lacunas atravessam a banda proibida do semiconductor por uma junção com uma largura extremamente fina, em torno de 10 nm (ESAKI, 1958). Para tensões maiores, os elétrons e as lacunas não têm estados disponíveis para atravessar, produzindo assim uma NDR, onde a corrente diminui com o aumento da tensão (ESAKI,

1958).

Dessa forma, observando as Figuras 12 e 13, constata-se que com o aumento da tensão aplicada ao diodo túnel, a corrente também cresce até atingir a corrente de pico (I_p), devido ao alinhamento entre as bandas de condução e valência da junção. Entretanto, ao elevar ainda mais a tensão além da tensão de pico (V_p), ocorre um desalinhamento entre as bandas, reduzindo a probabilidade de tunelamento através da barreira de potencial. Como resultado, a corrente diminui até alcançar a corrente de vale (I_v). Em seguida, ao aumentar a tensão acima da tensão de vale (V_v), a corrente volta a crescer exponencialmente, fazendo com que o diodo túnel passe a comportar-se como um diodo convencional (GENERAL ELECTRIC COMPANY, 1961).

Portanto, a região de interesse para a fabricação de circuitos osciladores é a NDR, definida entre V_p e V_v . A região de NDR e a curva característica I-V não-linear do diodo túnel são ilustradas na Figura 13.

Figura 13 – Representação esquemática da curva característica (I-V) do diodo túnel, com indicação da região NDR com $gd < 0$.

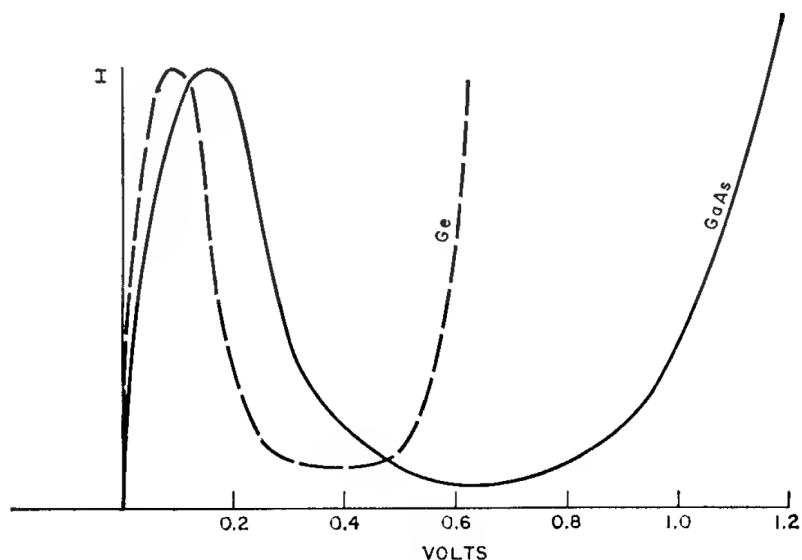


Fonte: Figura extraída de (GENERAL ELECTRIC COMPANY, 1961).

Neste contexto, o diodo túnel foi o dispositivo semiconductor mais rápido da época, e a NDR do diodo em um circuito externo produzia oscilações de alta frequência. Primeiramente,

os diodos túneis foram utilizados em sistemas de comunicação de alta frequência. Devido a importância do diodo túnel, Leo Esaki foi laureado com o Prêmio Nobel de Física em 1973 (ESAKI, 1974).

Figura 14 – Comparação das curvas características I-V para os diodos túneis de Ge e GaAs.



Fonte: Figura extraída de (RCA, 1963).

Adicionalmente, os diodos túneis podem ser construídos de vários materiais semicondutores, incluindo Si, Ge, GaAs, dentre outros. A escolha do material é um fator significativo para determinar os parâmetros principais do dispositivo. De forma geral, materiais com pequenas energias de banda proibida (*gap*), baixa massa efetiva e menores valores de constantes dielétricas proporcionam maiores probabilidades de tunelamento (RCA, 1963). Na Figura 14, são mostradas as curvas características I-V dos diodos túneis de Ge e GaAs, que são os dispositivos comerciais mais utilizados. Dessa forma, dispositivos de Ge oferecem alta velocidade, baixo ruído e menor tempo de chaveamento. Já os diodos túneis de GaAs possuem maiores limites de tensão de saída (*voltage swing*) que os diodos de Ge (RCA, 1963). Portanto, ambos os dispositivos são utilizados em aplicações digitais e analógicas, tais como contadores de alta velocidade, amplificação de baixo-ruído, geradores de pulsos, osciladores de micro-ondas, dentre outras (RCA, 1963; MALVINO, 2016).

2.5 Curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel

A modelagem correta da curva característica I-V de dispositivos semicondutores é fundamental para o desenvolvimento e a simulação de circuitos eletrônicos. Dentre estes dispositivos,

o diodo túnel destaca-se pela operação baseada em princípios da Mecânica Quântica, proporcionando um comportamento peculiar em comparação com um diodo retificador comum. Devido a característica não-linear de sua curva I-V, o diodo túnel, pode ser utilizado em ambientes de simulação do tipo SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*) (FARIA; NOBREGA; DUARTE, 2019).

Com isso, a aproximação cúbica é uma excelente abordagem matemática para representar a curva característica I-V do diodo túnel, principalmente na região de NDR, permitindo uma análise computacional simplificada e mais próxima de sua curva experimental. Pois, no contexto da simulação, o comportamento realista do dispositivo é fundamental para prever os fenômenos de oscilação, amplificação, estabilidade e resposta em frequência dos circuitos.

Além do mais, as expressões que descrevem a corrente em função da tensão em um diodo túnel são deduzidas a partir da estatística de Fermi-Dirac aplicada nos portadores de uma junção PN altamente dopada. O modelo mais completo utiliza a integração da densidade de estados em conjunto com a probabilidade de tunelamento, obtida pela equação de Schrodinger, através da barreira, resultando em expressões complexas e parâmetros difíceis de extrair experimentalmente para dispositivos reais (FARIA; NOBREGA; DUARTE, 2019).

Como alternativa, modelos simplificados, utilizam dados experimentais da curva I-V e realizam ajuste de parâmetros para modelos como a aproximação cúbica, em geral para uma faixa de operação limitada. Como proposto em Kim (1961), a corrente em função da tensão, na aproximação cúbica, pode ser escrita da seguinte maneira,

$$I(V) = I_0 - a(V - V_0) + b(V - V_0)^3 \quad (33)$$

com

$$\Delta V = V_v - V_p \quad (34)$$

$$\Delta I = I_p - I_v \quad (35)$$

$$a = \frac{3 \Delta I}{2 \Delta V} \quad (36)$$

$$b = 2 \frac{\Delta I}{\Delta V^3} \quad (37)$$

$$V_0 = \frac{V_v + V_p}{2} \quad (38)$$

$$I_0 = \frac{I_v + I_p}{2} \quad (39)$$

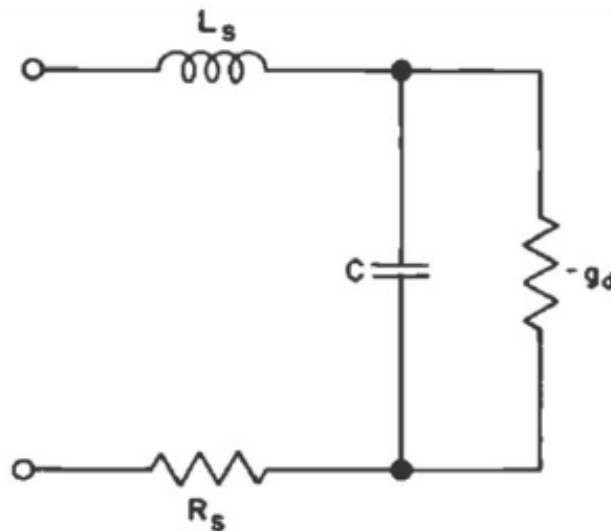
onde a é a condutância negativa para uma tensão específica, b é uma constante positiva e (V_0, I_0) é o ponto quiescente no meio da inclinação negativa da NDR. Os demais parâmetros são mostrados na Figura 13.

Com isso, analisando a Eq. (33), verifica-se que a aproximação cúbica apresenta um baixo custo computacional, facilidade de derivação analítica (cálculo da condutância diferencial negativa, por exemplo) e compatibilidade com rotinas de soluções numéricas de sistemas não-lineares (conforme será feito posteriormente).

2.6 Circuito oscilador baseado em diodo túnel

O diodo túnel pode ser representado pelo circuito elétrico equivalente, na análise de pequenos sinais, conforme ilustrado na Figura 15. Assim, o dispositivo pode ser simplificado para um resistor (R_s) e um indutor em série (L_s) conectados com um capacitor (C) em paralelo com uma condutância negativa ($-g_d$).

Figura 15 – Circuito elétrico equivalente do diodo túnel, na análise de pequenos sinais.



Fonte: Figura extraída do Manual da GE Company.

