

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS
GERAIS - *CAMPUS* SÃO JOÃO EVANGESLISTA
BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

Erick Sena Godinho

**ESTUDO COMPARATIVO DE METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO FLORESTAL**

São João Evangelista
2026

ERICK SENA GODINHO

**ESTUDO COMPARATIVO DE METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO FLORESTAL**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - *Campus* São João Evangelista, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Sistemas de Informação.

Orientador: Prof. Me. Fernando Marcos Souza Silva

G585e Godinho, Erick Sena.
Estudo comparativo de metaheurísticas aplicadas ao problema de planejamento da produção florestal/ Erick Sena Godinho– 2026.

62f.: il.

Orientador: Me. Fernando Marcos Souza Silva.
Trabalho de Conclusão de Curso (bacharelado em Sistemas de Informação) – Instituto Federal Minas Gerais. *Campus* São João Evangelista, 2026.

1. Metaheurística. 2. Análise de dados. 3. Otimização combinatória. 4. Problema de produção florestal. I. Godinho, Erick Sena. II. Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* SJE. III. Título.

CDD 634.9

Catálogo: Esther Soares Cunha - CRB-6/4333

Erick Sena Godinho

ESTUDO COMPARATIVO DE METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO FLORESTAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - *Campus* São João Evangelista, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Aprovado em: 11/ 02/ 2026 pela banca examinadora:



Documento assinado digitalmente
FERNANDO MARCOS SOUZA SILVA
Data: 02/03/2026 19:06:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Fernando Marcos Souza Silva - IFMG (Orientador)



Documento assinado digitalmente
LUIZ FILIPE CARREIRO SALAZAR
Data: 03/03/2026 10:40:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Luiz Filipe Carreiro Salazar - IFNMG



Documento assinado digitalmente
WESLEY GOMES DE ALMEIDA
Data: 02/03/2026 21:08:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Wesley Gomes de Almeida - IFMG

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise comparativa de métodos metaheurísticos aplicados ao planejamento da produção florestal, com o objetivo de maximizar o Valor Presente Líquido (VPL) em uma base de 120 unidades de manejo florestal e 81 alternativas de manejo ao longo de 16 anos. Para enfrentar a alta complexidade combinatória e as restrições operacionais do setor, foram selecionados algoritmos de diferentes naturezas, tais como o Algoritmo Genético (GA), a Otimização por Colônia de Formigas (ACO), o Recozimento Simulado (SA), a Busca Tabu (TS) e a Busca em Vizinhança Variável (VNS). Para validar a eficácia dessas abordagens, foram realizados testes em três cenários com diferentes níveis de demanda mínima (D_{min}) e demanda máxima (D_{max}) anual. Os resultados indicaram que todas as abordagens foram capazes de gerar soluções viáveis nos Cenários 1 ($D_{min} = 140.000 \text{ m}^3$ e $D_{max} = 160.000 \text{ m}^3$) e Cenário 2 ($D_{min} = 140.000 \text{ m}^3$ e $D_{max} = 150.000 \text{ m}^3$), porém não há soluções válidas no Cenário 3 ($D_{min} = 150.000 \text{ m}^3$, $D_{max} = 160.000 \text{ m}^3$). Além disso, os algoritmos apresentaram diferenças significativas em termos de médias de VPL, estabilidade e sensibilidade às restrições. De modo geral, os métodos ACO e SA apresentaram as maiores médias de VPL nos Cenários 1 e 3, enquanto o GA se destacou por apresentar, de forma recorrente, o maior número de execuções com soluções válidas, evidenciando maior robustez frente às restrições do problema. Entretanto, no Cenário 2 todos os algoritmos apresentaram médias semelhantes, sem diferenças estatisticamente significativas. Dessa forma, o estudo reforça o potencial das metaheurísticas como ferramentas eficazes de apoio à tomada de decisão no planejamento da produção florestal, bem como sua aplicabilidade em cenários reais.

Palavras-chave: Metaheurística. Análise de dados. Otimização combinatória. Problema da produção florestal.

