

**INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS  
CAMPUS SÃO JOÃO EVANGELISTA  
JEFFERSON EDUARDO DA SILVA NUNES  
JÚNIOR DIAS DE VASCONCELOS**

**O USO DO TEODOLITO ARTESANAL COMO MATERIAL DIDÁTICO NO ENSINO  
DA TRIGONOMETRIA**

**SÃO JOÃO EVANGELISTA  
2019**

**JEFFERSON EDUARDO DA SILVA NUNES  
JÚNIOR DIAS DE VASCONCELOS**

**O USO DO TEODOLITO ARTESANAL COMO MATERIAL DIDÁTICO NO ENSINO  
DA TRIGONOMETRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Me Sandro Salles Gonçalves

**SÃO JOÃO EVANGELISTA  
2019**

## FICHA CATALOGRÁFICA

N972u  
2020 Nunes, Jefferson Eduardo da Silva.; Vasconcelos, Júnior Dias de.

O uso do Teodolito artesanal como material didático no ensino da trigonometria. / Jefferson Eduardo da Silva Nunes ; Júnior Dias de Vasconcelos. – 2020. 52fl; il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2020.

Orientador: Mestre Sandro Salles Gonçalves

1. Educação Matemática. 2. Materiais Manipuláveis. 3. Teodolito. 4. Trigonometria. I. Nunes, Jefferson Eduardo da Silva ; Vasconcelos, Júnior Dias de. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. III. Título.

CDD 516.24

**Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais Campus  
São João Evangelista

Bibliotecária Responsável: Rejane Valéria Santos – CRB-6/2907

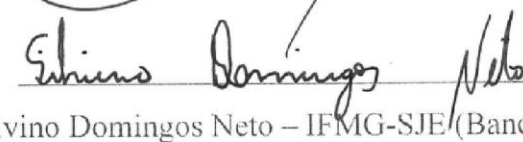
**JEFFERSON EDUARDO DA SILVA NUNES  
JÚNIOR DIAS DE VASCONCELOS**

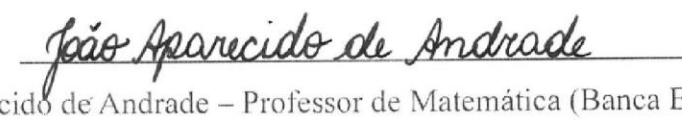
**O USO DO TEODOLITO ARTESANAL COMO MATERIAL DIDÁTICO NO ENSINO  
E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 17 / 12 / 2019

  
Sandro Salles Gonçalves – IFMG-SJE (Orientador)

  
Silvino Domingos Neto – IFMG-SJE (Banca Examinadora)

  
João Aparecido de Andrade – Professor de Matemática (Banca Examinadora)

**SÃO JOÃO EVANGELISTA**

2019

## **AGRADECIMENTOS**

Eu, Júnior, agradeço primeiramente a Deus, por sempre ter me acompanhado né minhas viagens de tanto sofrimento para estar indo estudar, por ter me iluminado, dado forças, sabedoria e me direcionar sempre no caminho certo. A minha mãe, Odeide Leopoldo, por sempre estar trabalhando, não medindo esforços para me ajudar, por sempre preocupar e me dar atenção. A meu pai, Adilson Dias, por sempre estar me apoiando e me incentivando na minha carreira. Aos nossos orientadores, Silvino, que começou esta pesquisa com a gente e ao Sandro que prosseguiu com o nosso trabalho e deu finalidade nele. Aos meus parceiros de turmas, em especial meu parceiro de TCC, Jefferson Eduardo, que com tantas dificuldades me ajudou e não mediu esforços para que nós pudéssemos concluir o trabalho. E ao nosso avaliador, João Aparecido, uma pessoa que incentivou, ajudou e sempre acreditou no nosso trabalho desde o início.

## RESUMO

O processo de ensino e aprendizagem vem sendo amplamente debatido nos últimos tempos em pesquisas, cursos de formação de professores, cursos de especializações *lato* e *strictu sensu*. Dentre essas discussões, ancora-se a dificuldade em torno da aprendizagem de conceitos de trigonometria: desde os mais básicos até as complexas relações trigonométricas que envolvem arcos, congruências e identidades. Este trabalho visou estudar as contribuições que a construção e utilização do Teodolito Artesanal como material didático pôde contribuir no ensino da Trigonometria, especificamente no ensino das relações trigonométricas no triângulo retângulo, para alunos do segundo ano do Ensino Médio, em uma escola de zona rural do município de São João Evangelista, Minas Gerais. Esta pesquisa, de cunho qualitativo, teve como instrumento de coleta de dados a observação, registros em cadernos e anotações a partir de uma atividade aplicada aos estudantes participantes. Os resultados apontam que a construção e utilização do teodolito artesanal, bem como a sua utilização em aulas práticas, pode contribuir para melhor entendimento das relações trigonométricas no triângulo retângulo. Destacamos que o uso de materiais manipuláveis, especialmente em matemática, possui relevante importância no processo de aprendizagem por parte dos estudantes por envolvê-los em atividades mais instigantes e torna-los parte do processo e não apenas destinatários desse.

Palavra-chave: Educação Matemática. Materiais Manipuláveis. Teodolito. Trigonometria.

## ABSTRACT

The teaching and learning process has been widely debated in recent times in research, teacher education courses, *lato* and *strictu sensu* specialization courses. Among these discussions is the difficulty in learning about trigonometry concepts: from the most basic to the complex trigonometric relationships involving arcs, congruences and identities. This work aimed to study the contributions that the construction and use of a handcrafted Theodolite as a didactic material could contribute in the teaching of trigonometry, specifically in the teaching of trigonometric relations in the rectangle triangle, for students of the second year of high school, in a rural school of the municipality of São João Evangelista, Minas Gerais. This qualitative research had as its data collection instrument the observation, notebooks and notes from an activity applied to the participating students. The results indicate that the construction and use of handcrafted theodolite, as well as its use in practical classes, can contribute to a better understanding of trigonometric relations in the right triangle. We emphasize that the use of manipulative materials, especially in mathematics, has relevant importance in the learning process by students because it involves them in more exciting activities and makes them part of the process and not just recipients of it.

Keyword: Mathematical Education. Manipulative materials. Theodolite. Trigonometry.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Papiro Rhind ou Ahmes .....	14
Figura 2 - Seqt de uma pirâmide .....	15
Figura 3 - Trigonometria .....	16
Figura 4 - Groma Egípcia .....	18
Figura 5 - Groma Romana .....	18
Figura 6 - Teodolito de bronze feito à mão.....	19
Figura 7 - Teodolito digital .....	20
Figura 8 - Dia 14/08/19. 1º horário turno da tarde. ....	29
Figura 9 - foto do caderno de um dos alunos. ....	30
Figura 10 - foto do caderno de um dos alunos. ....	30
Figura 11 - Dia 14/08/19. 3º horário turno da tarde.....	31
Figura 12 - Dia 19/08/19. 1º horário turno da tarde. ....	32
Figura 13 - Dia 19/08/19. 3º horário turno da tarde. ....	32
Figura 14 - Dia 21/08/19. 1º horário turno da tarde. ....	33
Figura 15 - Dia 21/08/19. 1º horário turno da tarde. ....	34
Figura 16 - distribuição Percentual dos alunos por nível de Proficiência em Matemática referente aos estudantes que se localizam atualmente no 2º ano do Ensino Médio .....	37
Figura 17 - distribuição Percentual dos alunos por nível de Proficiência em Matemática referente aos estudantes que integralizaram o Ensino Médio no ano de 2018. ....	39
Figura 18 - materiais utilizados na construção do Teodolito Artesanal.....	44
Figura 19 - Etapa 1- montagem do Teodolito Artesanal.....	45
Figura 20 - Etapa 2- montagem do Teodolito Artesanal.....	45
Figura 21 - Etapas 3 e 4- montagem do Teodolito Artesanal. ....	46
Figura 22 - Etapas 5 e 6- montagem do Teodolito Artesanal. ....	46
Figura 23 - Etapa 7 - montagem do Teodolito Artesanal.....	47
Figura 24 - Materiais para montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo. ....	47
Figura 25 - Etapas 1, 2 e 3 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo. ....	48
Figura 26 - Etapa 4 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo. ....	48
Figura 27 - Etapa 5 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo. ....	49
Figura 28 - Etapa 6 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo .....	49

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
1.1 JUSTIFICATIVA .....	11
1.2 OBJETIVOS .....	12
<b>1.2.1 Objetivo Geral .....</b>	<b>12</b>
<b>1.2.2 Objetivos Específicos .....</b>	<b>12</b>
<b>2 ALGUMAS LEITURAS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>13</b>
2.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA .....	13
2.2 ENSINO DA TRIGONOMETRIA E OS DOCUMENTOS LEGAIS .....	16
2.3 O TEODOLITO.....	17
2.4 O TEODOLITO ARTESANAL .....	20
<b>3 A PESQUISA.....</b>	<b>22</b>
3.1 RETOMANDO A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO .....	22
3.2 RETOMANDO OS OBJETIVOS .....	22
3.3 RECURSOS METODOLÓGICOS .....	23
3.4 PROCEDIMENTOS.....	23
<b>3.4.1 Oficina: Construção do Teodolito .....</b>	<b>24</b>
<b>3.4.2 Prática: Atividades de aplicação da Trigonometria no triângulo retângulo. ....</b>	<b>24</b>
<b>3.4.3 Etapa 3: Avaliação. ....</b>	<b>25</b>
<b>4 DIFICULDADES ENCONTRADAS AO LONGO DA PESQUISA.....</b>	<b>26</b>
<b>5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....</b>	<b>27</b>
<b>6 CONCLUSÃO.....</b>	<b>40</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>41</b>
<b>ANEXO A - Método de construção do Teodolito com os alunos: .....</b>	<b>44</b>
<b>ANEXO B - Propostas de atividades: .....</b>	<b>50</b>
<b>ANEXO C - Termo de consentimento livre e esclarecido – TCLE.....</b>	<b>52</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho visa estudar as contribuições da construção e utilização do Teodolito Artesanal como material didático no ensino da Trigonometria, especificamente no estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo, para alunos do segundo ano do Ensino Médio. Propor ainda atividades que possibilite minimizar as dificuldades dos alunos quanto à aplicação da Trigonometria em situações problema do seu cotidiano escolar, buscando efetivar suas competências e habilidades em relação ao conteúdo. Espera-se que a partir do manuseio desta ferramenta os mesmos percebam a importância da Matemática na sua formação e nas atividades desenvolvidas e construídas pelo ser humano.

Ao longo da história da humanidade o homem sempre buscou solucionar problemas que pudessem contribuir para a melhoria de suas condições de trabalho. Nesse sentido, muitos instrumentos e ferramentas foram inventados para desenvolver construções arquitetônicas com mais eficácia e sucesso.