A partir do circuito equivalente do diodo túnel na análise de pequenos sinais, polarizado na NDR, a impedância de entrada (Z) do diodo para uma frequência angular ω , pode ser descrita

como

$$Z = R_s + j\omega L_s + \frac{R_d}{j\omega C R_d - 1}, \quad (40)$$

$$Z = R_s + j\omega L_s + \frac{R_d}{(j\omega C R_d - 1)} \left(\frac{-j\omega C R_d - 1}{-j\omega C R_d - 1} \right), \quad (41)$$

$$Z = R_s + j\omega L_s + \left(\frac{-j\omega C R_d^2 - R_d}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2} \right), \quad (42)$$

$$Z = R_s + j\omega L_s - \frac{R_d}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2} - \frac{j\omega C R_d^2}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2}, \quad (43)$$

$$Z = R_s - \frac{R_d}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2} + j\omega L_s - \frac{j\omega C R_d^2}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2}, \quad (44)$$

Assim, Z pode ser reescrita de forma complexa e separada na parte real e imaginária

$$Z = \left(R_s - \frac{R_d}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2} \right) + j\omega \left(L_s - \frac{C R_d^2}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2} \right), \quad (45)$$

$$Z = R(\omega) + jX(\omega), \quad (46)$$

onde $R(\omega)$ e $X(\omega)$ são as partes real e imaginária de Z , ambas em função da frequência, respectivamente. A resistência $R(\omega)$ pode ser reescrita como

$$R(\omega) = R_s - \frac{R_d}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2}. \quad (47)$$

E a reatância $X(\omega)$ é dada por

$$X(\omega) = \omega \left(L_s - \frac{C R_d^2}{1 + \omega^2 C^2 R_d^2} \right). \quad (48)$$

A partir das Eqs. 47 e 48, pode-se determinar as duas frequências críticas para avaliar o desempenho e a estabilidade de operação do diodo túnel. Igualando $R(\omega) = 0$, obtém-se a frequência de corte resistiva (ω_c) como

$$R(\omega) = 0 \rightarrow R_s - \frac{R_d}{1 + \omega_c^2 C^2 R_d^2} = 0, \quad (49)$$

$$\omega_c = \frac{1}{C R_d} \sqrt{\frac{R_d}{R_s} - 1}, \quad (50)$$

$$\omega_c = \frac{|g_d|}{C} \sqrt{\frac{1}{R_s |g_d|} - 1}, \quad (51)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c, \quad (52)$$

$$f_c = \frac{|g_d|}{2\pi C} \sqrt{\frac{1}{R_s |g_d|} - 1}. \quad (53)$$

Agora, igualando $X(\omega) = 0$, calcula-se a frequência de ressonância de oscilação (ω_{osc}) da seguinte maneira

$$X(\omega) = 0 \rightarrow \omega_{osc} \left(L_s - \frac{CR_d^2}{1 + \omega_{osc}^2 C^2 R_d^2} \right) = 0, \quad (54)$$

$$L_s - \frac{CR_d^2}{1 + \omega_{osc}^2 C^2 R_d^2} = 0, \quad (55)$$

$$L_s = \frac{CR_d^2}{1 + \omega_{osc}^2 C^2 R_d^2}, \quad (56)$$

$$1 + \omega_{osc}^2 C^2 R_d^2 = \frac{CR_d^2}{L_s}, \quad (57)$$

$$\omega_{osc}^2 = \frac{1}{C^2 R_d^2} \left(\frac{CR_d^2}{L_s} - 1 \right), \quad (58)$$

$$\omega_{osc} = \sqrt{\left(\frac{CR_d^2}{L_s C^2 R_d^2} - \frac{1}{C^2 R_d^2} \right)}, \quad (59)$$

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{L_s C} - \frac{1}{C^2 R_d^2} \right)}, \quad (60)$$

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_s C} - \left(\frac{g_d}{C} \right)^2}. \quad (61)$$

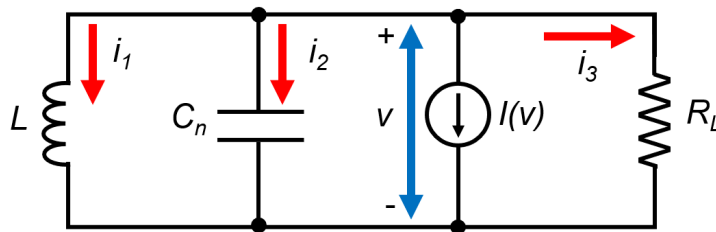
Portanto, a f_c e a f_{osc} apresentadas nas Eqs. (53) e (61), respectivamente, são importantes métricas na simulação de circuito oscilador baseado em diodo túnel e que serão utilizadas posteriormente.

2.7 Potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel

O circuito elétrico equivalente do oscilador baseado em diodo túnel é mostrado na Figura 16. Com isso, quando a fonte de corrente é polarizada na região NDR, $I(V)$ pode ser representada pela aproximação cúbica

$$I(V) \approx -aV + bV^3. \quad (62)$$

Figura 16 – Circuito elétrico equivalente do oscilador baseado em diodo túnel.



Fonte: Figura adaptada de Nobrega, 2024.

Aplicando a Lei de Kirchhoff da corrente (LKC) no circuito da Figura 16, obtém-se a corrente no circuito

$$i_1 + i_2 + i_3 + I(v) = 0 \quad (63)$$

$$\frac{1}{L} \int v dt + C_n \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R_L} + (-av + bv^3) = 0. \quad (64)$$

onde L é a indutância da carga e R_L é a resistência da carga.

Derivando a Eq.64 em relação ao tempo e após algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$LC_n \frac{d^2v}{dt^2} + L(G_L - a + 3bv^2) \frac{dv}{dt} + v = 0, \quad (65)$$

onde $G_L = 1/R_L$ é a condutância de carga. De acordo com Wang (2012), pode-se considerar que a tensão no circuito seja um sinal senoidal,

$$v = V_m \cos(\omega t), \quad (66)$$

onde V_m é a amplitude do sinal e ω é a frequência angular. Assim, a potência instantânea dissipada na carga será dada por

$$P_L(t) = v^2 G_L = (V_m \cos(\omega t))^2 G_L. \quad (67)$$

e integrando a Eq. 67 para um período, a potência média (ativa) dissipada na carga será

$$P_{med,L} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_m^2 \cos^2(\omega t) G_L dt = G_L \frac{V_m^2}{2}. \quad (68)$$

Sendo assim, a potência instantânea no diodo túnel é expressa como Wang (2012)

$$P_{TD} = -iv = av^2 - bv^4 \quad (69)$$

que integrada em um período fornece a potência média gerada pelo diodo túnel

$$P_{med,TD} = \frac{aV_m^2}{2} - \frac{3bV_m^4}{8}. \quad (70)$$

Como a potência gerada pelo diodo túnel é igual à potência dissipada na carga, as expressões 68 e 70 podem ser relacionadas como

$$\frac{aV_m^2}{2} - \frac{3bV_m^4}{8} = G_L \frac{V_m^2}{2} \rightarrow V_m = 2\sqrt{\frac{G_n - G_L}{3b}}. \quad (71)$$

Substituindo a Eq. 71 em 68, determina-se a potência média dissipada na carga

$$P_{med,L} = \frac{2(G_n - G_L)G_L}{3b}. \quad (72)$$

E derivando a Eq. 72 em relação à G_L e igualando a zero, encontra-se que $G_L = G_n/2$, e assim, obtém-se a potência de saída máxima (teórica) na carga

$$P_{\max} = \frac{G_n^2}{6b} = \frac{3}{16}\Delta I\Delta V. \quad (73)$$

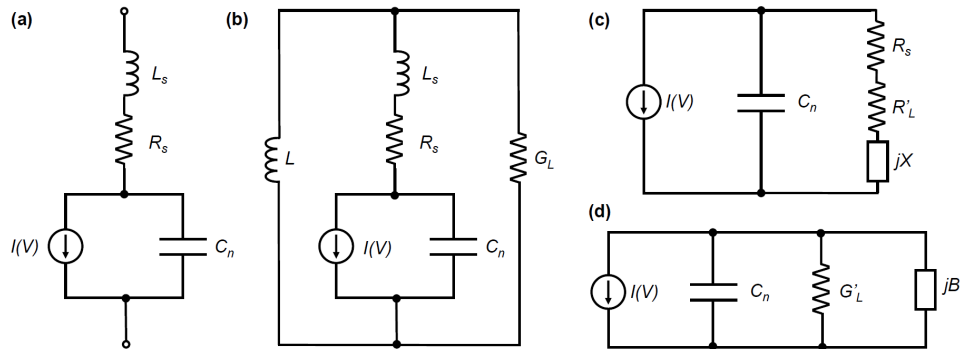
Adicionalmente, a potência de consumo DC do circuito oscilador baseado em diodo túnel é dada por Figueiredo (2000)

$$P_{DC} = \left(I_p - \frac{\Delta I}{2}\right) \left(V_p + \frac{\Delta V}{2}\right) \quad (74)$$

e, portanto, a eficiência de conversão DC/AC máxima pode ser calculada como Figueiredo (2000)

$$\eta = \frac{P_{\max}}{P_{DC}}. \quad (75)$$

Figura 17 – Representação esquemática da simplificação do circuito oscilador baseado em diodo túnel, evidenciando os elementos parasitas.



Fonte: Figura extraída de Nobrega, 2024.