ABSTRACT

This work presents a comparative analysis of metaheuristic methods applied to forest production planning, aiming to maximize the Net Present Value (NPV) on a base of 120 forest management units and 81 management alternatives over 16 years. To tackle the high combinatorial complexity and operational constraints of the sector, algorithms of different natures were selected, such as the Genetic Algorithm (GA), Ant Colony Optimization (ACO), Simulated Annealing (SA), Tabu Search (TS), and Variable Neighborhood Search (VNS). To validate the effectiveness of these approaches, tests were conducted in three scenarios with different levels of minimum demand (D_{min}) and maximum demand (D_{max}) per year. The results indicated that all approaches were able to generate feasible solutions in Scenario 1 ($D_{min} = 140.000 \text{ m}^3$ and $D_{max} = 160.000 \text{ m}^3$) and Scenario 2 ($D_{min} = 140.000 \text{ m}^3$ and $D_{max} = 150.000 \text{ m}^3$), however there are no valid solutions in Scenario 3 ($D_{min} = 150.000 \text{ m}^3$, $D_{max} = 160.000 \text{ m}^3$). In addition, the algorithms showed significant differences in terms of NPV means, stability, and sensitivity to constraints. In general, the ACO and SA methods presented the highest average NPVs in Scenarios 1 and 3, while the GA stood out for recurrently presenting the highest number of runs with valid solutions, evidencing greater robustness in the face of the problem constraints. However, in Scenario 2 all algorithms presented similar averages, with no statistically significant differences. Thus, the study reinforces the potential of metaheuristics as effective tools to support decision-making in forest production planning, as well as their applicability in real-world scenarios.

Keywords: Metaheuristics. Data analysis. Combinatorial optimization. Forest production problem.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Representação de uma floresta dividida em 14 unidades de manejo ou talhões. | 14 |
| Figura 2 – Distribuição de Probabilidade dos Caminhos para Diferentes Valores de Beta. | 19 |
| Figura 3 – Busca por Recozimento Simulado. | 20 |
| Figura 4 – Processo de Busca no VNS..... | 22 |
| Figura 5 – Representação da base de dados. | 25 |
| Figura 6 – Análise da Distribuição dos Melhores Resultados dos Modelos..... | 30 |
| Figura 7 – Análise da Convergência dos Modelos (VPL x Cálculo da Função Objetivo). | 32 |
| Figura 8 – Análise de normalidade dos resultados dos algoritmos nos três cenários..... | 53 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Resultados das metaheurísticas em cada cenário estudado, contendo o método avaliado, o Valor Presente Líquido médio, mínimo e máximo, o desvio padrão e a verificação da existência de soluções válidas no final da execução das 30 execuções. | 31 |
| Tabela 2 – Testes estatísticos aplicados por cenário | 32 |
| Tabela 3 – Ranking dos Métodos no Cenário 1..... | 33 |
| Tabela 4 – Ranking dos Métodos no Cenário 3..... | 33 |
| Tabela 6 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas..... | 45 |
| Tabela 5 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo Genético. | 49 |
| Tabela 7 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Recozimento Simulado..... | 50 |
| Tabela 8 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Busca Tabu..... | 50 |
| Tabela 9 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Busca em Vizinhança Variável | 51 |
| Tabela 10 – Resultados do teste de Shapiro-Wilk aplicado aos resultados das metaheurísticas em cada um dos cenários..... | 53 |
| Tabela 11 – Resultados do teste de Levene aplicado aos resultados das metaheurísticas em cada um dos cenários..... | 55 |
| Tabela 12 – Resultados dos testes estatísticos globais por cenário..... | 55 |
| Tabela 13 – Comparações <i>post – hoc</i> pelo teste Games-Howell no cenário 1 | 55 |
| Tabela 14 – Comparações <i>post – hoc</i> pelo teste Tukey HSD no cenário 3 | 56 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACO - *Ant Colony Optimization* ou Otimização por Colônia de Formigas CLONALG - *Clonal Selection Algorithm* ou Algoritmo de Seleção Clonal GA - *Genetic Algorithm* ou Algoritmo Genético

IFMG - Instituto Federal de Minas Gerais

ILSMulti - *Iterated Local Search* ou Pesquisa Local Iterada SA - *Simulated Annealing* ou Recozimento Simulado SPEA - *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*

TS - *Tabu Search* ou Busca Tabu

VNS - *Variable Neighborhood Search* ou Busca em Vizinhança Variável VPL - Valor Presente Líquido