Nesse sentido destacamos a importância da Trigonometria nas diversas atividades realizadas pelo homem. Refletindo atualmente sobre o processo de ensino desse conteúdo deve-se levar em conta que

A trigonometria é um importante campo da Matemática no qual há uma convergência das relações geométricas e dos procedimentos algébricos. Entretanto, as relações trigonométricas têm sido geralmente, ensinadas de forma que os alunos as memorizem, inclusive com uso de “macetes” para facilitar esse processo. Mais do que conhecer as razões trigonométricas, é necessário que os alunos percebam como elas podem ser usadas para medir distâncias inacessíveis – desde que se conheçam as medidas dos ângulos internos do triângulo retângulo e pelo menos a medida de um de seus lados – e que, juntamente com as relações métricas, constituem as principais ferramentas para a resolução de problemas, seja na Geometria Plana ou na Geometria Espacial. Além disso, a compreensão dessas relações é fundamental para a introdução que é feita, ainda no Ensino Médio, de funções trigonométricas, as quais modelam os fenômenos periódicos em diversos campos científicos. (MINAS GERAIS, 2014, p. 50).

A Trigonometria, algumas vezes, é apresentada de uma forma complexa, algorítmica e de modo pouco acessível, compreendendo ainda vasto conteúdo com aplicações em diferentes áreas do conhecimento humano. Afora as dificuldades ressaltadas, podemos ainda destacar a grande quantidade de relações matemáticas envolvidas.

Nesse sentido destacamos aqui uma possível causa do desinteresse por parte dos alunos combinada ainda com a grande quantidade de exercícios e problemas visando à fixação do

conteúdo. Tais causas possivelmente contribuem para o combalido interesse dos mesmos nas aulas e na realização de tarefas.

A partir de seus estudos Domingos Neto (2014), aponta que existem alunos ingressantes no Ensino Médio, que não possuem requisitos necessários para cursar esta etapa do ensino.

O ensino de matemática tem sido objeto de inúmeras pesquisas, onde apontam o desinteresse dos alunos como objeto principal e como fator determinante da dificuldade em aprender este conteúdo. Conforme os relatos dados por alguns colegas professores de área e também pela própria prática docente, conclui-se que existem alunos ingressantes no Ensino Médio, que não possuem requisitos necessários para cursar esta etapa do ensino. (DOMINGOS NETO, 2014, p. 8-9).

Tendo em vista essa problemática, percebe-se que não só na Matemática, mas em outras diversas áreas do conhecimento o aprendizado muitas vezes só se desenvolveu por meio de atividades práticas que pudessem combinar-se devidamente com a teoria.

Huaman Huanca (2006) menciona que a compreensão da Matemática por parte dos alunos se deve ao fato de relacionar ideias da Matemática com as necessidades que surgem à sua frente.

[...]a compreensão em Matemática, por parte dos alunos, envolve a idéia de relacionar. Na verdade, as indicações de que um aluno entende, interpreta mal ou não entende idéias matemáticas específicas, surgem freqüentemente quando ele está resolvendo um problema. Nesse sentido, quando o professor ensina Matemática através da resolução de problemas, ele dá aos seus alunos um meio poderoso de desenvolver sua própria compreensão. (HUAMAN HUANCA, 2006, p. 12).

Buscando mudar o panorama desta situação, este trabalho teve por proposta desenvolver atividades envolvendo o conteúdo de Trigonometria com a utilização de um material didático lúdico, visando despertar o interesse e a motivação dos alunos envolvidos.

Por meio da realização de atividades combinadas com o uso do Teodolito Artesanal, visou-se contribuir para que o estudante desenvolvesse uma aprendizagem mais significativa da Trigonometria no triângulo retângulo de forma ativa e participativa durante o decurso das aulas de Matemática.

A construção desse instrumento teve ainda por objetivo estimular aulas mais dinâmicas que proporcionassem ao professor criar outros espaços para trabalhar com seus alunos, sair do ambiente da sala de aula e contar com uma participação mais efetiva dos alunos, a partir do uso do equipamento em situações cotidianas onde estimar e determinar medidas fosse importante.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Tendo como ponto de partida os resultados das avaliações do Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica - PROEB nos anos de 2011 e 2012, verificou-se que o percentual da competência em resolver situações problemas envolvendo razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo estava abaixo do esperado, pois no ano de 2011 apenas 30,2% dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio responderam corretamente questões envolvendo situações problemas envolvendo a Trigonometria. Já no ano de 2012, apenas 28% optaram pela alternativa correta.

Observamos assim que, tendo por base esses resultados, os alunos do 3º ano do Ensino Médio das escolas públicas de Minas Gerais não conseguem desempenhar-se, de forma satisfatória, na resolução de problemas envolvendo Trigonometria.

A atuação dos pesquisadores no Programa Residência Pedagógica (PRP)<sup>1</sup>, no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID)<sup>2</sup> e nas disciplinas de Estágio Supervisionado (ES), oportunizou aos mesmos observar que os alunos apresentam dificuldades quanto à utilização da Trigonometria em suas atividades do dia a dia. Também, destacam-se as dificuldades neste conteúdo, vivenciadas pelos próprios autores, enquanto estudantes nos Ensinos Fundamental e Médio.

Destacamos que essas dificuldades ainda estão presentes em nossas atividades enquanto acadêmicos na Graduação, ao cursarmos disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática dentre elas Fundamentos da Matemática I, Fundamentos da Matemática II, Geometria Plana, Desenho Geométrico, Geometria Espacial, Geometria Analítica, Cálculo I e Cálculo II volta e meia nos deparávamos com alguns obstáculos. A defasagem nesses conhecimentos, apresentadas pelos próprios pesquisados os levou a indagação: *Diante da dificuldade apresentada pelos estudantes desde os anos finais do Ensino Fundamental, em relação à aprendizagem de conteúdos de Trigonometria, seria possível contribuir para amenizar essas dificuldades por meio de uma proposta de ensino mais contextualizada?*

---

<sup>1</sup>O Programa de Residência Pedagógica é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento da formação prática nos cursos de licenciatura, promovendo a imersão do licenciando na escola de educação básica, a partir da segunda metade de seu curso. (CAPES, 2018).

<sup>2</sup>O Pibid é uma ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que visa proporcionar aos discentes na primeira metade do curso de licenciatura uma aproximação prática com o cotidiano das escolas públicas de educação básica e com o contexto em que elas estão inseridas. (CAPES, 2018).

Os dados apresentados consubstanciados com as nossas reflexões sobre as causas desta defasagem, nos levaram a seguinte questão de investigação: **De que maneira a construção e o uso do Teodolito nas aulas de Matemática pode contribuir para uma melhor abordagem do ensino da Trigonometria para alunos do Ensino Médio?**

Na busca de respostas satisfatórias para este questionamento pretende-se verificar, a partir da aplicação de uma atividade para os alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Carmela Dutra, valendo-se ainda da construção e utilização do Teodolito Artesanal como meio didático, como essa atividade e o uso desse artefato pode contribuir para a compreensão dos alunos quanto a conteúdos da Trigonometria.

A opção por esta atividade surgiu a partir de relatos de professores, colegas de turma e experiências dos próprios pesquisadores no curso de Licenciatura em Matemática, quando os autores cursaram, no 4º período no ano de 2017, uma das disciplinas curriculares da Licenciatura em Matemática denominada Ensino de Grandezas, Medidas e Geometria, na qual vivenciamos, de forma prazerosa, a aprendizagem de conteúdos de Trigonometria por meio de um material didático lúdico que foi o Teodolito Artesanal. Enxergamos nesse instrumento um meio de ensinar trigonometria de sorte que pudesse proporcionar a resolução de problemas que envolvessem aplicações da Trigonometria no cálculo de alturas inacessíveis.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Investigar a partir da construção e do uso do Teodolito Artesanal, as possíveis contribuições para o ensino da Trigonometria do triângulo retângulo para os alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do município de São João Evangelista.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Realizar estudos teóricos sobre o processo de ensino da Trigonometria;
- Investigar as possibilidades que a construção e uso do Teodolito podem proporcionar quanto à apropriação dos conceitos da Trigonometria no triângulo retângulo;
- Analisar como o Teodolito pode contribuir no conhecimento prático do aluno quanto à aplicação das razões trigonométricas no cálculo de medidas inacessíveis.

## 2 ALGUMAS LEITURAS E DISCUSSÕES

A seguir apresentamos um pequeno recorte das pesquisas que tangenciam a história da trigonometria, em seguida abordaremos o uso do Teodolito e finalmente a sua utilização como material didático no ensino da Trigonometria.

### 2.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

Através da realização de estudos em livros, artigos e revistas tendo por pano de fundo a história da trigonometria, percebemos que a origem desta área da Matemática é incerta e diante dessa constatação os autores e estudiosos valem-se de aproximações. Podemos dizer que o início de seu desenvolvimento ocorreu, principalmente, devido aos problemas de ordem prática observados por volta do século IV ou V a.C.

Destaca-se que desde passado remoto a Astronomia desperta o interesse do homem em desvendar os seus mistérios. Esse fato faz com que essa ciência seja considerada uma das mais antigas, visto que o homem vem estudando o céu e utilizando-o para formular mapas, calendários e ainda como forma de demarcar o tempo como nos relógios desde então. Os povos Babilônicos, dentre os antigos povos cujo conhecimento matemático chegou até os tempos atuais, tinham dois objetivos relacionados entre si: o primeiro mostrar que os movimentos dos planetas não eram aleatórios, mas regulares e previsíveis, e o segundo, de serem capazes de prever esses mesmos movimentos com grande acuidade.

Na Agrimensura encontram-se problemas situados na necessidade de estabelecer direções, medir distâncias, estimar alturas, delimitar parcelas dos terrenos, traçar estradas e caminhos, construir canais para irrigação e transporte de água. Os navegadores por sua vez, enfrentavam nos mares abertos, dificuldades para se localizar e conhecer exatamente onde estava a porção de terra mais próxima, por isso, faziam uso de cálculos de distância para ter “um norte” de maneira a saber onde se encontravam e para onde queriam ir.

Conforme menciona Lobo da Costa (2003), a Trigonometria se desenvolveu no mundo antigo a partir das necessidades da humanidade

A trigonometria, mais que qualquer ramo da matemática, desenvolveu-se no mundo antigo a partir de necessidades práticas, principalmente ligadas à Astronomia, Agrimensura e Navegação. (LOBO DA COSTA, 2003, p.02).

Os primeiros registros conhecidos da Trigonometria surgiram no Egito. No entanto, registros também demonstram que os babilônicos, naquela época, já tinham interesse pela Astronomia visto os registros das conexões com o calendário e as épocas de plantio.

Em relação aos registros que chegaram até os tempos atuais, encontrados no Egito, destaca-se o Papiro Ahmes<sup>3</sup> (Figura 1). Esse papiro é um exemplo de documento do mundo antigo que data de aproximadamente 1650 a.C. Esse Papiro não foi o único encontrado e que registra acontecimentos e conhecimentos da Matemática desenvolvida e aplicada na antiguidade, mas demonstra o uso dessa ciência e sua importância para os povos antigos.

Figura 1 - Papiro Rhind ou Ahmes



Fonte: <http://www.matematica.br/historia/prhind.html>

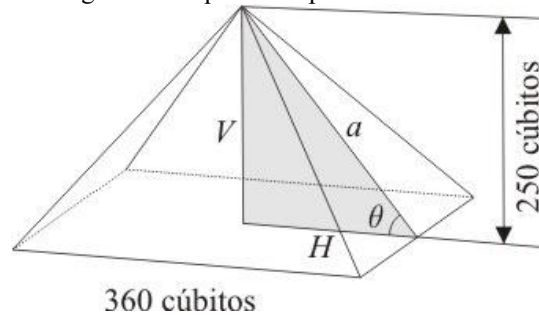
Tal documento contém 84 problemas, dos quais quatro fazem menção ao  $\text{seqt}^4$  (Figura 2) ou seja, aborda exercícios de Trigonometria feitos naquela época. Porém, infelizmente, é possível dizer que muito desse conhecimento antigo se perdeu com o passar do tempo.