Entretanto, a potência de saída máxima dada pela Eq. (72) não considerou as perdas resistivas devido aos efeitos parasitas. O diodo túnel considerando R_s e L_s é mostrado na Figura 17-(a). Com isso, o circuito equivalente em que os elementos parasitas são considerados é mostrado na Figura 17-(b). Além disso, este circuito pode ser rearranjado para o circuito da Figura 17-(c), cuja impedância equivalente pode ser escrita da seguinte maneira

$$Z_{\text{total}} = R_s + R'_L + jX = R_s + \frac{\omega^2 L^2 G_L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} + j \left(\frac{\omega L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} + \omega L_s \right). \quad (76)$$

Na sequência, o circuito da Figura 17-(c) pode ser redefinido em termos da admitância total Y_{total} , conforme ilustrado na Figura 17-(d). Assim, Y_{total} é expressa como

$$Y_{\text{total}} = \frac{1}{Z_{\text{total}}} = \frac{1}{R_s + R'_L + jX} = G'_L + jB, \quad (77)$$

onde G'_L é a condutância equivalente e B é a susceptância do circuito que são dadas como, respectivamente

$$G'_L = \frac{R_s + \frac{\omega^2 L^2 G_L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2}}{\left(R_s + \frac{\omega^2 L^2 G_L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} + \omega L_s \right)^2}, \quad (78)$$

$$B = \frac{\frac{\omega L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} + \omega L_s}{\left(R_s + \frac{\omega^2 L^2 G_L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} + \omega L_s \right)^2}, \quad (79)$$

bem como, R'_L que é a resistência equivalente e X que é a reatância são expressas como, respectivamente

$$R'_L = \frac{\omega^2 L^2 G_L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} \quad (80)$$

$$X = \frac{\omega L}{1 + \omega^2 L^2 G_L^2} + \omega L_s \quad (81)$$

Portanto, a potência de saída na carga deve ser corrigida como

$$P_L = \frac{2(G_n - G'_L)G'_L}{3b} \frac{R'_L}{R'_L + R_s}. \quad (82)$$

A potência de saída decresce com o aumento da frequência de oscilação. E para determinar a frequência de oscilação é calculada considerando a condição de ressonância como

$$\omega_{\text{osc}} C_n = B \rightarrow f_{\text{osc}} = \frac{1}{2\pi L} \frac{\sqrt{L - C_n R_s^2}}{\sqrt{C_n}(1 + R_s G_L)}. \quad (83)$$

na condição em que $L > C_n R_s^2$. Por fim, no próximo capítulo é desenvolvida a metodologia do presente trabalho.

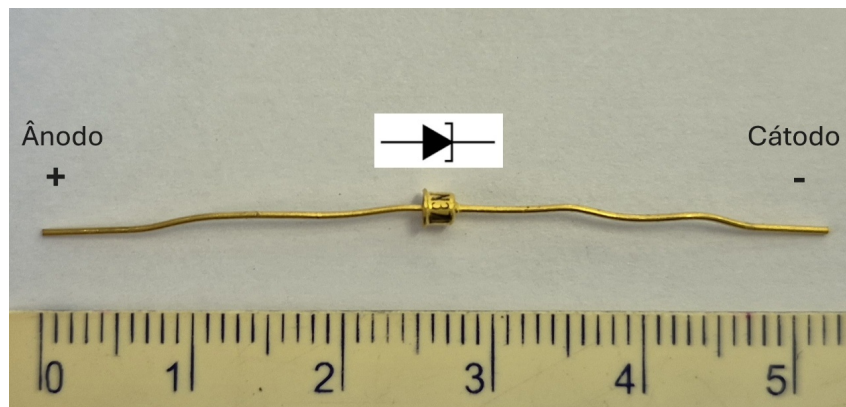
3 METODOLOGIA

Neste capítulo é apresentada a metodologia desenvolvida nesta monografia de trabalho de curso.

3.1 Medição da curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712

Na Figura 18 é mostrado o diodo túnel 1N3712 utilizado neste trabalho. Nesta figura observa-se a fotografia do diodo que foi usado na medição experimental, bem como a indicação do símbolo do diodo túnel utilizada na literatura e os contatos positivo (ânodo) e negativo (cátodo) do dispositivo.

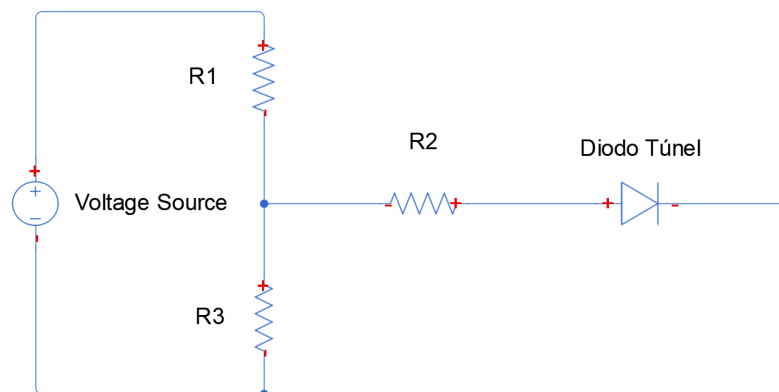
Figura 18 – Fotografia do diodo túnel 1N3712 com a indicação do símbolo, ânodo e cátodo do dispositivo medido.



Fonte: Autora, 2025.

A indicação correta dos contatos positivo e negativo é descrita no datasheet do dispositivo. Além do mais, analisando o documento identificaram-se os seguintes valores do diodo 1N3712: $I_p = 1,0 \text{ mA}$, $I_v = 0,12 \text{ mA}$, $V_p = 65 \text{ mV}$, $V_v = 350 \text{ mV}$. Adicionalmente, nota-se que a magnitude da tensão de pico é relativamente pequena, bem como a tensão de vale. Dessa forma, para não deteriorar o dispositivo, antes de realizar a medida da corrente e tensão foi necessária a implementação de um divisor de tensão, para reduzir a tensão de saída da fonte, de modo a permitir uma medição com o maior número de pontos possíveis. Na Figura 19 é representado o circuito equivalente do divisor de tensão proposto para realizar a medição da corrente e tensão do diodo túnel.

Figura 19 – Representação do circuito equivalente do divisor de tensão



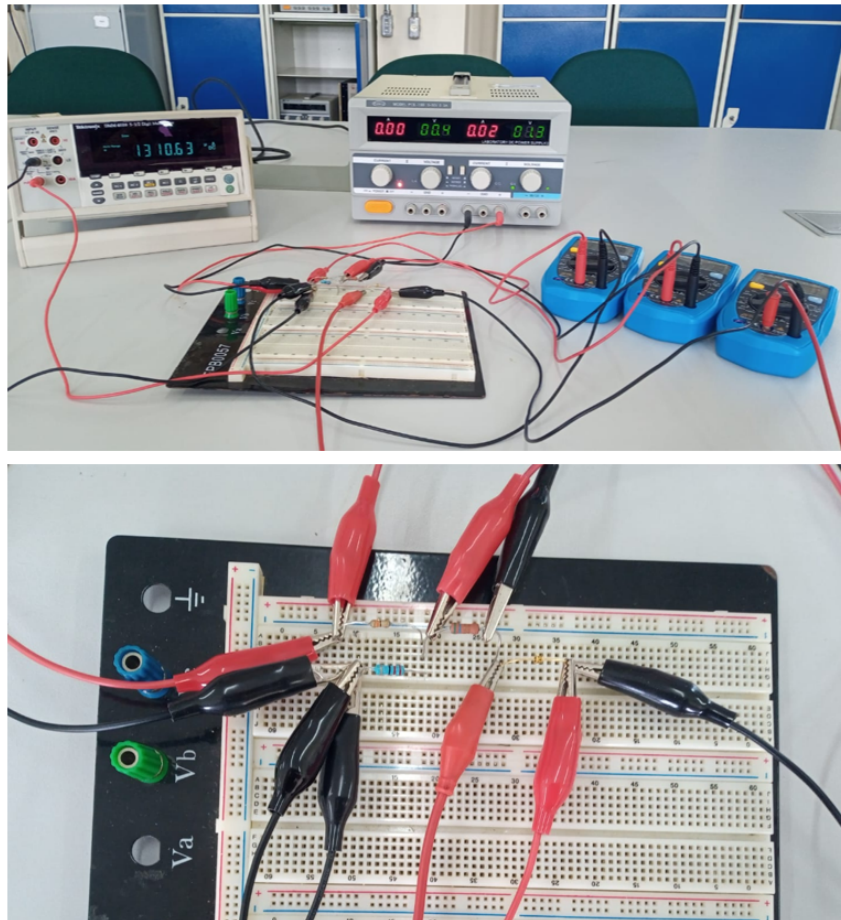
Fonte: Autora, 2025.

Neste contexto, para obter os valores experimentais da corrente e da tensão do diodo túnel foram empregados os seguintes equipamentos/materiais:

- Fonte de tensão contínua ajustável entre 0 e 30 V;
- Multímetros,
- Diodo túnel 1N3712,
- Resistores de 5,6 Ω , 22 Ω e 33 Ω .

Os resistores utilizados na confecção do divisor de tensão são $R1 = 33 \Omega$, $R2 = 5,6\Omega$ e $R3 = 22 \Omega$, conforme o circuito ilustrado na Figura 19. Assim, na Figura 20 é mostrada a montagem do circuito utilizada para obter a curva I-V experimental do diodo túnel.

Figura 20 – Montagem experimental do divisor de tensão confeccionado para realizar a medição da curva I-V do diodo túnel 1N3712.



Fonte: Autora, 2025.