SUMÁRIO

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 1.1 | Objetivos | 11 |
| 1.1.1 | <i>Objetivo geral</i> | 12 |
| 1.1.2 | <i>Objetivos específicos</i> | 12 |
| 1.2 | Justificativa | 12 |
| 1.3 | Questão norteadora da pesquisa | 13 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 14 |
| 2.1 | Planejamento da Produção Florestal | 14 |
| 2.2 | Problemas de Otimização Combinatória | 15 |
| 2.3 | Metaheurísticas | 16 |
| 2.3.1 | <i>Algoritmo Genético</i> | 17 |
| 2.3.2 | <i>Otimização por Colônia de Formigas</i> | 18 |
| 2.3.3 | <i>Recozimento Simulado</i> | 20 |
| 2.3.4 | <i>Busca Tabu</i> | 21 |
| 2.3.5 | <i>Busca em Vizinhança Variável</i> | 22 |
| 2.3.6 | <i>Crítérios de Comparação de Metaheurísticas</i> | 23 |
| 2.3.7 | <i>Trabalhos Correlatos</i> | 24 |
| 3 | METODOLOGIA | 26 |
| 3.1 | Caracterização da Pesquisa | 26 |
| 3.2 | Características da Base de Dados | 26 |
| 3.3 | Descrição dos experimentos | 28 |
| 3.4 | Métodos de avaliação | 30 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 33 |
| 4.1 | Avaliação do desempenho das metaheurísticas nos cenários estudados . | 33 |
| 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 38 |
| | REFERÊNCIAS | 40 |
| | APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO DAS METAHEURISTICAS | 45 |
| | APÊNDICE B – AVALIAÇÃO DE HIPERPARÂMETROS | 50 |
| | APÊNDICE C – ANÁLISE DE NORMALIDADE DOS RESULTADOS | 58 |

1 INTRODUÇÃO

As florestas desempenham um papel estratégico não só na preservação ambiental e no equilíbrio climático global, mas também na economia (DYCK, 2003). No Brasil, o setor de plantio de florestas é uma das bases do agronegócio e da indústria de transformação, contribuindo significativamente para a geração de empregos, a arrecadação de tributos e na oferta de matérias-primas renováveis (JUVENAL; MATTOS, 2002). Quando bem planejada, essa atividade consegue unir produtividade e sustentabilidade, promovendo um uso inteligente dos recursos naturais.

Por outro lado, gerenciar de forma eficiente a produção florestal apresenta uma série de desafios técnicos, como custos elevados na colheita e no transporte da madeira, ciclos que podem durar anos e muitas variáveis envolvidas (TAMPEKIS *et al.*, 2024). Qualquer decisão mal planejada pode comprometer tanto os lucros quanto a capacidade de regeneração das áreas exploradas (TAMPEKIS *et al.*, 2024). Com isso, o planejamento de produção florestal exige precisão, uma visão de longo prazo e uma boa capacidade de lidar com processamento de dados. Essa combinação de fatores tem levado empresas e pesquisadores a buscar soluções tecnológicas cada vez mais avançadas.

No cenário atual, a tecnologia deixou de ser apenas um diferencial para se tornar um dos pilares das empresas, especialmente para aquelas que atuam em setores com alta complexidade operacional (AGUSTIAN *et al.*, 2023). A transformação digital, incentivada pelo avanço da ciência de dados e da inteligência artificial, tem provocado mudanças significativas na forma como decisões estratégicas são tomadas, especialmente em áreas que lidam com um volume enorme de variáveis, como o caso do setor florestal (DAMAEVIUS *et al.*, 2024).

Nesse contexto, ferramentas que utilizam aprendizado de máquina e técnicas de otimização computacional têm se destacado cada vez mais no cenário de busca por soluções viáveis para problemas que, até pouco tempo atrás, eram resolvidos exclusivamente por métodos tradicionais, como a programação linear (RANA; VARSHNEY, 2021). Embora os métodos clássicos tenham seu mérito, a sua eficácia tende a ser limitada quando o problema apresenta uma alta dimensionalidade e múltiplas restrições interdependentes, características muito comuns em cenários reais de planejamento da produção (BETTINGER; BOSTON, 2017).