---

<sup>3</sup>O papiro de Ahmes é o mais extenso documento egípcio em matemática que chegou aos nossos dias. Ele é uma cópia do mais antigo papiro do século XIX a.C. que esteve em poder do escriba Ahmes. Foi adquirido no Egito por H. Rhind e por isso é denominado papiro de Rhind. (BOYER, 1996, p.08).

<sup>4</sup> Os egípcios mediam a inclinação de uma face de uma pirâmide pela razão entre o “percurso” e a “elevação” — isto é, dando o afastamento da face oblíqua da vertical para cada unidade de altura. Tomava-se como unidade vertical o cúbito e como unidade horizontal a mão; havia 7 mãos num cúbito. Utilizando-se essas unidades de medida, chamava-se  $\text{seqt}$  da pirâmide a medida da inclinação. (EVES, 1997, p. 83).

Figura 2 - Seqt de uma pirâmide



Fonte: <https://www.obaricentrodamente.com/2010/08/o-seqt-de-uma-piramide.html>

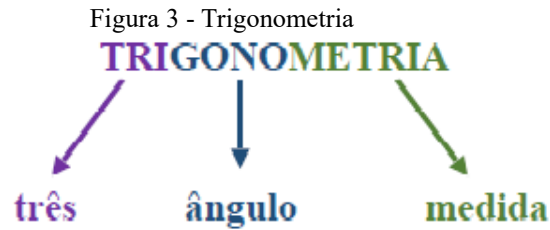
Boyer (1974) evidencia que

“Um certo número de papiros egípcios de algum modo resistiu ao desgaste do tempo por mais de três milênios e meio. O mais extenso dos de natureza matemática é um rolo de papiro com cerca de 0,30 m de altura e 5 m de comprimento, que está agora no British Museum, exceto uns poucos fragmentos que estão no Brooklin Museum. Foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind, que lhe emprestou o nome. Às vezes, é chamado Papiro Ahmes em honra ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio, de cerca de 2000 a 1800 a.C., e é possível que parte desse conhecimento tenha provindo de Imhotep, o quase lendário arquiteto e médico do Faraó Zoser, que superintendeu a construção de sua pirâmide há cerca de 5000 anos. De qualquer modo, a matemática egípcia parece ter ficado estagnada por cerca de 2000 anos, após um início bastante auspicioso. (BOYER, 1974, p.09).

Ao longo da história, surgiram grandes estudiosos de diversas áreas que contribuíram e construíram conhecimentos de Trigonometria e com genialidade a utilizaram para realizar feitos importantes para a sua sociedade. Um exemplo foi Eratóstenes de Cirene que utilizou estes conhecimentos para medir a circunferência da Terra, Hiparco que pelas suas ações realizou grandes avanços na área, e ficou conhecido como o pai da Trigonometria, dentre outros, como astrônomos e navegadores.

Eves (1997) destaca que o primeiro trabalho escrito sobre o assunto utilizando a denominação de Trigonometria, possivelmente foi criado em 1593, pelo matemático Bartholomaus Pitiscus, com sua etimologia ligada à junção dos prefixos gregos *trigono* + *metria* (Figura 3), que significa medir o que tem três ângulos.

A tábua de senos de Rhaeticus foi aperfeiçoada e editada em 1593 por Bartholomaus Pitiscus (1561-1613), um clérigo alemão com pendores matemáticos. Seu tratado de trigonometria (bastante satisfatório, aliás) foi o primeiro trabalho sobre o assunto a aparecer com esse nome. (EVES, 1997, p. 314).



Fonte: COSTA et al (2018).

Portanto, a utilização da Trigonometria atualmente conhecida em pleno século XXI, foi possivelmente proporcionada por esforços de estudiosos que realizaram descobertas em épocas antigas, e que com suas contribuições, garantiram a construção do conhecimento que temos hoje.

## 2.2 ENSINO DA TRIGONOMETRIA E OS DOCUMENTOS LEGAIS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (2000) aborda o ensino de Trigonometria de forma que contemple a aprendizagem útil à vida e ao trabalho do homem.

No sentido desses referenciais, este documento procura apresentar, na seção sobre O Sentido do aprendizado na área, uma proposta para o Ensino Médio que, sem ser profissionalizante, efetivamente propicie um aprendizado útil à vida e ao trabalho, no qual as informações, o conhecimento, as competências, as habilidades e os valores desenvolvidos sejam instrumentos reais de percepção, satisfação, interpretação, julgamento, atuação, desenvolvimento pessoal ou de aprendizado permanente, evitando tópicos cujos sentidos só possam ser compreendidos em outra etapa de escolaridade. (BRASIL, 2000, p.04).

Ainda o PCN + do Ensino Médio (2000) (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais) evoca a importância do conteúdo e a forma desconectada em que a Trigonometria é aplicada, assegurando a sua aplicação na resolução de problemas do cotidiano do aluno.

Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. (BRASIL, 2000, p.121-122).

O PCN (2000) relata que o ensino da Trigonometria deve ser trabalho na forma de aplicações práticas visando contribuir com estudantes que não seguirão a área de Matemática e precisarão desse conhecimento para resolver problemas do dia-a-dia.

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. (BRASIL, 2000, p. 44).

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio, que funciona como um documento normativo que define as habilidades que os alunos devem atingir em cada etapa de Ensino específica que

(...) é fundamental assegurar aos estudantes as competências específicas e habilidades relativas aos seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum. (BRASIL, 2017, p. 535).

Os documentos oficiais servem como um norte para orientar o percurso desse trabalho de sorte que possamos atender as especificações curriculares apresentadas nesse capítulo.

### 2.3 O TEODOLITO

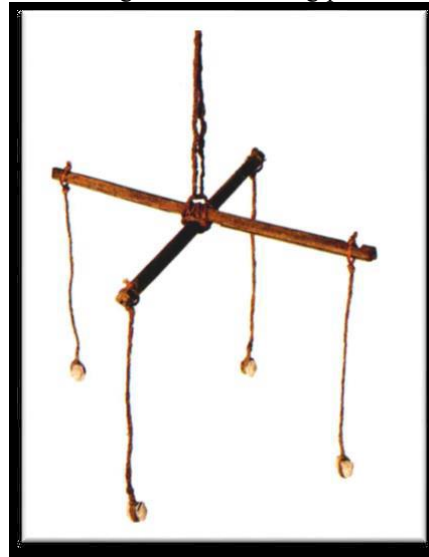
O Teodolito é um instrumento que afere medidas de ângulos tanto na horizontal quanto na vertical, tendo a função de auxiliar na medida de distâncias inacessíveis. A seguir, apresentaremos um apanhado histórico de sua evolução desde a antiguidade até nos dias de hoje.

Com base em pesquisas desenvolvidas pelos autores, destaca-se que a Groma possivelmente seja uma versão inicial do Teodolito. No artigo *“History of Angle Measurement”*, escrito por Wallis (2005) o autor cita a Groma Egípcia (Figura 4), como sendo talvez o primeiro instrumento conhecido para medir ângulos.

Foi possivelmente um instrumento utilizado pelos Egípcios nas construções das pirâmides.

O primeiro instrumento conhecido para medir o ângulo foi possivelmente a Groma egípcia um instrumento utilizado na construção de obras maciças como as pirâmides. A Groma consistia de 4 pedras penduradas por cordões de gravetos colocados em ângulos retos; medições foram depois, o alinhamento visual de dois dos cabos suspensos e o ponto a ser estabelecido. isto foi bastante limitado em sua aplicação, devido ao fato de que ele só era capaz de ser usado em terreno bastante planos e sua precisão limitada pela distância. (WALLIS, 2005, p.03, - **tradução nossa**).

Figura 4 - Groma Egípcia

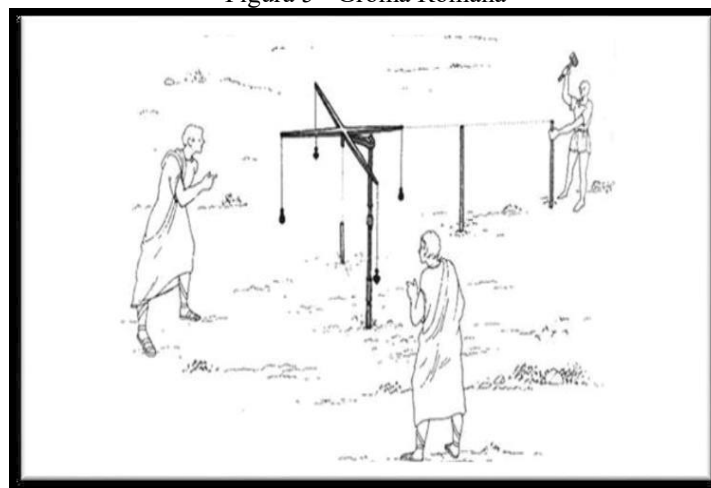


Fonte: <http://dominiotopografialtda.blogspot.com/>

Há centenas de anos, a partir do estudo dos registros históricos pode-se verificar que a Groma também foi utilizada nas construções de estradas (Figura 5) pelos Romanos. E de acordo com FERREIRA; DRUMOND; PEIXOTO (2016), leva-se em conta que:

Apesar de suas limitações, a Groma foi utilizada na marcação de ângulos retos por centenas de anos e muito utilizada na construção de estradas Romanas, função para a qual se adaptava muito bem. (FERREIRA; DRUMOND; PEIXOTO, 2016, p.21).

Figura 5 - Groma Romana



Fonte: <https://www.muelaner.com/measurement/make-a-simple-groma/>

Com a evolução no decorrer dos anos começaram a surgir os primeiros Teodolitos feitos artesanalmente, construído em bronze (Figura 6) e com seus ângulos marcados a mão.

Figura 6 - Teodolito de bronze feito à mão



Fonte: [https://www.ehow.com.br/historia-teodolito-sobre\\_93553/](https://www.ehow.com.br/historia-teodolito-sobre_93553/)

Segundo uma publicação intitulada a “A história do Teodolito”, escrito por Kate Prudchenko (2017)

Os teodolitos antigos eram obras de arte, pois eram feitos à mão, de bronze, e os ângulos também eram marcados com a mão. No entanto, representavam uma significativa margem de erro porque eram apenas tão precisos quanto o indivíduo que marcava os ângulos. Isto é importante, porque um erro de um segundo de arco traduzido para um erro métrico geraria distâncias de centenas de metros. (PRUDCHENKO, 2017, traduzido por: Jesse Mourão).

De acordo com Zilkha (2014) há um precursor do Teodolito como o que conhecemos hoje, que foi desenvolvido pelo Pai da Trigonometria, Ptolomeu. Neste caso, sua utilização em observações astronômicas era imprescindível, já que na época esta atividade era de suma importância para aquele povo. Muitos anos após, pesquisadores ainda estavam desenvolvendo funcionalidades que aumentaram a precisão, aprimoraram seu *design* e modernizaram o aparelho.

Ptolomeu, por volta de 150.d. C. descreveu o quadrante aplicando-o a observações astronômicas. Na mesma época também surge o astrolábio, desenvolvido por Hiparco, que pode ser considerado um precursor do teodolito. (ZILKHA, 2014, p. 23).