Após a montagem do circuito, representado na Figura 20, variou-se os valores de tensão no diodo de 10 mV a 501 mV, obtendo assim, seus respectivos valores de corrente. Foram levantadas 105 medições de correntes e de tensões do diodo em questão. Sendo assim, foi possível obter a curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712 e que será apresentada posteriormente.

3.2 Determinação da curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712

Para determinar a curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712, deve-se utilizar a Eq. (33) com as Eqs. de (34) a (39). Para isso, é necessário substituir os parâmetros do dispositivo fornecidos pelo datasheet e listados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores dos parâmetros do diodo túnel 1N3712 extraídos do *datasheet*.

Parâmetro	Descrição	Valor
I_p	Corrente de pico	1,0 mA
V_p	Tensão de vale	65 mV
I_v	Corrente de vale	0,12 mA
V_v	Tensão de vale	350 mV
C_d	Capacitância do dispositivo	5,0 pF
R_s	Resistência do dispositivo	1,5 Ω
L_s	Indutância do dispositivo	0,5 nH

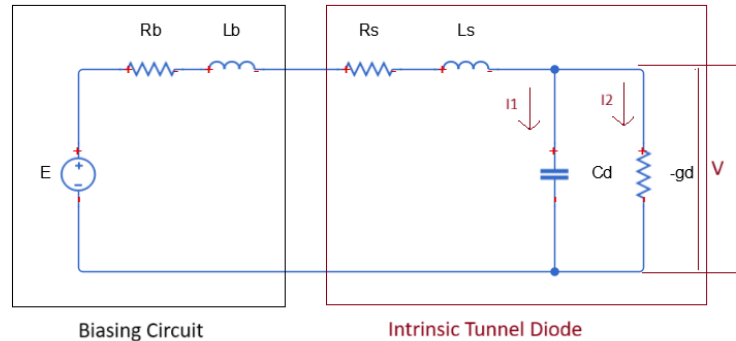
Fonte: ALLDATASHEET.COM, 2024

Dessa forma, obtém-se a curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712. A comparação e discussão da curva I-V experimental e analítica, com ênfase na NDR, é apresentada posteriormente.

3.3 Implementação teórica e numérica do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712

Na Figura 15 pode-se visualizar o circuito equivalente do diodo túnel que pode ser interpretado como um circuito oscilador, pois a resistência diferencial negativa ($-R_d$) compensará a perda ôhmica do resistor em série (R_s), e assim, obtém-se um circuito oscilante LC apenas. Esta característica peculiar que permite a obtenção de um circuito oscilador mais simples (VAN DEGRIFT, 1981). Agora, para implementar teoricamente o circuito baseado em diodo túnel 1N3712, deve-se utilizar os valores dos parâmetros que caracterizam o dispositivo em questão. Tais valores são disponibilizados na Tabela 1. Com isso, pode-se calcular a frequência de corte (f_c) e a frequência de oscilação (f_{osc}) empregando as Eqs. (53) e (61), respectivamente. Posteriormente, implementou-se numericamente o circuito oscilador baseado em diodo túnel, para determinar o comportamento da tensão e corrente de saída em função do tempo. O circuito oscilador considerado é ilustrado na Figura 21.

Figura 21 – Representação esquemática do circuito oscilador baseado em diodo túnel alimentado por uma fonte de tensão contínua.



Fonte: Autora, 2025.

Assim, resolvendo a Lei de Kirchhoff da tensão (LKT) e da corrente (LKC) para o circuito da Figura 21, obtém-se

$$E = (R_b + R_s)I_1 + (L_b + L_s)\frac{dI_1}{dt} + V \quad (84)$$

$$I_1 = C_d\frac{dV}{dt} + I(V) \quad (85)$$

e com isso, as Eqs. (84) e (85) resultando no seguinte sistema de equação diferencial não-linear

$$\begin{cases} \frac{dI_1}{dt} = \frac{E - V - (R_b + R_s)I_1}{L_b + L_s} \\ \frac{dV}{dt} = \frac{I_1 - I(V)}{C_d} \end{cases} \quad (86)$$

onde a função $I(V)$ é dada pela Eq. (33). Com isso, o sistema de equações diferenciais, mostrado na Eq. (86), foi resolvido por meio da função *ode45* do MATLAB (MATHWORKS, INC., 2025). A *ode45* representa uma combinação dos métodos numéricos de Runge-Kutta de 4ª e 5ª ordem, isto é, a função utiliza a precisão do método de Runge-Kutta de 5ª ordem, entretanto, a seleção do tamanho de passo é definida pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem, garantindo assim, um equilíbrio entre precisão e eficiência computacional (MATHWORKS, INC., 2025).

Dessa forma, é possível traçar os gráficos de tensão e corrente de saída em função do tempo do circuito oscilador baseado em diodo túnel. Além disso, a estabilidade do sinal de saída do oscilador foi verificada de forma numérica através do espaço de fase do gráfico corrente em função da tensão. A estabilidade da oscilação é encontrada quando a órbita do espaço de fase

é fechada (VAN DEGRIFT,1981). Um estudo mais aprofundado da estabilidade do circuito oscilador baseado em diodo túnel será realizada em um trabalho futuro.

Por fim, a frequência de oscilação do circuito oscilador baseado em diodo túnel, obtida numericamente, pode ser obtida por meio dos sinais de saída em função do tempo.

3.4 Potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712

Para calcular a potência de saída máxima (teórica) do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712 utilizou-se a Eq. (73). Além disso, foi possível determinar a potência de consumo DC e a eficiência de conversão DC/AC consideraram-se as Eqs. (74) e (75), respectivamente.

Agora, a potência de saída máxima do circuito considerando os elementos parasitas (R_s e L_s) pode ser calculada a partir da Eq. (82) e a frequência de oscilação do circuito foi obtida pela Eq. (83). Com isso, o circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712, mostrado na Figura 17-(d), pode ser aplicado como um circuito alimentador de um transmissor em sistema de comunicação sem fio. Para isso, realizou-se o levantamento da curva de potência de saída em função da frequência de oscilação. Por fim, no próximo capítulo são apresentados os resultados e as discussões deste trabalho.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo é apresentada a caracterização experimental da curva I-V do diodo túnel 1N3712. Posteriormente, é realizada a implementação teórica e numérica do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712. Por fim, é desenvolvida a análise da potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712 operando como um alimentador de um transmissor sem fio.

4.1 Curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712

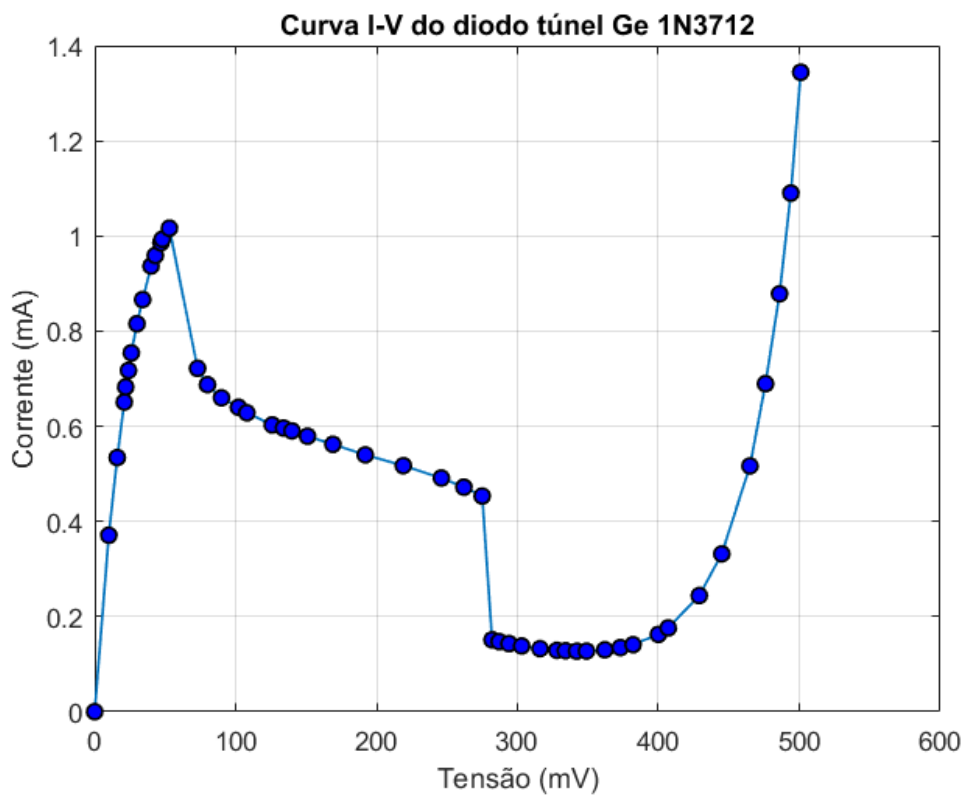
Aplicando o divisor de tensão, conforme discutido no capítulo anterior, foi possível obter a curva I-V experimental do diodo túnel 1N3712. Na Figura 22 é mostrada a curva características I-V experimental do diodo túnel 1N3712. Analisando a figura, verifica-se a característica peculiar do diodo túnel que é a região de NDR. Além disso, a curva I-V pode ser dividida em três diferentes regiões:

1. **Região de tunelamento:** esta região é compreendida entre 0 e 59 mV. Nesta região a corrente aumenta exponencialmente, e isso ocorre devido ao efeito de tunelamento quântico, onde os elétrons tunelam diretamente pela barreira de potencial da junção PN. Com isso, a corrente atinge o valor máximo, que é chamada de corrente de pico, $I_p = 1,025$ mA, para a tensão de pico, $V_p = 59$ mV.
2. **Região de NDR:** esta região é definida entre 59 mV a 347 mV. A NDR é a região mais importante de um diodo túnel. Analisando a figura, constata-se que com o aumento da tensão a corrente diminui. Esse fenômeno ocorre devido ao desalinhamento das bandas de energia, tornando o tunelamento menos provável. A corrente diminui até a corrente de vale, $I_v = 0,126$ mA, até a tensão de vale, $V_v = 347$ mV.
3. **Região do diodo convencional:** esta região é definida para $V_v > 347$ mV. Nesta região o diodo túnel se comporta como um diodo retificador comum. Assim, nesta condição a corrente do diodo passa a ser a corrente de difusão, que aumenta exponencialmente com a tensão.