Nos últimos anos, metaheurísticas como o Algoritmo Genético (GA - *Genetic*

Algorithm), baseado na teoria da evolução natural, e a Busca em Vizinhança Variável (VNS - *Variable Neighborhood Search*), que opera mediante a mudança sistemática de estruturas de vizinhança, se mostraram ferramentas promissoras na resolução de problemas de produção florestal como apresentado por Barral, Cosme e Lacerda (2023). Contudo, visando ampliar as possibilidades de otimização, outras estratégias também apresentam potencial para o setor, tais como: a Busca Tabu (TS - *Tabu Search*), que utiliza estruturas de memória para evitar ótimos locais; o Recozimento Simulado (SA - *Simulated Annealing*), inspirado no processo de resfriamento de metais da termodinâmica; e o Algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas (ACO - *Ant Colony Optimization*), baseado no comportamento social e na inteligência coletiva de insetos.

Diante disso, este trabalho propõe um estudo comparativo entre o desempenho do ACO, SA e TS em relação às metaheurísticas já aplicadas ao setor, como o GA e o VNS, em problemas de produção florestal. Dessa forma, objetivo dessa pesquisa é explorar esses diferentes paradigmas, comparando o desempenho de métodos de trajetória, estocásticos e bioinspirados com as técnicas já consolidadas na literatura, se baseando em critérios técnicos e estatísticos como a qualidade da solução, número de execuções com soluções válidas e a consistência dos resultados. A análise busca levar em conta tanto as limitações de produção quanto a busca pela maximização do valor econômico da colheita, validando assim a eficácia dos algoritmos em diferentes cenários de demanda.

Ao combinar algoritmos inspirados na inteligência coletiva, processos termodinâmicos e sistemas evolutivos com métodos tradicionais de busca local e uso de memória, este estudo vai além de apenas comparar números. Ele também reflete sobre como diferentes paradigmas de otimização podem ajudar a encontrar soluções mais eficientes para problemas complexos. Essa análise é fundamental para elevar a sustentabilidade e a produtividade de uma das principais atividades econômicas e ambientais do país, ajudando a identificar qual método se adapta melhor às restrições dinâmicas do planejamento florestal brasileiro.

1.1 Objetivos

Este capítulo tem como propósito apresentar os objetivos que orientam esta pesquisa, destacando tanto a meta central quanto seus objetivos específicos.

1.1.1 *Objetivo geral*

O objetivo geral deste trabalho é realizar uma análise comparativa do desempenho de diferentes paradigmas de metaheurísticas na resolução do problema de planejamento da produção florestal. Para isso busca-se avaliar a eficácia de métodos estocásticos, de memória e bioinspirados, especificamente o Recozimento Simulado, a Busca Tabu e a Otimização por Colônia de Formigas, confrontando seus resultados em termos de eficiência e qualidade de solução com técnicas já consolidadas na literatura como o Algoritmo Genético e a Busca em Vizinhança Variável, visando a maximização do valor econômico da colheita sob restrições operacionais.

1.1.2 *Objetivos específicos*

- Estudar os fundamentos teóricos e os diferentes paradigmas das metaheurísticas selecionadas com foco em suas aplicações em problemas de otimização combinatória;
- Implementar as versões do GA, VNS, TS, SA e ACO adaptadas ao problema de planejamento da produção florestal;
- Avaliar a capacidade de cada algoritmo em gerar soluções válidas que respeitem rigorosamente os limites de produção e as restrições operacionais;
- Comparar a qualidade das soluções geradas em termos de valor presente líquido entre as diferentes abordagens.

1.2 **Justificativa**

A eficiência no planejamento de produção é um dos fatores que mais influenciam na competitividade entre as empresas, especialmente em ambientes onde há uma alta variabilidade na demanda, limitações de recursos e necessidade de entregas em prazos reduzidos (AGUSTIAN *et al.*, 2023). Como os problemas de planejamento florestal envolvem grandes espaços de busca e múltiplas restrições, tornando a sua solução desafiadora por métodos exatos, se faz necessário o uso de métodos inteligentes de otimização capazes de auxiliar na tomada de decisão de forma eficaz e adaptável.

A utilização de métodos tradicionais de planejamento que são, muitas vezes, baseados em regras fixas ou em abordagens manuais, podem levar a resultados não tão

agradáveis, como ociosidade de máquinas, atrasos em entregas, excesso de estoques ou sobrecarga de recursos (PRIORE *et al.*, 2014). Esses problemas influenciam diretamente na produtividade, nos custos operacionais e na capacidade de resposta da empresa referente às exigências do mercado. Com isso, existe uma demanda crescente por soluções computacionais mais robustas, as quais permitam lidar com a complexidade e incerteza dos ambientes industriais.