Atualmente, temos no mercado Teodolitos eletrônicos e digitais, nos quais os conceitos e as metodologias são basicamente as mesmas de sua utilização em forma mais rudimentar. O instrumento digital (Figura 7) é mais evoluído do que os anteriores, pois é capaz de fazer

medições de ângulos, tanto na horizontal quanto na vertical com precisão de até 3 segundos de arco por quilômetro, resultando em um erro de, no máximo, 0.0008 graus no ângulo por quilômetro.

Figura 7 - Teodolito digital



Fonte: <https://www.geotrackconsultoria.com.br/produto/285-teodolito-digital-cst-berger-dgt10>

## 2.4 O TEODOLITO ARTESANAL

Com os avanços da necessidade do uso do Teodolito, surgiram com o passar dos anos, modelos altamente tecnológicos como o Teodolito Digital. No entanto muitos modelos de grande simplicidade ainda subsistiram. Embora mais simples, tinham como vantagem o baixo custo financeiro e a facilidade de manuseio, podendo ser utilizado para fazer medições quase perfeitas se comparado com os Teodolitos digitais.

No entanto, embora a modernidade tenha levado tal aparelho a um primor tecnológico de alta precisão, as funcionalidades elementares de um Teodolito permanecem as mesmas desde sua origem. Nesse sentido o Teodolito Artesanal pode ser considerado um importante instrumento de ensino, que ao ser usado nas resoluções de atividades nas aulas de Matemática, abordando questões referentes ao conteúdo de Trigonometria, proporciona ao aluno uma aprendizagem mais significativa.

Conforme aborda Alves (2017)

Na atividade com o teodolito artesanal, há que ser enaltecido o uso do material concreto na prática pedagógica, especialmente quando o material é confeccionado pelos próprios alunos. Geralmente nos livros didáticos a “aplicação” da trigonometria proposta é que se calcule a altura do objeto com base no ângulo, na altura do observador e distância do objeto, nesse caso a atividade não é sólida, então o aluno parte para os cálculos mecânicos, que por vezes não tem significados, justamente

porque não despertam o interesse do aluno. Com a utilização do material concreto, a atividade é palpável e as dúvidas e interesses vão surgindo no decorrer do processo, então a atividade ganha significado e dinamismo. (ALVES, 2017, p. 68).

A partir de experiências vivenciadas no curso de Licenciatura, os autores decidiram desenvolver um modelo de Teodolito Artesanal que fosse mais simples e de baixo custo financeiro, sendo também prático, de modo que conseguissem fazer medições similares a um Teodolito digital, guardadas as proporções e necessidades evidentemente diferentes.

Desta maneira os autores objetivavam permitir que os alunos utilizassem na prática, manuseando esse instrumento, compreender as atividades apresentadas na proposta e entender ainda as relações Trigonométricas.

### 3 A PESQUISA

Neste capítulo, descreveremos o contexto do estudo realizado, os sujeitos da pesquisa e os procedimentos metodológicos adotados pelos pesquisadores para a coleta dos dados. A pesquisa trata da observação de uma intervenção pedagógica realizada em aulas de matemática, mais especificamente, tendo por pano de fundo o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo combinado com a utilização de um recurso material, o Teodolito artesanal. As atividades apresentadas foram elaboradas pelos autores bem como o roteiro de construção do equipamento.

#### 3.1 RETOMANDO A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

Discutimos anteriormente alguns aspectos teóricos que julgamos importantes para suportar e justificar este trabalho. Combinadas com as atividades que apresentaremos neste capítulo e ainda as opções metodológicas adotadas, procederemos a descrição e análise dos instrumentos que foram desenhados e aplicados na tentativa de responder à seguinte questão de investigação: De que maneira a construção e o uso do Teodolito nas aulas de Matemática pode contribuir para uma melhor abordagem do ensino da Trigonometria para alunos do Ensino Médio?

#### 3.2 RETOMANDO OS OBJETIVOS

Seguimos ainda na tentativa de compreender algo mais sobre as possibilidades de apropriação dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo. Coadjuvantes ao processo mas não menos importantes, destacamos novamente os objetivos específicos já apresentados na primeira parte do presente trabalho: Realizar estudos teóricos sobre o processo de ensino da Trigonometria; Investigar as possibilidades que a construção e uso do Teodolito podem proporcionar quanto a apropriação dos conceitos da Trigonometria no triângulo retângulo; Analisar como o Teodolito pode contribuir na prática do aluno quanto à aplicação das razões trigonométricas no cálculo de medidas inacessíveis;

### 3.3 RECURSOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa de cunho qualitativo<sup>5</sup> será desenvolvida para os alunos do 2º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual Carmela Dutra, localizada no distrito de São Geraldo do Baguari, Município de São João Evangelista, Minas Gerais. A escolha da Escola Estadual Carmela Dutra como ambiente de pesquisa foi baseada no fato de que um dos pesquisadores ser bolsista do Programa Residência Pedagógica (PRP), desde agosto de 2018, nesta escola e ser onde desenvolve suas atividades com as turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e turmas do Ensino Médio.

Visando alcançar o objetivo deste trabalho, este será desenvolvido em três etapas que serão descritas a seguir.

### 3.4 PROCEDIMENTOS

Nesta etapa convidamos os estudantes para contribuírem com os propósitos da atividade. Como na escola existe somente uma turma do 2ª ano do Ensino Médio não houve seleção de alunos. Todos foram convidados para participarem. Solicitamos que preenchessem o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE), para que pudéssemos documentar o aceite dos mesmos de forma esclarecida, em prosseguir como participantes da pesquisa de modo que pudéssemos evidenciar sua produção no trabalho de maneira consentida e ainda desistir da pesquisa em qualquer etapa.

Em seguida, foi proposta a realização de uma oficina e uma atividade prática com a turma, orientada pelos pesquisadores e coordenada pelo professor responsável da turma. A oficina contemplou a construção do Teodolito Artesanal e a atividade prática, a resolução de situações problemas envolvendo a Trigonometria no cálculo de medidas inacessíveis por meio de atividades elaboradas pelos pesquisadores e disponíveis no ANEXO B. Com este *design* pretendeu-se obter dados visando contemplar o objetivo proposto.

---

<sup>5</sup> Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo. Nesse caso, as questões são estudadas no ambiente em que elas se apresentam sem qualquer manipulação intencional do pesquisador. (PRODANOV, FREITAS; 2013; p.70)

### **3.4.1 Oficina: Construção do Teodolito.**

Neste momento propusemos aos alunos construir um Teodolito Artesanal, visando buscar com esta atividade as suas contribuições relativas ao ensino de Trigonometria. Também pretendeu-se desenvolver a autoestima, a criatividade, o interesse e o trabalho em equipe dos estudantes envolvidos.

Para o desenvolvimento desta tarefa estimou-se um tempo de 2 horas aulas de um total de 6 horas aulas disponíveis a aplicação do projeto, distribuídos em 3 momentos de 2 horas aula cada um, durante 3 semanas, nos horários da disciplina de Matemática da turma. Durante estas aulas foi apresentado, o que é um Teodolito e quais as suas funcionalidades. Após essa parte foi realizada uma apresentação da utilidade do Teodolito e a apresentação da imagem deste instrumento em suas versões moderna e antiga.

Em seguida a turma foi dividida em grupos compostos por 5 integrantes, para a realização da construção do Teodolito Artesanal, possibilitando a todos os participantes interagirem e debaterem sobre as dúvidas encontradas na execução dessa etapa do projeto.

### **3.4.2 Prática: Atividades de aplicação da Trigonometria no triângulo retângulo.**

Com a construção do teodolito concluída, iniciamos a aplicação da atividade em campo. Sugerimos aos estudantes, com a aprovação do diretor da escola que fôssemos visitar a praça local ou a quadra esportiva da escola, visando desenvolver atividades envolvendo o cálculo de medidas inacessíveis utilizando o Teodolito Artesanal construído por eles.

Nesta etapa, o professor juntamente com os pesquisadores atuaram como orientadores da turma, e deram orientações sobre o funcionamento e manuseio do instrumento de medidas. O objetivo nesse momento foi que o aluno manuseasse o instrumento de medidas, de modo que adquirisse conhecimentos sobre a utilidade do mesmo e aprimorasse seus conhecimentos nas relações trigonométricas de seno, cosseno e tangente. Sendo que, após a aula prática, os grupos pudessem refletir sobre o que aprenderam nas aulas e discutir sobre situações problemas expressos em atividade envolvendo conteúdos de Trigonometria.

Com o auxílio do Teodolito Artesanal e da trena, os alunos já em campo, realizaram então as medidas de alguns locais, como, por exemplo, a torre da igreja local.

Dessa forma, puderam manusear o instrumento de medição (Figura 13) e ver na prática a aplicabilidade da Trigonometria no seu dia-a-dia, usando conhecimentos de Trigonometria estudados na escola.

### **3.4.3 Etapa 3: Avaliação.**

Em seguida a aula de campo, em sala de aula na semana seguinte e tendo por base as anotações, impressões e opiniões dos estudantes, propusemos algumas atividades. Pretendeu-se identificar as possíveis competências e habilidades em Trigonometria desenvolvidas pelos estudantes envolvidos com o desenvolvimento das atividades anteriormente desenvolvidas.

Para esse momento foram elaboradas atividades envolvendo situações problemas tendo como pano de fundo o conteúdo de Trigonometria no triângulo retângulo (Anexo B).

Durante a realização das atividades em sala, os pesquisadores e o professor da turma, realizaram observações quanto à dinâmica de atividade dos grupos, identificando a participação de cada indivíduo e suas discussões no grupo.

Por fim, a atividade realizada foi recolhida tendo em vista a análise das respostas aos exercícios bem como observações, anotações e outras informações que poderiam constituir dados relevantes ao interesse da pesquisa.

#### **4 DIFICULDADES ENCONTRADAS AO LONGO DA PESQUISA**

No decorrer da aplicação tivemos contratempos que impediram o prosseguimento rápido da oficina, tal como os horários de aula disponíveis, que não eram sequenciais. Percebemos que a turma apresentava dificuldade no conteúdo, ressaltando que era essa a situação esperada. Destacamos ainda que não houve grande motivação de parte da turma durante toda a etapa de aplicação, como esperávamos, nem mesmo quando pedido aos alunos que trouxessem um simples instrumento de medidas de casa (trena). Em muitos momentos tivemos que voltar atrás, revisar novamente o conteúdo visto o decurso de uma semana para outra. Entendemos que essa distância grande entre as aulas pode ter contribuído de maneira negativa nos resultados visto que os alunos se desinteressam rapidamente quando a atividade não tem uma sequência imediata, seja em aulas geminadas ou ainda na mesma semana. São impressões nossas enquanto pesquisadores e conhecedores da realidade desses estudantes nas escolas públicas, principalmente as localizadas na zona rural dos municípios.

## 5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Para a realização das atividades objeto do presente trabalho, efetivamente, utilizamos 6 horas/aula disponibilizadas pelo professor da turma para as finalidades desse estudo. A coleta de dados ocorreu de duas formas: durante a construção e uso do equipamento pelos estudantes, suas anotações e observações, e os registros dos mesmos em seus cadernos e outras fontes utilizadas por eles. Tendo em vista a dinâmica utilizada para a pesquisa, optamos por utilizar a metodologia de experimentos de ensino visto que a pesquisa tangencia essa metodologia em alguns aspectos.