Portanto, a região NDR, mostrada na Figura 22, é a propriedade que torna o diodo túnel um dispositivo fundamental em aplicações de alta frequência, como osciladores, amplificadores e circuitos de chaveamento.

Assim, para validar a curva I-V experimental do diodo túnel 1N3712, os principais parâmetros do dispositivo foram extraídos da curva e comparados com os valores nominais especificados pelo fabricante (*datasheet*). Na Tabela 2 são listados estes parâmetros, incluindo o erro percentual relativo entre os valores medidos e os nominais. Observando a tabela, verifica-se que os parâmetros de corrente, I_p experimental foi igual a 1,025 mA, resultando em um erro de 2,50%, em relação ao valor nominal de 1,0 mA. E I_v experimental foi igual a 0,126 mA, retornou um erro de 5,00%, em relação ao valor nominal de 0,12 mA. Para as tensões, V_v experimental de 347 mV resultou um erro de 0,86%, em relação a 350 mV (nominal). E a maior discrepância ocorreu para a V_p experimental de 59 mV, retornando um erro de 9,23%, em relação a 65 mV (nominal). Portanto, de forma geral, os dados experimentais em relação aos dados nominais estão validados, uma vez que o maior erro é da ordem de 9%, considerando que erros menores do que 10% são aceitáveis em experimentos práticos com componentes semicondutores.

Figura 22 – Curva característica I-V experimental do diodo túnel 1N3712.



Fonte: Autora, 2025.

Tabela 2 – Comparação dos valores do *datasheet* e experimental dos parâmetros I_p , V_p , I_v e V_v do diodo túnel 1N3712.

Parâmetro	Nominal (<i>Datasheet</i>)	Experimental	Erro (%)
I_p	1.0 mA	1,025 mA	2,50
V_p	65 mV	59 mV	9,23
I_v	0,12 mA	0,126 mA	5,00
V_v	350 mV	347 mV	0,86

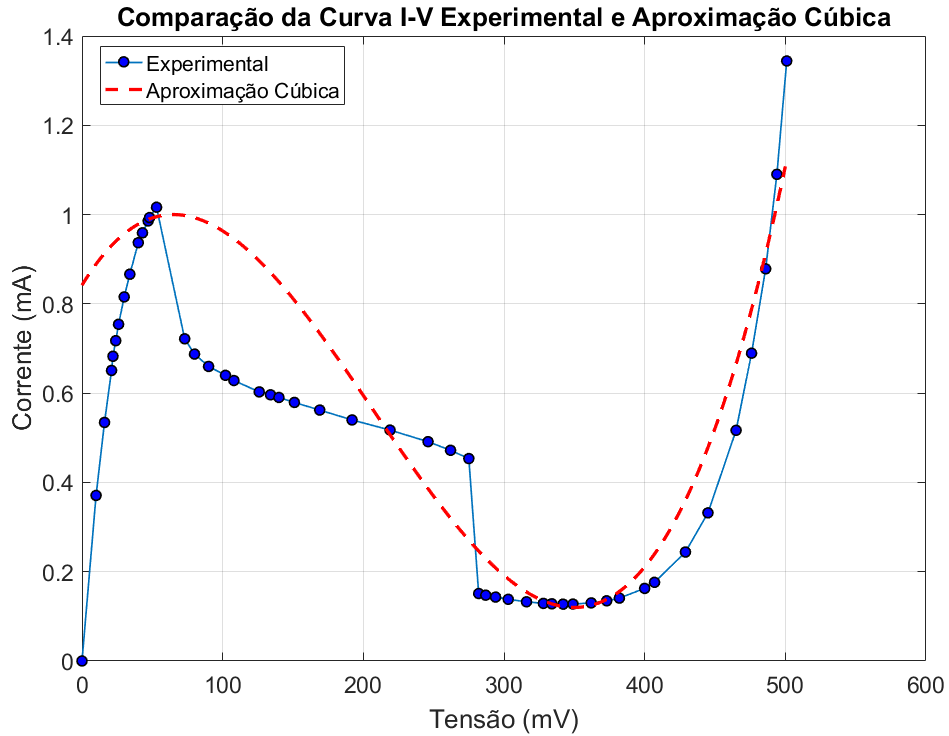
Fonte: Autora, 2025.

4.2 Curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712

A curva característica I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712 foi obtida utilizando a Eq. (33) em conjunto com os parâmetros disponibilizados na Tabela 2. Além disso, utilizando as Eqs. de (34) até (39) determinaram-se os seguintes valores: $\Delta V = 285$ mV, $\Delta I = 0,88$ mA, $a = 4,6$ mS, $b = 0,076$ S/V³, $V_0 = 208$ mV e $I_0 = 0,56$ mA. Na Figura 23 é apresentada a curva I-V considerando a aproximação cúbica. Além disso, na mesma Figura é mostrada a comparação da curva I-V experimental com a curva I-V na aproximação cúbica.

Observando a Figura 23, constata-se que a aproximação cúbica é uma boa alternativa para reproduzir o comportamento do diodo túnel na região de NDR, conforme discutido em WANG, 2012. Com isso, o fato de ter uma função matemática $I(V)$, Eq. (33), que descreve a região NDR é fundamental na implementação numérica e analítica do circuito oscilador baseado em diodo túnel.

Figura 23 – Comparação entre as curvas I-V experimental e na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712.



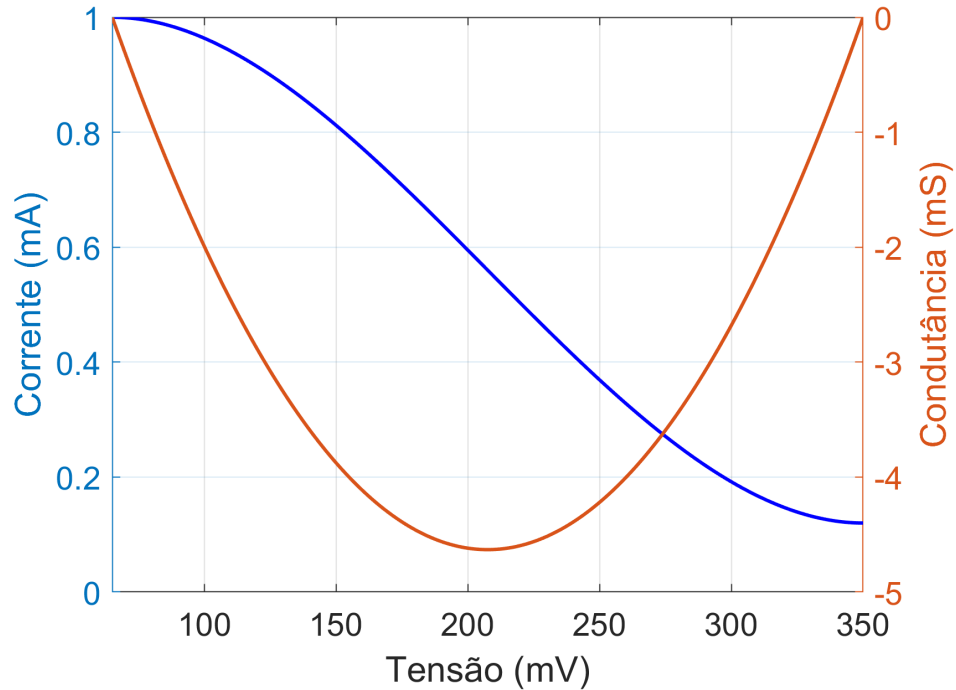
Fonte: Autora, 2025.

Com isso, pode-se calcular a condutância do dispositivo em função da tensão derivando a função $I(V)$, Eq. (33), em relação a tensão

$$G(V) = \frac{dI(V)}{dV} = -a + 3b(V - V_0)^2. \quad (87)$$

De posse dos valores experimentais mostrados na Tabela 2, pode-se determinar a curva G-V do dispositivo. Assim, as curvas características I-V e G-V do diodo túnel 1N3712 obtidas pela aproximação cúbica, para a região de NDR, são mostradas na Figura 24.

Figura 24 – Curvas características I-V e G-V do diodo túnel 1N3712 obtidas pela aproximação cúbica, para a região de NDR.



Fonte: Autora, 2025.