De acordo com Steffe e Thompson (2000, p. 271-272 apud GONÇALVES, p.63.), os experimentos de ensino surgiram, como metodologia de pesquisa em educação matemática, nos EUA na década de 1970 como alternativa à pouca eficácia dos métodos emprestados das ciências naturais em responder como os alunos aprendem determinados conteúdos matemáticos. Graças aos esforços do emérito da Universidade de Chicago, Izaak Wirszup, tal metodologia tornou-se disponível nos EUA naquele tempo, visto que algumas dessas pesquisas tornaram-se disponíveis nos EUA.

Essa metodologia já era utilizada por pesquisadores da Academia de Ciências Pedagógicas da União Soviética a algum tempo. A versão soviética fora examinada por um pequeno grupo de pesquisadores nos EUA, que, a partir de então, formularam uma nova metodologia para as pesquisas em educação matemática. Tal metodologia tem sua importância ressaltada por valorizar o progresso dos estudantes alcançado durante a realização de determinadas tarefas que são registradas através de uma técnica de registro de dados.

Steffe e Thompson descrevem ainda que um experimento de ensino propicia a interação entre professor e alunos e através dessa interação, ágil e intuitiva, o pesquisador pode explorar o raciocínio dos alunos. Desta feita o pesquisador é capaz de interpretar o que os alunos falam ou fazem, por meio de diálogos, tendo como pano de fundo as atividades e questões elaboradas por ele.

Um ganho da utilização dessa técnica é que ela permite o estudo dos *processos construtivos* (grifo nosso) que são, em parte, compreendidos como as acomodações que os estudantes fazem em seus esquemas funcionais. Por causa da interação contínua entre os estudantes e o pesquisador, ele ou ela provavelmente são capazes de observar ao menos os resultados desses momentos críticos quando uma reestruturação majorante é indicada por mudanças na linguagem ou nas ações dos estudantes (STEFFE; THOMPSON, 2000, p. 286 apud GONÇALVES, p.64).

Portanto, diante dessa metodologia, passamos a procurar, nos registros e diálogos dos estudantes, evidências de novas construções de conhecimento por parte deles.

Todas as atividades desse trabalho foram desenvolvidas ao longo de 6 horas/aula na Escola Estadual Carmela Dutra, em São Geraldo do Baguari, zona rural do município de São João Evangelista durante o período da tarde. As aulas e atividades deram-se ao longo do mês de agosto de 2019 nos dias 14 (quarta-feira), 19 (segunda-feira) e 21 (quarta-feira).

Fomos muito bem recebidos na escola pela direção, professores e estudantes e pudemos desenvolver as atividades sem nenhum problema. Até professores que ministram outros conteúdos se dispuseram a emprestar seus horários de aula caso fosse preciso para a realização das atividades da pesquisa.

A atividade foi desenvolvida com os alunos do 2º ano do Ensino Médio única turma desse nível na escola.

As atividades práticas propostas pelos pesquisadores, embora elaboradas previamente, permitiram aos estudantes fazerem conjecturas que extrapolem seus objetivos, verificando outras hipóteses. Assim, cabe ao pesquisador estar atento para o fato de surgirem situações não previstas quando se realiza um experimento de ensino. Apesar de as atividades planejadas serem desenhadas com certa intencionalidade, os estudantes nem sempre seguem os caminhos que esperamos que sigam.

O planejamento das atividades do experimento de ensino seguiu o roteiro seguinte descrito anteriormente, qual seja: oficina, atividade prática e avaliação.

Passaremos a descrever e analisar, a partir de agora, as etapas desenvolvidas e um possível diálogo com os textos utilizados em nossas referências teóricas. Nas sessões que seguem apresentaremos recortes dos acontecimentos combinados com nossas análises.

**Aula 1:** Aula realizada no primeiro horário do turno da tarde no dia 14 de agosto de 2019.

Durante a primeira aula, promovemos a nossa apresentação, visto que os alunos não conheciam um dos pesquisadores. Em seguida, optamos por abordar novamente o tema começando por explicar a história da trigonometria e do teodolito, apontamos os avanços que esse equipamento e sua utilidade tiveram no decorrer dos anos e mostramos as fotos de suas diversas versões para que os estudantes tivessem uma compreensão da evolução dele ao longo da história.

Figura 8 - Dia 14/08/19. 1º horário turno da tarde.



Fonte: fotografia do autor.

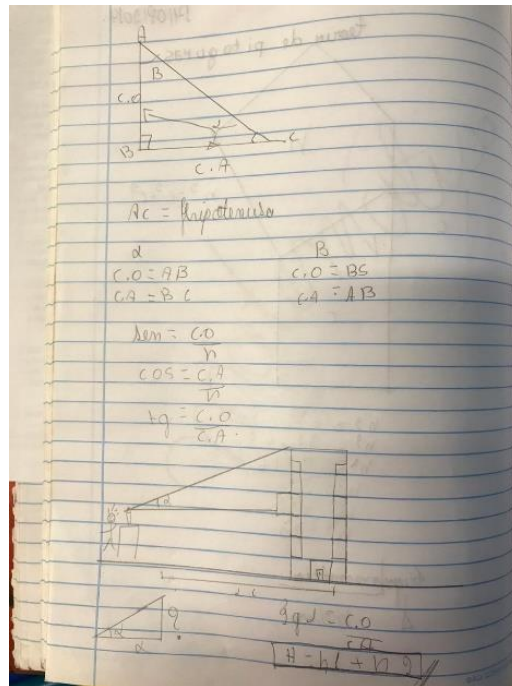
Nessa etapa, para a maior parte da turma, aquele instrumento era novidade. Em um dos trabalhos feitos pelos residentes da Residência Pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG - SJE nessa escola, do qual um dos autores também participou, o teodolito havia sido apresentado e utilizado. Nessa ocasião, apenas duas alunas que estão na turma atualmente já haviam tido contato com a ferramenta.

Mostramos também os modelos caseiros já confeccionados para que estes pudessem ver, manusear e investigar seu funcionamento.

**Aula 2:** Aula realizada no terceiro horário do turno da tarde no dia 14 de agosto de 2019.

Na segunda aula, já feita em um horário separado do anterior, iniciamos uma breve revisão de temas de trigonometria (Figura 9) e Teorema de Pitágoras (Figura 10).

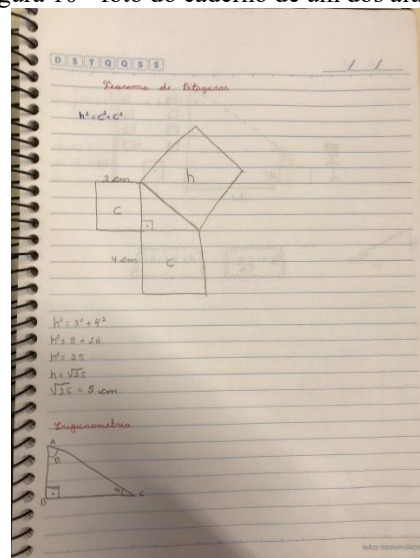
Figura 9 - foto do caderno de um dos alunos.



Fonte: fotografia do autor.

Observamos que os alunos aparentavam estar mais desmotivados do que no primeiro horário. Também percebemos que eram poucos os que demonstraram interesse nas questões que estavam sendo explicadas e menos ainda eram aqueles que pareciam estar por dentro do assunto.

Figura 10 - foto do caderno de um dos alunos.



Fonte: fotografia do autor.

Nesse tempo de aula, durante a explicação, lançamos alguns desafios por meio de questões que envolvessem o conteúdo para verificar qual o nível de conhecimento e capacidade de raciocínio dos estudantes em relação a exercícios envolvendo a trigonometria no triângulo retângulo. Retornamos ao conteúdo e revisamos as relações trigonométricas com eles. Alguns estudantes se interessaram mais, copiando algumas coisas do quadro e mesmo anotando coisas que os autores falavam (Figura 11).

Figura 11 - Dia 14/08/19. 3º horário turno da tarde.



Fonte: fotografia do autor.

Durante essa aula, foi dada também a explicação de como manusear tal instrumento enquanto contávamos com ajuda dos próprios alunos na demonstração.

**Aula 3:** Aula realizada no primeiro horário do turno da tarde no dia 19 de agosto de 2019.

Como esta aula ocorreu em uma outra semana, decidimos começar com uma pequena revisão do conteúdo proposto. Entendemos ser isso importante visto que os estudantes tiveram dificuldades na aula anterior em solucionar as atividades propostas. Ao finalizarmos, partimos para a etapa de montagem do teodolito (Figura 12). Essa etapa foi realizada tendo por base o passo a passo que já foi descrito anteriormente nesse trabalho ( ANEXO A), substituindo apenas o pedaço de isopor, por um pedaço de capa dura de caderno de 10 matérias e foi escurecido o visor do objeto, utilizando-se de fita isolante, para obter melhor resultado visto que o dia estava ensolarado.

Figura 12 - Dia 19/08/19. 1º horário turno da tarde.



Fonte: fotografia do autor.

**Aula 4:** Aula realizada no terceiro horário do turno da tarde no dia 19 de agosto de 2019.

Essa aula também foi utilizada para construir o modelo caseiro de teodolito. A turma foi dividida em 4 grupos. Em seguida, realizamos a montagem do equipamento (Figura 13). Nessa etapa os alunos aparentavam estar mais motivados fazendo perguntas sobre o funcionamento do equipamento e interessados em ver o resultado final.

Figura 13 - Dia 19/08/19. 3º horário turno da tarde.



Fonte: fotografia do autor.

**Aula 5:** Aula realizada no primeiro horário do turno da tarde no dia 21 de agosto de 2019.

No terceiro encontro, nosso objetivo era levar os alunos a igreja situada a poucos metros da escola para que estes pudessem realizar as medições utilizando o equipamento tendo por base o conteúdo de trigonometria visto em sala de aula. Com a permissão do diretor, da professora e depois de uma conversa com os alunos para que se comportassem devidamente visto que estariam sob as responsabilidades dos pesquisadores, partimos para a praça local com o objetivo de tomar algumas medidas não acessíveis com o uso da trena e demonstrar a utilidade do teodolito artesanal nesse trabalho. Escolhemos então medir a altura da igreja.

Figura 14 - Dia 21/08/19. 1º horário turno da tarde.



Fonte: fotografia do autor.

Ao chegar lá, diante das explicações preliminares, deixamos que eles tomassem as rédeas do trabalho. Para medir, os alunos tiveram de pensar antes em como fazer para calcular a distância, já que de uma só vez a trena não seria capaz de realizar tal cálculo. Então dividiram a distância em etapas e fizeram a soma das medidas encontradas. Cada grupo fez as medições em separado. Ao final, os grupos chegaram em resultados próximos ao que tínhamos calculado utilizando um teodolito construído pelos pesquisadores e mais bem elaborado.

Durante esse dia, tivemos que juntar dois grupos, visto que faltaram alguns estudantes componentes de cada um. Este é outro fator que obstrui muito o andamento da aprendizagem: os estudantes faltam muito as aulas.

Levamos ainda uma mesa para suporte do objeto, o livro didático para análise dos valores da tangente cuja tabela era parte integrante. Ao apresentar a tabela pareceu que nenhum

aluno a conhecia, embora já tivessem trabalhado em séries anteriores. Levaram ainda o caderno para anotação e realização dos cálculos (Figura 15).

Nessa etapa, os alunos começaram a se surpreender com os primeiros resultados. Alguns resolveram até realizar as medidas de diferentes outros locais, por estarem desconfiados de que os resultados não estavam sendo o que julgavam correto. Percebemos aqui alguma conjectura por parte deles. Imaginavam a distância, mediam e comparavam. Aquilo que não parecia sensato, eles discutiam entre si.

Figura 15 - Dia 21/08/19. 1º horário turno da tarde.



Fonte: fotografia do autor.

Alguns indagaram se poderiam aplicar esse processo em outras construções localizadas em grandes distancias. Alguns tiveram certa dificuldade em saber como colocar o ângulo num desenho imaginário (algo que percebemos que os estudantes têm muita dificuldade). Alguns se confundiram ao utilizar os ângulos suplementares e ainda quais deles seria usado. E com a ajuda dos pesquisadores e da professora eles conseguiram realizar os cálculos e chegaram à conclusão de que a altura da igreja era de aproximadamente 19-20 metros.

Para que eles tivessem uma melhor compreensão se estavam ou não medindo corretamente, um dos pesquisadores propôs que eles esticassem a trena em linha reta no chão referente à medida que os mesmos acharam.

Surgiram algumas curiosidades como a do estudante Pedro (nome fictício), que perguntou se teria como medir da praça a altura da torre de telefone da cidade.

**Aula 6:** Aula realizada no terceiro horário do turno da tarde no dia 21 de agosto de 2019.

Durante essa aula, levamos algumas atividades para que os alunos pudessem resolver em grupo, e para que nós pudéssemos ter alguma compreensão da possível aprendizagem dos conteúdos pelos estudantes por meio do uso do equipamento. Entretanto nessa parte, vimos que os alunos apresentavam ainda dificuldades para realizar os exercícios em questão. Até mesmo aqueles que nós considerávamos como de fácil resolução eles não tiveram a iniciativa de resolver. Decidimos então que iríamos ajudá-los a pensar nos problemas dando dicas de como abordar cada questão, mas sem fazer cálculos ou dar a resposta pronta.

Visto que essas questões se apresentaram difíceis para o nível que a turma estava, decidimos também avaliar de forma diferente o trabalho de campo realizado, baseando as opiniões em como eles se sentiram no processo de realização daquela oficina, solicitando que eles escrevessem sobre essas impressões e nos entregassem.

Notamos durante a aplicação da atividade que se faz necessário realizar um projeto de intervenção junto a essa turma como um tempo maior e com conteúdos que se constituiriam requisitos para o conteúdo em questão, visto que eles carecem de conceitos básicos mesmo estando no 2º ano do Ensino Médio e tendo visto esse conteúdo em séries anteriores.

Dentre os objetivos da pesquisa quais seja o de investigar as possibilidades que a construção e uso do Teodolito podem proporcionar quanto a apropriação dos conceitos da Trigonometria no triângulo retângulo, os pesquisadores entenderam que precisamos caminhar ainda no sentido de buscar formas de trabalho que despertem a motivação nos alunos e a vontade em aprender que foram, em nossas opiniões, algumas das principais dificuldades notadas nessa pequena oficina.

Também, é necessário que diante de tanta defasagem, os alunos possam ter o tempo para conseguir entender conteúdos como esse que é considerado por eles como sendo mais complexos. Pensamos também ser necessário trabalhar a teoria e prática desse conteúdo. Em nossos poucos horários, foi percebido que os alunos estavam bastante desmotivados, não entenderam a matéria na época em que lhes foi passada e que também não tiveram a responsabilidade de estudarem os mesmos em casa ou talvez tirar dúvidas com os professores na escola.

Como a expectativa dos autores não foi correspondida na medida que estabeleceram, fez-se extremamente necessário repensar em trabalhar metodologias diferenciadas mesclando a teoria e a prática como propusemos aqui mas com um tempo maior e de uma forma mais dirigida de sorte que pudéssemos analisar como o Teodolito pode contribuir na prática do aluno quanto à aplicação das razões trigonométricas no cálculo de medidas inacessíveis.

Entretanto, esse processo leva tempo e não traz resultados imediatos de acordo com o as expectativas dos professores e mesmo dos pesquisadores. Mas percebemos que o mesmo produz bons frutos visto que modifica a dinâmica da sala de aula, transforma outros ambientes em ambientes de aprendizagem e faz com que o estudante perceba a utilidade daquilo que estuda. Ao retomar as autoavaliações que alguns estudantes nos disponibilizaram, verificamos que a atividade, de fato, traz essas perspectivas.

Os alunos apresentaram uma certa dificuldade em relação ao conteúdo de trigonometria apesar de já terem trabalhado aquele conteúdo no final do ano de 2018 com o professor Karlos (nome fictício) e no ano seguinte os alunos prosseguiram trabalhando a matéria com a professora Ana (nome fictício) nos 1º e 2º bimestres, com o conteúdo de trigonometria na circunferência.

Como um dos pesquisadores do projeto trabalhava na instituição de ensino como bolsista da residência pedagógica, ele estava trabalhando intervenção com estes mesmos alunos durante seu contra turno, fazendo um reforço a mais sobre a matéria. O pesquisador observou a dificuldade deles na parte da identificação do ângulo, tendo de resolver este problema, levou um material lúdico didático, o teodolito, pois acreditava que o mesmo poderia ajudar os alunos a identificarem o lugar e situar o ângulo corretamente.

Quando os dois pesquisadores entraram em sala de aula para apresentar esta proposta de atividades, foi observado que alguns alunos já conheciam as metodologias de ensino do trabalho e como seria utilizado aquele material levado em sala. Quando fizemos a separação em grupos ainda em sala, cada um daqueles alunos que iam à monitoria, com o pesquisador Júnior, foi convenientemente colocado em grupo separado, mesmo alguns já conhecendo aquele trabalho, estes ainda apresentavam certa dificuldade.

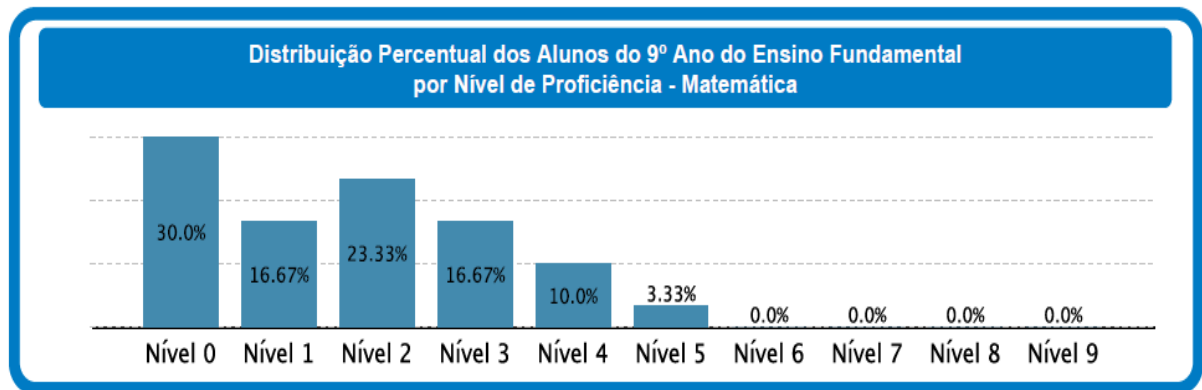
Foi observado que dificuldade em identificar o lugar do ângulo e as relações: seno, cosseno e tangente ainda permaneciam. Esta foi uma das grandes dificuldades que eles apresentavam no decorrer da atividade, mesmo eles já tendo visto aquele conteúdo anteriormente.

Este incômodo nos levou a refletir a eficácia do processo. Em conversas com nosso orientador e por sugestão dele, resolvemos nos debruçar nas habilidades que supostamente ainda não tinham atingido. Procuramos primeiro os documentos oficiais e elegemos para uma primeira análise, o PROEB.

as condições em que ocorre o trabalho da escola, os quais devem ser considerados na análise dos resultados. Os resultados de desempenho nas áreas avaliadas são expressos em escalas de proficiência. As escalas de Língua Portuguesa (Leitura) e de Matemática da Prova Brasil são compostas por níveis progressivos e cumulativos. Isso significa uma organização da menor para a maior proficiência. Ainda, quando um percentual de alunos foi posicionado em determinado nível da escala, pode-se pressupor que, além de terem desenvolvido as habilidades referentes a este nível, eles provavelmente também desenvolveram as habilidades referentes aos níveis anteriores. Poderá, ainda, analisá-los tendo como referência um perfil de “Escolas Similares”, que expressa os resultados de um grupo de escolas com características semelhantes, ou seja, que pertencem à mesma microrregião geográfica, localizam-se na mesma zona (urbana ou rural) e possuem valores do indicador de nível socioeconômico próximos. Ao analisar os resultados da escola, a equipe escolar poderá verificar o percentual de alunos posicionados em cada nível da escala de proficiência, conferindo a descrição das habilidades referentes a esses níveis, para refletir pedagogicamente sobre tais resultados. (BRASIL, 2017, pág. 01))

Em consulta ao site do Ministério da Educação (MEC), observamos que a deficiência dos estudantes demonstradas pelos índices em 2017 permaneciam ainda em 2019 conforme apresenta a Figura 16 e que trata do resultado da PROVA BRASIL turma de 9º ano de Ensino Fundamental, no ano de 2017 e que pressupõe estarem agora matriculados no 2º ano do Ensino Médio no ano de 2019. Com um total 30 de estudantes presentes e 31 de alunos matriculados.

Figura 16 - distribuição Percentual dos alunos por nível de Proficiência em Matemática referente aos estudantes que se localizam atualmente no 2º ano do Ensino Médio



Fonte: MEC. 2017. Disponível em:

<http://sistemasprovabrazil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.sea>  
m. Acessado em: 18/10/2019.

Como comparação usamos o conteúdo apenas de Teorema de Pitágoras no qual se enquadra no nível 6<sup>6</sup>, de acordo com a PROVA BRASIL, percebe-se que nenhum dos alunos atingiu o nível esperado no 9º ano do Ensino Fundamental.

<sup>6</sup> Nível 6- Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: Espaço e forma: Reconhecer a medida do ângulo determinado entre dois deslocamentos, descritos por meio de orientações dadas por pontos cardeais. Reconhecer as coordenadas de pontos representados no primeiro quadrante de um plano cartesiano. Reconhecer a relação entre as medidas de raio e diâmetro de uma circunferência, com o apoio de figura. Reconhecer a corda de uma circunferência, as faces opostas de um cubo, a partir de uma de suas planificações. **Comparar as medidas dos lados de um**

Os resultados esperados com a utilização do teodolito artesanal não foram atingidos em sua plenitude. Entretanto não se pode generalizar afirmando que essa metodologia não trará benefícios para outras turmas e mesmo para essa turma. Refletindo sobre alguns possíveis fatores que levaram a essa situação, destacamos: em primeiro lugar está o fato de os estudantes estarem atualmente estudando conteúdos que não guardam relação direta com o conteúdo envolvido nesta proposta de aprendizagem.