Observando a Figura 24, a curva I-V é representada pela linha azul, enquanto a curva G-V é representada pela linha laranja, ambas em função da tensão aplicada. Assim, a tensão aplicada é definida na região de NDR, entre 59 mV e 347 mV. Agora, a curva G-V, que representa a condutância diferencial do dispositivo, também é calculada na região de NDR. A condutância assume valores negativos em toda a faixa de NDR, atingindo um mínimo de $-4,6$ mS para 208 mV. Assim, verifica-se a condutância nula nos pontos de I_p e I_v , onde a derivada da curva I-V é igual a zero. Portanto, esta característica de condutância negativa é o princípio fundamental que permite a utilização do diodo túnel em circuitos osciladores e amplificadores de alta frequência (WANG, 2012).

4.3 Análise de desempenho do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712

Após a caracterização experimental da curva I-V do diodo túnel 1N3712, não foi possível fazer a implementação experimental de um circuito oscilador baseado neste diodo. Esta situação ocorreu devido à falta de equipamentos e materiais adequados disponíveis nos laboratórios da

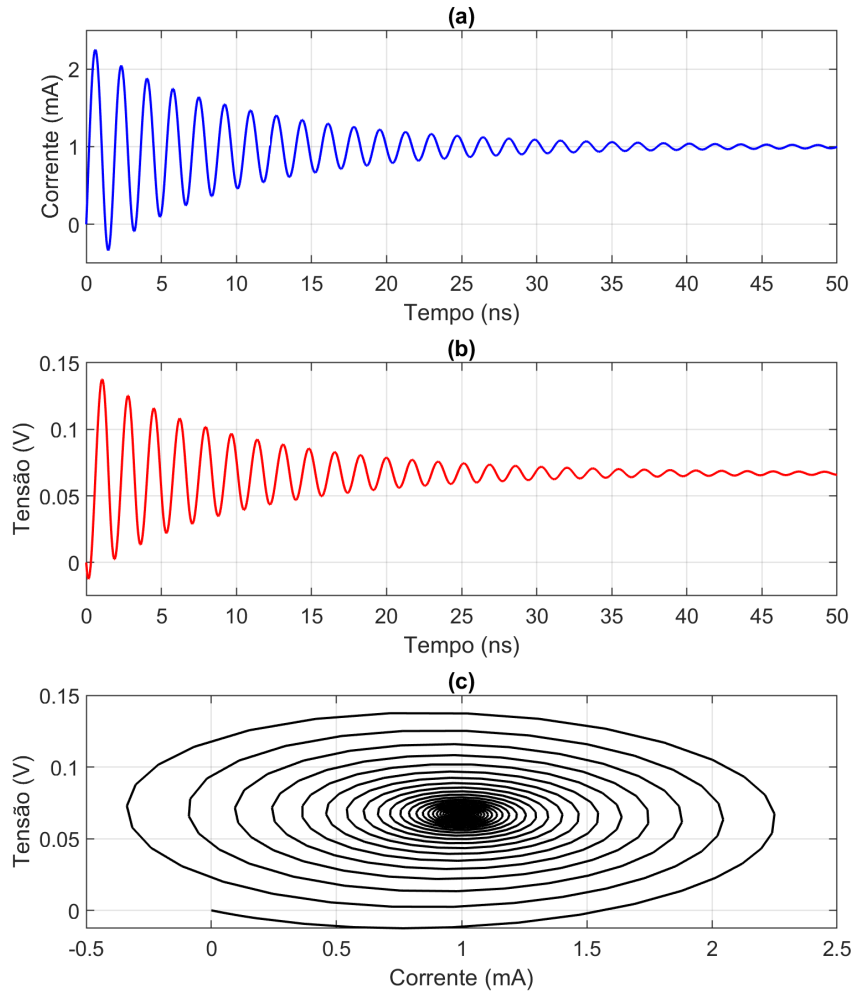
instituição. Era necessário utilizar valores de capacitores e indutores muito pequenos da ordem de 10^{-6} . Com isso, optou-se por realizar a implementação analítica e numérica do circuito oscilador baseado em diodo túnel, utilizando a aproximação cúbica para obter a curva I-V junto com os dados experimentais extraídos da curva experimental I-V do diodo túnel, I_p , V_p , I_v e V_v .

Primeiramente, calcularam-se, analiticamente, a frequência de corte (f_c) e a frequência de oscilação (f_{osc}) do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712 a partir das Eqs. (53) e (61), respectivamente. Para isso, foram considerados os valores dos parâmetros do diodo túnel listados na Tabela 1, devido ao fato de realizar a modelagem do oscilador foram utilizados os dados nominais. Os valores obtidos foram: $f_c = 1,8$ GHz e $f_{osc} = 3,2$ GHz. Lembrando que esses valores são os limites teóricos do circuito baseado no diodo em questão.

Na sequência, implementou-se o circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712. Para isso, resolveu-se numericamente o sistema de equações diferenciais (86), por meio da função *ode45* do MATLAB. O primeiro circuito oscilador foi desenvolvido considerando os seguintes parâmetros: $R_b = 1,5 \Omega$, $R_s = 1,5 \Omega$, $L_b = 14,5$ nH, $L_s = 0,5$ nH, $C_d = 5,0$ pF, $E_{fonte} = 70$ mV, $\Delta V = 285$ mV, $\Delta I = 0,88$ mA, $a = 4,6$ mS, $b = 0,076$ S/V³, $V_0 = 208$ mV e $I_0 = 0,56$ mA. As curvas de corrente e tensão de saída em função do tempo do circuito oscilador são mostradas nas Figuras 25-(a) e (b), respectivamente. Já o gráfico mostrado na Figura 25-(c) apresenta o diagrama de fase do sistema.

Nas Figuras 25-(a) e (b) são mostradas as formas de onda no domínio do tempo e elas representam oscilações senoidais cuja amplitude decai exponencialmente à medida que o tempo evolui (oscilação amortecida). Nas figuras, nota-se que a corrente inicia em torno de 2,0 mA e a tensão em torno de 0,14 V. Com isso, ambas as variáveis convergem para um ponto de operação DC estável após aproximadamente 35 ns, estabilizando-se em 0,9 mA e 0,07 V. Agora, a Figura 25-(c) é apresentado o diagrama de fase tensão–corrente, fornecendo uma visualização da trajetória do sistema no espaço de fase. A trajetória é uma espiral convergente, cujo sistema evolui para um ponto fixo central, que é o ponto de operação DC estável. Portanto, este comportamento indica que o sistema é estável, pois as perdas resistivas do circuito (resistência positiva) superam o mecanismo da resistência negativa do diodo túnel. Conseqüentemente, o sistema não consegue sustentar uma oscilação contínua, e as oscilações iniciais são dissipadas até que o sistema atinja seu ponto de polarização DC estável.

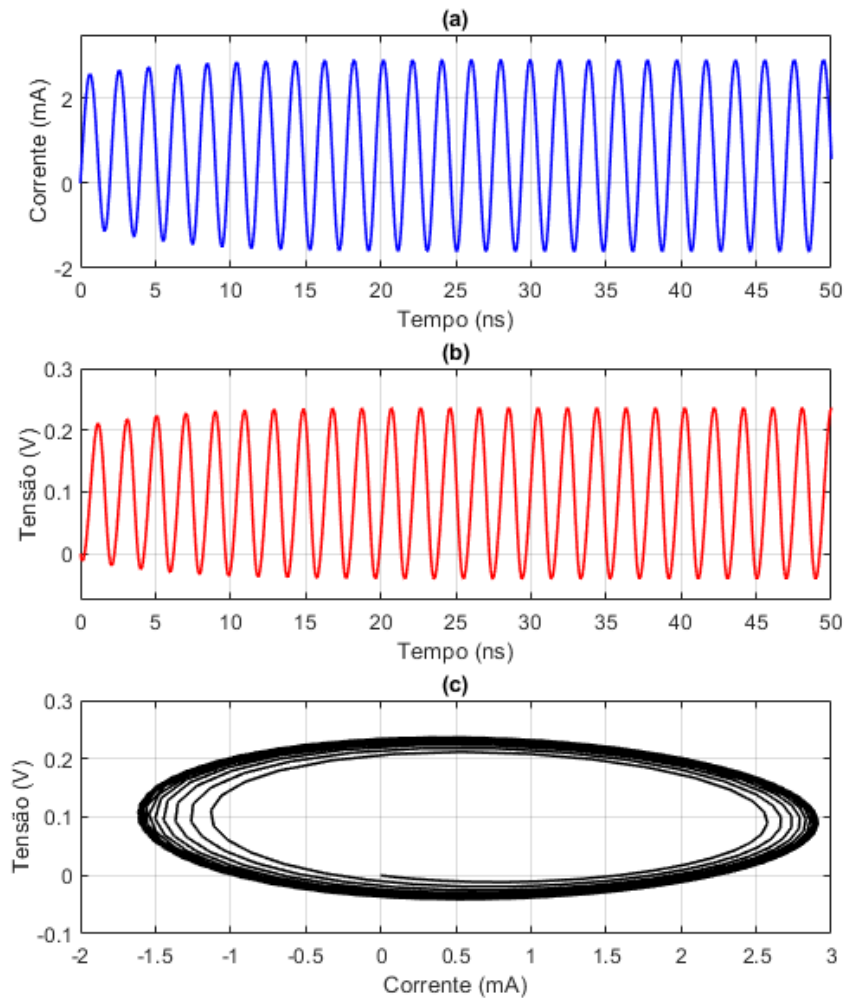
Figura 25 – Oscilação amortecida: (a) corrente de saída em função do tempo; (b) tensão de saída em função do tempo e (c) espaço de fase tensão – corrente.