Nossa intenção era que tivéssemos atuado junto a eles quando o conteúdo foi visto pela professora. No entanto, o tempo de aplicação da pesquisa em campo só foi possível somente no segundo semestre de 2019. Dada a defasagem que os mesmos apresentavam desde o 9º ano, esperávamos poder intervir de forma positiva promovendo a aprendizagem de conteúdos de trigonometria mesmo estando os mesmos em assunto diverso a esse.

Para a aplicação da atividade, desde a montagem do teodolito até a sua utilização, dispusemos de 6 horas aulas com a turma. No entanto, dada a organização dos horários, as aulas não eram sequenciadas ou mesmo geminadas e isso contribuiu para “quebrar o ritmo” da turma. Algumas aulas foram levadas a cabo em dias e até em semanas diferentes. Isso tornou-se um empecilho, pois os alunos, de interesse naturalmente baixo, apresentavam desinteresse ainda maior visto que a distância entre as aulas/atividades tornava a atividade desconexa na cabeça deles. Os melhores resultados foram obtidos no dia da atividade ao ar livre pois houve mudança do ambiente da sala de aula.

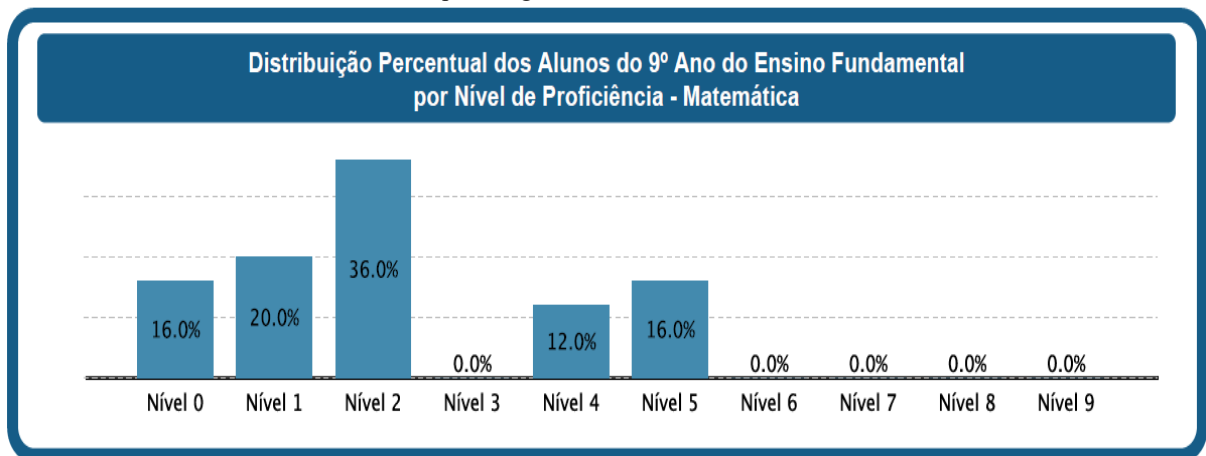
Percebemos ainda que esta turma passou as séries seguintes com a defasagem do conteúdo básico da trigonometria de forma praticamente intocada e que mesmo no 2º ano do Ensino Médio, aparentavam não ter conhecimento do conteúdo.

Procuramos ainda comparar os resultados obtidos pela turma que ocupa hoje o 2º ano do Ensino Médio com os resultados apresentados pela turma formada em 2018, via análise dos dados da PROVA BRASIL, em sua edição anterior. Percebe-se também, conforme a Figura 17, que para esta turma, o objetivo que se encontrava no nível 6 não foi atingido por nenhum dos 25 estudantes que realizaram o teste.

---

**triângulo a partir das medidas de seus respectivos ângulos opostos. Resolver problema utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos.** Grandezas e medidas: Converter unidades de medida de massa, de quilograma para grama, na resolução de situação-problema. Resolver problema fazendo uso de semelhança de triângulos. Números e operações; álgebra e funções: Reconhecer frações equivalentes. Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, e vice-versa. Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal. Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, com constante de proporcionalidade não inteira. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais. Determinar um valor monetário obtido por meio de um desconto ou um acréscimo percentual. Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional fornecida. Tratamento de informações: Resolver problemas que requerem a comparação de dois gráficos de colunas.

Figura 17 - distribuição Percentual dos alunos por nível de Proficiência em Matemática referente aos estudantes que integralizaram o Ensino Médio no ano de 2018.



Fonte: MEC. 2015. Disponível em:  
<http://sistemasprovabrazil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.sea>  
m. Acessado em:18/10/2019.

## 6 CONCLUSÃO

Durante o decorrer desse trabalho, fizemos uma revisão da literatura disponível em diversos artigos, teses, dissertações e livros. Em conversas com colegas de curso que realizaram propostas semelhantes à nossa e ainda, baseados em nossas próprias experiências, observamos que o conteúdo de trigonometria não apresenta respostas de aprendizagem satisfatória quando apresentado ao aluno de forma meramente algébrica como, muitas vezes, é feito em sala de aula.

Os resultados apresentados nas avaliações de massa vêm mostrando uma eficácia baixa ou quase nula nessa estratégia. Por outro lado, é um conteúdo que pode ser explorado por meio de atividades práticas e com o uso de artefatos simples como é o caso do Teodolito e realizando atividades corriqueiras do dia-a-dia.

Foi indiscutível que a construção e utilização do teodolito artesanal fez com que os alunos mostrassem um pouco mais de interesse nas aulas e no conteúdo comparando essa estratégia com a tradicional aula que ministramos na tentativa de revisar o conteúdo.

Entendemos ainda ser necessário estruturar um projeto de intervenção com as turmas vindouras na escola, quem sabe já com uma oficina estruturada e baseada no uso do teodolito para abordar o conteúdo dessa forma desde o início. Acreditamos fortemente que dessa forma podemos obter mais significado na aprendizagem de conteúdos de trigonometria.

Buscando ainda responder à questão norteadora, concluímos que a construção e utilização do teodolito artesanal pode contribuir para uma melhor abordagem do ensino de trigonometria. No entanto, para que esse objetivo seja alcançado é necessário um trabalho e esforço bem maior por parte do professor do que uma aula tradicional necessitaria. Entendemos que esse esforço é maior tanto por parte do professor quanto por parte do aluno. É necessário ainda que mais trabalhos sejam desenvolvidos buscando compreender como essas estratégias de ensino podem desenvolver nos estudantes uma capacidade motivacional mais significativa.

Uma maneira que entendemos ser de grande valia seria fazer com que os alunos desenvolvam todo o processo de construção e utilização, antes mesmo de saber sobre os conceitos de trigonometria. Utilizando como pano de fundo a Resolução de Problemas.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, Gleycianne Araujo. **Modelagem Matemática no Ensino da Trigonometria**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2017.
- ASTRONOMIA ONLINE. **A Astronomia Na Antiguidade**. Artigo. Núcleo De Astronomia - Centro Ciência Viva do Algarve. Disponível em: < <http://www.ccvvalg.pt/astronomia/historia/antiguidade.htm> >. Acesso em: 09/05/2019
- BOYER, Carl B. **História da matemática**. (Tradução de Elza F. Gomide) - 2ª ed.- São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL. CAPES. **Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência**. 2018. Disponível em: < <https://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid> >. Acesso em: 04/05/2019.
- BRASIL. CAPES. **Programa de Residência Pedagógica**. 2018. Disponível em: < <https://www.capes.gov.br/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica> >. Acesso em: 04/05/2019.
- BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**. 2019. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/programa-saude-da-escola/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211> >. Acesso em: 01/05/2019.
- BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 01/05/2019.
- CONTESINI, Leonardo. **“Enforca-gato”: como as abraçadeiras de nylon surgiram?**. 2019. Disponível em: < <https://www.flatout.com.br/enforca-gato-como-as-abracadeiras-de-nylon-surgiram/> >. Acesso em: 06/05/2019.
- CORRÊA, Iran Carlos Stalliviere. **A história da Agrimensura**. Artigo. Departamento de Geodésia. Instituto de Geociências-UFRGS. Disponível em: < <https://www.amiranet.com.br/artigo/a-historia-da-agrimensura-16> >. Acesso: 09/05/2019.
- COSTA. Nielce M. Lobo da. **A História da Trigonometria**. Artigo. 18p. PUCSP. 2003.
- DOMINGOS NETO, Silvino. **Ferramentas auxiliares no ensino e aprendizagem das funções seno, cosseno e tangente na Educação Básica**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2014.
- DOMÍNIO TOPOGRAFIA LTDA. **Histórico da topografia**. 2012. Disponível em: < <http://dominiotopografialtda.blogspot.com/> >. Acesso em: 01/05/2019.
- EVES, H.: **Introdução à História da Matemática**, Editora da UNICAMP, Campinas, SP, 1997.

FERNANDES DA COSTA, Gabriel Lopes; GOBETTI, Tamyres Verçosa; SILVÉRIO, Tauã Gomes; SANTOS, Thainanny Alves. **TRIGONOMETRIA NA ANTIGUIDADE**. 2018. Artigo. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA, São Paulo, 2018.

FERREIRA, Bruno de Sousa; DRUMOND, Max da Fonseca; PEIXOTO, Nathalia Luiza Soares. **O uso do teodolito caseiro como ferramenta auxiliar no ensino da trigonometria**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Minas Gerais Campus São João Evangelista, São João Evangelista, 2016.

GARCIAS, Philipe. **Teodolito Digital Cst/berger Dgt10**. Disponível em: < [http://www.aprenderparavencer.com/produto/teodolito-digital-cst-berger-dgt10\\_MLB683449605](http://www.aprenderparavencer.com/produto/teodolito-digital-cst-berger-dgt10_MLB683449605) >. Acesso em: 01/05/2019.

GONÇALVES, Sandro Salles. **Abordagem histórico cultural em sala de aula inclusiva de matemática: o processo de apropriação do conceito da função derivada por um aluno cego**. 2014. 197f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática- Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

HUANCA, Roger Ruben Huaman. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Campus Rio Claro. 2006.

IMÁTICA. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. **Papiro Rhind**. Disponível em: < <http://www.matematica.br/historia/prhind.html> >. Acesso em: 01/05/19.

KILHIAN, Kleber. **O Seqt de uma Pirâmide**. 2010. Disponível em: < <https://www.obaricentrodamente.com/2010/08/o-seqt-de-uma-piramide.html> >. Acesso em: 28/05/2019.

MACHADO, Thieres. **Exercícios Sobre o Teorema de Pitágoras: Como Aplicar e Resolver Problemas Através da Mais Célebre Afirmção Matemática**. Disponível em: <<http://www.gabaritodematematica.com/exercicios-envolvendo-o-teorema-de-pitagoras/>>. Acesso em: 25/09/2018.

MEC. **PROVA BRASIL**. 2017. Disponível em: <http://sistemasprovaBrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.seam>. Acessado em: 18/10/2019.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. CBC - Conteúdos Básicos Comuns. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, 2005.

MUELANER, Jody. **Make A Simple Groma!**. 2013. Disponível em: < <https://www.muelaner.com/measurement/make-a-simple-groma/> >. Acesso em: 02/05/2019.

Nielce M. Lobo da Costa. **História da Trigonometria**. Educação Matemática em Revista - Revista da SBEM, (10):60 - 68, março 2003.

PASCHOAL, Carlos Willians. **História da Trigonometria (grega)**. 2012. Disponível em: <<https://matematicaaseuspes.wordpress.com/2012/07/17/historia-da-trigonometria-grega/>>. Acesso em: 02/05/2019.