Fonte: Autora, 2025.

O segundo circuito oscilador foi desenvolvido considerando os seguintes parâmetros: $R_s = 1,5 \Omega$, $R_b = 1,5 \Omega$, $L_b = 18,5 \text{ nH}$, $L_s = 0,5 \text{ nH}$, $C_d = 5,0 \text{ pF}$, $E_{\text{fonte}} = 100 \text{ mV}$, $\Delta V = 285 \text{ mV}$, $\Delta I = 0,88 \text{ mA}$, $a = 4,6 \text{ mS}$, $b = 0,076 \text{ S/V}^3$, $V_0 = 208 \text{ mV}$ e $I_0 = 0,56 \text{ mA}$. As curvas de corrente e tensão de saída em função do tempo do circuito oscilador são mostradas nas Figuras 26-(a) e (b), respectivamente. Já o gráfico mostrado na Figura 26-(c) apresenta o diagrama de fase do sistema.

Figura 26 – Oscilação permanente: (a) corrente de saída em função do tempo; (b) tensão de saída em função do tempo e (c) espaço de fase tensão – corrente.



Fonte: Autora, 2025.

De forma geral, na Figura 26 é ilustrado o comportamento do circuito oscilador operando em regime de oscilação autossustentada e estável. Além disso, os formatos de ondas senoidais, Figuras 26-(a) e (b), demonstram oscilações periódicas com amplitude constante, após o período de transitório, em torno de 10 ns. A corrente oscila entre $-1,5$ e $2,8$ mA, enquanto a tensão oscila entre 0 e $0,22$ V, ambas centradas em um ponto de operação DC. A manutenção de uma amplitude constante, para o tempo maior do que 10 ns, indica que o sistema atingiu um estado de regime permanente. Adicionalmente, na Figura 26-(c), observa-se o diagrama de fase da tensão em função da corrente, e este resultado evidencia o comportamento estável do circuito oscilador, pois a trajetória do sistema não converge para um ponto fixo, como no caso do oscilador

amortecido, mas sim para uma órbita fechada e isolada. Esta órbita é chamada de ciclo limite estável (WANG, 2012) (NOBREGA, 2024). Portanto, este comportamento é característico de um oscilador não linear onde a energia fornecida pelo componente ativo (diodo túnel) compensa exatamente a energia dissipada pelas perdas resistivas do circuito em cada ciclo de oscilação. Um estudo mais amplo acerca da estabilidade/instabilidade do circuito oscilador baseado em diodo túnel é deixado como um trabalho futuro.

Posteriormente, realizou-se a comparação entre os circuitos osciladores baseados em diodos túneis implementados de forma analítica e numérica, com o objetivo de validar a abordagem numérica utilizando o método numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem, considerado neste trabalho. Para isso, considerou-se os seguintes parâmetros do circuito: $R_s = 1,5 \Omega$, $R_p = 1,5 \Omega$, $L_e = 25 \text{ nH}$, $L_c = 0,5 \text{ nH}$, $C_d = 5,0 \text{ pF}$, $E_{fontes} = 80 \text{ mV}$, $\Delta V = 285 \text{ mV}$, $\Delta I = 0,88 \text{ mA}$, $a = 4,6 \text{ mS}$, $b = 0,076 \text{ S/V}^3$, $V_0 = 208 \text{ mV}$ e $I_0 = 0,56 \text{ mA}$. Posteriormente, variou-se a tensão na fonte DC no intervalo da região da NDR (entre $\sim 60 \text{ mV}$ e 350 mV) e calcularam-se as frequências de oscilação analítica ($f_{osc,a}$), e numérica ($f_{osc,n}$), pelas Eqs. (61) e (86), assim como o erro percentual entre $f_{osc,a}$ e $f_{osc,n}$. Com isso, os resultados obtidos são listados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados da comparação entre os valores da frequência de oscilação analítica e numérica, para a tensão aplicada na região de NDR.

$E_{\text{fonte}}(\text{mV})$	$f_{osc,a}(\text{MHz})$	$f_{osc,n}(\text{MHz})$	$erro(\%)$
65	445,723	457,421	2,624
93	442,650	440,866	0,403
121	435,890	435,415	0,109
149	428,536	440,086	2,695
177	422,942	440,241	4,090
205	420,651	442,652	5,230
233	422,260	446,070	5,639
261	427,352	435,374	1,877
289	434,543	438,855	0,992
317	441,615	434,591	1,590
340	445,276	448,971	0,830

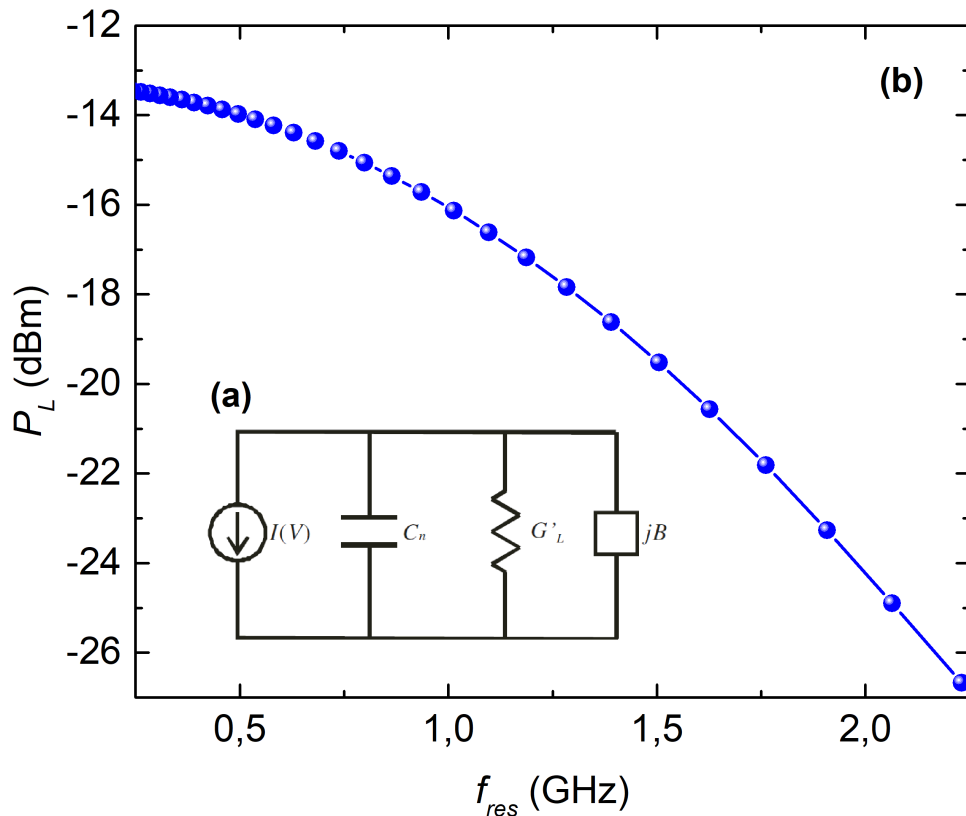
Fonte: Autora, 2025.

Observando a Tabela 3, os resultados demonstram uma concordância geral satisfatória, com frequências de oscilação na faixa de 420 a 460 MHz e erro percentual de no máximo $\sim 5,6\%$ (concordância de 94,4%). Ressalta-se que o menor valor de erro foi de 0,11% para $E_{\text{fonte}} = 121 \text{ mV}$, o que indica uma concordância de aproximadamente 99,89%. Dessa forma, constata-se a validação da implementação numérica para a obtenção da frequência de oscilação do circuito oscilador baseado em diodo túnel.

4.4 Análise da potência de saída do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712

No primeiro momento, determinaram-se as seguintes métricas teóricas: potência de saída máxima, potência de consumo DC e eficiência de conversão DC/AC do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712 utilizando as Eqs. (73), (74) e (75), respectivamente. Os resultados teóricos obtidos foram iguais a $P_{\text{max}} = 47 \mu\text{W}$, $P_{\text{DC}} = 116,2 \mu\text{W}$ e $\eta = 40,4\%$. Lembrando que nesta análise não considerou-se os efeitos de degradação da frequência de operação do circuito oscilador baseado em diodo túnel.

Figura 27 – (a) Representação esquemática do circuito oscilador baseado em diodo túnel. (b) Potência de saída em função da frequência de ressonância do circuito oscilador baseado no diodo túnel Ge 1N3712.



Fonte: Autora, 2025.

Na sequência, de posse da curva I-V na aproximação cúbica do diodo túnel 1N3712, determinou-se a potência de saída do circuito oscilador baseado no diodo túnel 1N3712. O circuito oscilador considerando os elementos parasitas e a degradação da frequência é ilustrado na Figura 27-(a). Adicionalmente, considerou-se L em um intervalo de 1 – 100 nH. Para isso, fixou-se um valor de L e determina-se a frequência de ressonância pela Eq. (83). Além disso, ajustou-se G_L como a metade da condutância do dispositivo, isto é, $G_L = 2,3$ mS.

Na Figura 27-(b) é apresentada a curva de potência de saída em função da frequência de ressonância do circuito oscilador baseado no diodo túnel 1N3712. Analisando a figura, observa-se a diminuição acentuada da potência de saída com o aumento da frequência de operação do sistema. E com isso, verifica-se a potência de saída encontra-se no intervalo de $-13,4$ dBm ($45,7 \mu\text{W}$) a $-26,7$ dBm ($2,2 \mu\text{W}$) para as frequências entre 220 MHz e 2,23 GHz, respectivamente. Para as aplicações do circuito oscilador em transmissores de sistemas de comunicação sem fio a frequência de ressonância é em torno de 860 MHz (MEDARANGA; CHINTHALA-

PANI; YAN, 2025) e utilizando o formalismo implementado aqui foi obtida uma potência de saída em torno de $-15,3$ dBm ($29,5 \mu\text{W}$). Por fim, constata-se que para frequências menores, em torno de 100 MHz, o dispositivo se aproxima do valor teórico máximo da potência de saída igual a $47 \mu\text{W}$.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, realizou-se um estudo, teórico e experimental, do diodo túnel de Germânio 1N3712. A caracterização experimental da curva I-V foi executada e os parâmetros fundamentais do dispositivo, $I_P = 1,025$ mA, $V_P = 59$ mV, $I_V = 0,126$ mA e $V_V = 347$ mV, foram extraídos e validados, apresentando boa concordância com os dados nominais do fabricante e demonstrando a precisão do procedimento de medição.

Além disso, o comportamento na região de NDR, que é a principal característica de operação deste componente, foi modelado por meio da aproximação cúbica. Este formalismo em conjunto dos dados experimentais foi fundamental na implementação analítica e numérica do circuito oscilador baseado em diodo túnel 1N3712.

Adicionalmente, a implementação numérica do circuito oscilador, utilizando o método de Runge-Kutta (*ode45*) no MATLAB, permitiu uma análise de desempenho da dinâmica do sistema. Observaram-se o comportamento do circuito oscilador na condição de oscilação amortecida, onde as perdas do circuito superaram a energia fornecida pela NDR do diodo túnel, bem como o circuito oscilador operando no regime de oscilação estável, onde o sistema atinge um equilíbrio energético. Ademais, a frequência de oscilação obtida numericamente foi validada com a frequência de oscilação analítica, com erros percentuais máximos em torno de 5,6%.

Posteriormente, a análise de potência de saída retornou um limite teórico de $P_{\max} = 47 \mu\text{W}$ e uma eficiência de 40,4%. Com a inclusão dos elementos parasitas no modelo verificou-se a degradação da potência de saída com o aumento da frequência de oscilação. Tal comportamento é indispensável no projeto de transmissores sem fio baseados em circuitos osciladores compostos por diodos túneis. Ressalta-se a obtenção de uma potência de saída de $-15,3$ dBm ($29,5 \mu\text{W}$) para a frequência de 860 MHz, que representa um valor compatível com aplicações de comunicação sem fio de baixa potência.

Por fim, apesar da impossibilidade de realizar a montagem experimental do circuito oscilador, devido às limitações de equipamentos e de materiais, o estudo teórico e numérico caracterizou, de forma satisfatória, tanto o diodo túnel 1N3712 quanto seu circuito oscilador. Além disso, evidenciou que o diodo túnel investigado é um excelente candidato para atender os requisitos técnicos dos sistemas de comunicação sem fio de baixa potência.

5.1 Trabalhos Futuros

A seguir são apresentadas algumas possibilidades para a continuidade deste trabalho de conclusão de curso:

- Realizar a montagem experimental do circuito oscilador baseado no diodo túnel 1N3712;
- Desenvolver um estudo teórico e numérico mais aprofundado sobre a estabilidade do circuito oscilador, utilizando ferramentas de análise de sistemas não lineares para mapear bifurcações e caracterizar detalhadamente o ciclo limite estável;
- Investigar a aplicação prática do circuito oscilador como uma estrutura alimentadora de um transmissor sem fio;
- Comparar o modelo de aproximação cúbica com outros modelos físicos e empíricos mais complexos para o diodo túnel.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLDATASHEET.COM. *1N3712*. Datasheet do diodo túnel de Ge 1N3712. Download disponível em: <https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/download/941839/ETC2/1N3712.html>. Acesso em: 18 ago. 2025.

BHADARIA, Y. et al. Enabling non-contact, low-power sensing using tunnel diodes. In: **23rd Int. Conf. on Information Processing in Sensor Networks**, 2024. p. 311-312.

BOYLESTAD, Robert; NASHELSKY, Louis. **Dispositivos eletrônicos e teoria de circuitos**. 11. ed. São Paulo: Pearson, 2013.

CHINTHALAPANI, R. R. et al. AudioCast: Enabling Ubiquitous Connectivity for Embedded Systems through Audio-broadcasting Low-power Tags. In: **MobiSys '25: Proceedings of the ACM on Interactive, Mobile, Wearable and Ubiquitous Technologies**, New York: Association for Computing Machinery, 2025. Article No.: 27, p. 1.

DIA, Y. et al. A Wireless Motion Sensor Operating Down to -28 -dBm Energy Harvesting. **IEEE Journal of Radio Frequency Identification**, v. 8, p. 176-184, 1 jan. 2024.

ESAKI, Leo. Long journey into tunneling. **Rev. Mod. Phys.**, v. 46, p. 237, 1 abr. 1974. DOI: 10.1103/RevModPhys.46.237.

ESAKI, L. New Phenomenon in Narrow Germanium p-n Junctions. **Physical Review**, v. 109, n. 2, p. 603-604, 15 jan. 1958.

FARIA, Mateus H. R.; DA NOBREGA, Rafael V. T.; DUARTE, Ulysses R. 10-Steps Method to Extract the I-V Curve of Resonant Tunneling Diode Based on Experimental Data Preserving Physical Parameters. In: IANO, Y. et al. (Org.). **Smart Innovation, Systems and Technologies**. 1. ed. Springer International Publishing, 2019. v. 140, p. 303-312.

FIGUEIREDO, J. **Optoelectronic properties of resonant tunnelling diodes**. 2000. Tese (Doutorado em Física) – Universidade do Porto, Faro, 2000.

GENERAL ELECTRIC COMPANY. **Tunnel Diodes Manual**. Liverpool, NY, 1961.

GRIFFITHS, David J.; SCHROETER, Darrell F. **Introduction to Quantum Mechanics**.

3. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2018.

KIM, C.; BRANDLI, A. High-Frequency High-Power Operation of Tunnel Diodes. **IRE Transactions on Circuit Theory**, v. 8, n. 4, p. 416-425, dez. 1961.

LIM, T. et al. TunnelSense: Low-power, Non-Contact Sensing using Tunnel Diodes. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2405.09155>>. Acesso em: 10 nov. 2024.

MALVINO, Albert. **Eletrônica** [recurso eletrônico]. Tradução: Antonio Pertence Jr. 8. ed. v. 1. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2016.

MATHWORKS.COM. *ode45*. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html>. Acesso em: 28 out. 2025.

MEDARANGA, S. P. P.; CHINTHALAPANI, R. R.; YAN, W. Unraveling the Missing Link in Low-power Communication: An Autodyning Receiver Architecture that Achieves a Long Range. In: **MobiSys '25: Proceedings of the 23rd Annual International Conference on Mobile Systems, Applications and Services**, Anaheim, 2025. New York: Association for Computing Machinery, 2025. p. 96.

NÓBREGA, R. V. T. **Modelagem e avaliação de desempenho de circuitos osciladores baseados em diodos de tunelamento ressonante para comunicação sem fio em terahertz**. 2024. Tese (Doutorado em Engenharia da Informação) – Universidade Federal do ABC, 2024.

NOLTE, David D. A Short History of Quantum Tunneling. **Galileo Unbound**, 6 nov. 2022. Disponível em: <<https://galileo-unbound.blog/2022/11/06/a-short-history-of-quantum-tunneling/>>. Acesso em: 16 mar. 2025.

RADIO CORPORATION OF AMERICA (RCA). **Tunnel Diodes for Switching and Microwave Applications - Technical manual TD-30**. RCA, 1963.

REZENDE, Sérgio M. **Materiais e Dispositivos Eletrônicos**. 4. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

ROSS, I. The invention of the transistor. **Proc. of the IEEE**, v. 86, n. 1, p. 7-28, 1998.

SADIKU, Matthew N. O. **Elementos de eletromagnetismo**. 6. ed. Porto Alegre: AMGH, 2019.

THADDEUS, L. C. Q. et al. TunnelSense: Low-Power, Non-Contact Sensing Using Tunnel Diodes. In: **2024 IEEE International Conference on RFID (RFID)**, Cambridge, 2024. Anais ...IEEE, 2024. p. 154.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

VAN DEGRIFT, Craig T.; LOVE, David P. Modeling of tunnel diode oscillators. **Rev. Sci. Instrum.**, v. 52, n. 5, p. 712-723, 1 maio 1981. DOI: 10.1063/1.1136656.

WANG, L. **Reliable design of tunnel diode and resonant tunnelling diode-based microwave sources**. 2012. Tese (Doutorado) – University of Glasgow, Glasgow, 2012.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.; FORD, A. Lewis (colab.). **Física IV: Sears e Zemansky: ótica e física moderna**. Tradução de Daniel Vieira; revisão técnica de Adir Moysés Luiz. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.