PAULA, Camila. **4 questões de triângulos que caem todo ano no ENEM!.2015**. Disponível em: <<https://descomplica.com.br/blog/matematica/lista-triangulos/>>. Acesso em: 25/09/2018.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS. Pró-Reitoria de Graduação. Sistema Integrado de Bibliotecas. **Orientações para elaboração de trabalhos científicos**: projeto de pesquisa, teses, dissertações, monografias, relatório entre outros trabalhos acadêmicos, conforme a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). 3. Ed. Belo Horizonte: PUC Minas, 2019. Disponível em: [www.pucminas.br/biblioteca](http://www.pucminas.br/biblioteca). Acesso em: 17/04/2019.

PRODANOV, Cleber Cristiano. **Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico** / Cleber Cristiano Prodanov, Ernani Cesar de Freitas. – 2. ed. – Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

PROEB 2014 SIMAVE SISTEMA MINEIRO DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO PÚBLICA. Minas Gerais: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAED. 2014. ISSN 1983-0157. Versão online. Disponível em: <http://www.simave.caedufjf.net/wp-content/uploads/2015/06/MG-PROEB-2014-RP-MT-3EM-WEB.pdf>. Acesso em: 01 maio. 2019.

PRUDCHENKO, Kate. **A história do teodolito**. Disponível em: <[https://www.ehow.com.br/historia-teodolito-sobre\\_93553/](https://www.ehow.com.br/historia-teodolito-sobre_93553/)>. Acesso em: 01/05/2019.

VERRI, Danilo. **Teodolito**. Disponível em: <<https://pt.scribd.com/document/96850444/TEODOLITO>>. Acesso em: 01/05/2019

WALLIS, David A. **History of Angle Measurement**. From Pharaohs to Geoinformatics FIG Working Week 2005 and GSDI-8 - Cairo, Egypt April 16-21, 2005.

ZILKHA, Esther. **Utilização do Geo Gebra na Construção de Instrumentos**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (PROFMAT-IMPA) – Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

## ANEXO A - Método de construção do Teodolito com os alunos:

Para a oficina, foi feita uma demonstração com dois Teodolitos Artesanais já confeccionados pelos pesquisadores do trabalho. Sendo um destes feito de madeira e o outro construído tendo por base o uso de materiais mais baratos e fáceis de adquirir.

O modelo utilizado é feito artesanalmente, como dito acima, e pode ser personalizado dependendo da pessoa que o está construindo.

No caso de optar pelo de madeira precisa-se dos seguintes materiais: madeira, transferidor, tampa plástica, tubo de caneta transparente, enforca gato<sup>7</sup>, laser, nível e um parafuso com porca (Figura 18).

Figura 18 - materiais utilizados na construção do Teodolito Artesanal.



Fonte: fotografia do autor.

Foram seguidas as seguintes etapas:

1. Juntar dois pedaços de madeira com formato retangular, um com medidas de 8 centímetros por 12 centímetros e o outro com medidas de 12 centímetros por 13 centímetros; pregá-los formando um ângulo de 90° entre eles (Figura 19);

---

<sup>7</sup> Abraçadeira, cinta plástica, presilha, enforca-gato, cinta de nylon, tairap, fita Hellermann. Não importa como você chama. abraçadeiras de nylon. As abraçadeiras de nylon são essenciais em qualquer caixa de ferramentas devido à sua facilidade de uso e variedade de aplicações. Normalmente usamos para amarrar coisas, mas dá até para usá-las como alças provisória. (CONTESINI, 2019).

Figura 19 - Etapa 1- montagem do Teodolito Artesanal.



Fonte: fotografia do autor.

2. Utilizar um transferidor, fixando-o na parte vertical do pedaço de madeira, com lado maior de 12 centímetros por 13 centímetros (Figura 20);

Figura 20 - Etapa 2- montagem do Teodolito Artesanal.



Fonte: fotografia do autor.

3. Colocar uma tampa plástica de litro descartável, que seja pouco mais comprida que as normais (Figura 21);
4. Fixar um parafuso de mais ou menos 7 centímetros no centro da tampa plástica e depois fixar este mesmo parafuso junto com a tampa plástica no centro do transferidor, de modo que o parafuso atravesse a madeira e dê para apertar por detrás (Figura 21);

Figura 21 - Etapas 3 e 4- montagem do Teodolito Artesanal.



Fonte: fotografia do autor.

5. A tampa plástica deverá ficar de uma forma que possa girar completando um ângulo de  $360^\circ$  (Figura 22);
6. Colocar um tubo de caneta ponta grossa, perfurada no centro da tampa plástica, para que se possa enxergar o ângulo através do furo da caneta (Figura 22);

Figura 22 - Etapas 5 e 6- montagem do Teodolito Artesanal.



Fonte: fotografia do autor.

7. Colocar um laser na ponta da caneta, preso por 2 enforca gato, para melhorar a precisão das medições (Figura 23);

Figura 23 - Etapa 7 - montagem do Teodolito Artesanal.



Fonte: fotografia do autor.

8. Colocar um enforca-gato preso na ponta da caneta, sendo ele, com mais ou menos 3 centímetros, direcionado para o transferidor, tendo uma função de marcador quase exato dos ângulos desejados;
9. Colocar dois níveis, um na vertical e outro na horizontal dos pedaços de madeira.

Para a construção do Teodolito de materiais baratos, será levado em sala: Isopor; Copo plástico com tampa; Transferidor; Canudo ou tubo de caneta (de preferência do mais escuro possível para que se possa visualizar através dele com facilidade); um enforca gato; Folhas de papel A4 (Figura 24).

Figura 24 - Materiais para montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo.



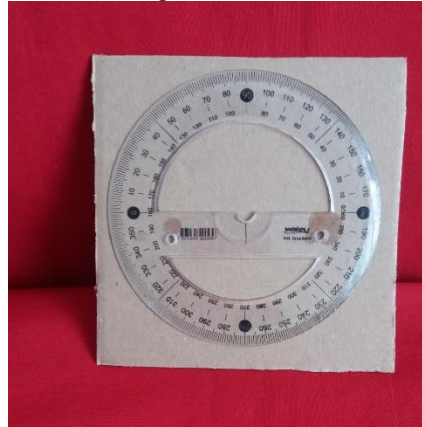
Fonte: fotografia do autor.

Para a montagem, seguirá as seguintes etapas (Figura 25):

1. Será pedido aos alunos que providenciem dois pedaços de isopor de 14 centímetros por 11 centímetros;

2. Colar os dois pedaços de isopor formando um ângulo de  $90^\circ$  entre eles;
3. Fixar o transferidor na parte plana no centro de um dos lados do isopor;

Figura 25 - Etapas 1, 2 e 3 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo.



Fonte: fotografia do autor.

4. Colar a tampa do copo no centro do transferidor, de modo que o copo quando fixado na tampa possa ser girado em  $360^\circ$  (Figura 26);

Figura 26 - Etapa 4 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo.



Fonte: fotografia do autor.

5. Colocar um tubo de caneta, de preferência preto, ou um canudo (daqueles de tomar *milk shake*), perfurando no centro do corpo do copo;

Figura 27 - Etapa 5 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo.



Fonte: fotografia do autor.

6. Prender um enforca gato na parte da frente do tubo de caneta, no qual fará o papel de marcar os ângulos do transferidor.

Figura 28 - Etapa 6 da montagem do Teodolito Artesanal de baixo custo



Fonte: fotografia do autor.

## ANEXO B - Propostas de atividades:

Todos os problemas presentes nesta folha de atividades foram selecionados pelos autores do projeto retirados de questões referentes à processos seletivos e/ou atividades propostas nas instituições FURG-RS, UFPI e OBMEP envolvendo Trigonometria no triângulo retângulo.

**Problema 1:**

(FURG-RS) Um navegador vê do canal da barra do Rio Grande o topo do prédio da plataforma P-53, sob um ângulo de  $30^\circ$ . Aproximando-se 52 metros em direção à plataforma, o novo ângulo de visão é de  $60^\circ$ . Considerando que o navegador e a base da plataforma estejam nivelados e que  $\sqrt{3} = 1,7$ , podemos concluir que a altura da plataforma é de, aproximadamente:

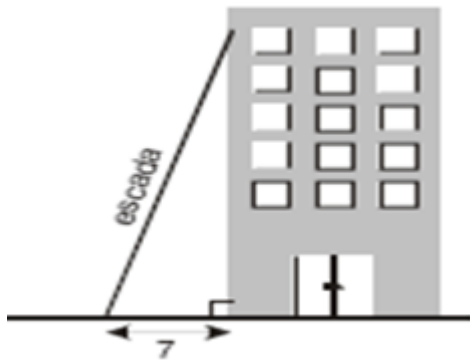
- a) 55m
- b) 50m
- c) 26m
- d) 45m
- e) 40m

**Problema 2:**

(UF – PI) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo um ângulo de  $30^\circ$  (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

**Problema 3:**

(OBMEP) O topo de uma escada de 25 metros de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 metros de distância da base do edifício, **como na figura**. Se o topo da escada escorregar 4 metros para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?



- A) 4 m
- B) 8 m
- C) 9 m
- D) 13 m
- E) 15 m

Para realização serão utilizados os seguintes objetos:

- Quadro Negro;
- Pincel;
- Lápis;

**ANEXO C - Termo de consentimento livre e esclarecido – TCLE**

Firmam o presente Termo de Compromisso Livre e Esclarecido, para a realização de atividades de pesquisa intitulada **“O USO DO TEODOLITO COMO MATERIAL DIDÁTICO NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA.”**, com os alunos do 2º Ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Carmela Dutra, pais ou responsáveis, professores e a Direção da Escola, ficando estabelecido:

1) Eu, \_\_\_\_\_, aluno(a) do 2º ano do Ensino Médio, estou ciente que participarei das atividades da pesquisa proposta, comprometendo-me executá-las dentro dos padrões da ética e das boas relações humanas.

2) Eu, \_\_\_\_\_, ( ) Mãe/Pai ou ( ) Responsável, autorizo meu filho(a), participar de atividades da pesquisa proposta denominada **“O USO DO TEODOLITO COMO MATERIAL DIDÁTICO NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA.”**. “Estou ciente da sua participação nesta pesquisa”, no período de junho de 2019, bem como, autorizo para fins acadêmicos, o uso de sua imagem pessoal.

3) Nós, Jefferson Eduardo da Silva Nunes, Junior Dias Vasconcelos, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, nos comprometemos a realizar a pesquisa, baseando-nos na ética e nas boas relações humanas. Comprometemos, ainda, zelar pelas produções e imagens dos participantes.

4) Eu, \_\_\_\_\_, professor de Matemática dos alunos participantes desta pesquisa, estou ciente e de acordo com a mesma.

5) Eu, \_\_\_\_\_, Diretor da “Escola Estadual Carmela Dutra”, estou ciente deste trabalho no âmbito desta instituição. Autorizo a utilização das dependências internas, para os fins de pesquisa, de eventuais imagens e vídeos da estrutura física.

Assim, por estarem cientes, assinam o presente termo.

São João Evangelista, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

\_\_\_\_\_  
Aluno (a)

\_\_\_\_\_  
Pais ou responsáveis

\_\_\_\_\_  
Diretor/Carimbo

\_\_\_\_\_  
Professora

Responsáveis pela execução da pesquisa: \_\_\_\_\_;

\_\_\_\_\_