Nesse cenário, as metaheurísticas baseadas em diferentes conceitos naturais e matemáticos vêm se destacando como alternativas promissoras para resolver problemas de otimização combinatória, como é o caso do planejamento de produção. Abordagens que utilizam a inteligência coletiva, processos termodinâmicos e busca local avançada oferecem uma estratégia flexível e eficiente para explorar múltiplas soluções, se adaptando bem a problemas com muitas variáveis e restrições operacionais severas.

Dessa forma este trabalho se justifica por propor uma análise comparativa entre diversos paradigmas de otimização no contexto do planejamento de produção, com o objetivo de avaliar a capacidade de cada método em gerar soluções viáveis e otimizadas. A proposta visa contribuir tanto do ponto de vista prático, ao identificar as ferramentas mais robustas para aplicação em ambientes reais, quanto acadêmico, ao ampliar o conhecimento sobre o desempenho relativo de diferentes classes de metaheurísticas em problemas produtivos complexos.

1.3 Questão norteadora da pesquisa

Planejar a produção florestal é uma tarefa complexa, pois envolve múltiplas variáveis operacionais e econômicas, tornando o processo muito desafiador. Para lidar com essa complexidade, é preciso encontrar soluções computacionais avançadas que auxiliem na tomada de decisão. Nesse contexto, a pergunta que este trabalho busca solucionar é: como diferentes abordagens de metaheurísticas, incluindo métodos de trajetória, estocásticos e bioinspirados, se comparam em termos de desempenho na criação de soluções válidas e competitivas para a produção florestal garantindo a maximização do retorno financeiro e o cumprimento das restrições de produção anual mínima e máxima?

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

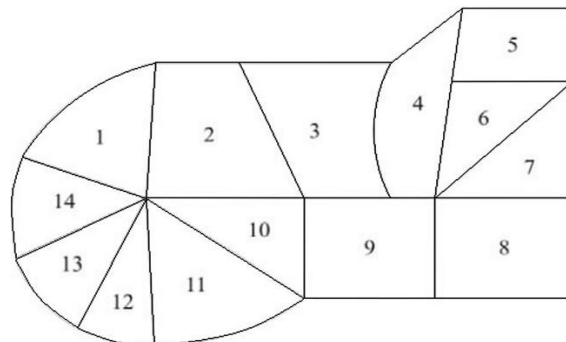
Este capítulo possui o objetivo de apresentar a fundamentação teórica que embasa o desenvolvimento dessa pesquisa, abordando conceitos e estudos relevantes sobre técnicas de otimização aplicadas ao planejamento da produção, com foco especial nas metaheurísticas.

2.1 Planejamento da Produção Florestal

A atividade florestal envolve uma série de decisões complexas que precisam considerar não apenas o caráter biológico e cíclico das florestas, mas também o longo prazo das operações e a necessidade de equilibrar critérios econômicos, operacionais e ambientais (SHAVAZIPOUR; SUNDSTRÖM, 2024). Dentro desse cenário desafiador, o planejamento da produção florestal surge como uma peça central para garantir o bom desempenho das empresas do setor, orientando desde o plantio até as ações de manejo, colheita e logística.

Em geral, esse planejamento é dividido em diferentes níveis, que variam conforme o horizonte de tempo e o nível de detalhe necessário em cada decisão (ULVDAL *et al.*, 2022). O ponto de partida costuma ser a divisão da área florestal em talhões ou unidades de manejo (Figura 1). Cada um desses talhões é descrito por atributos como área, idade, produtividade, espécie cultivada e localização, o que permite tratá-lo como uma unidade autônoma de decisão (SANTOS, 2007). Para cada talhão, podem ser definidas diferentes estratégias de manejo ao longo do tempo, como realizar o corte raso, aplicar desbaste seletivo ou simplesmente adiar a colheita.

Figura 1 – Representação de uma floresta dividida em 14 unidades de manejo ou talhões.



Fonte: Adaptado de Junior (2010)

Essas decisões são avaliadas ao longo de um horizonte de planejamento, normalmente dividido em períodos anuais. Ao combinar as prescrições possíveis para todos os talhões, é gerado um número extremamente elevado de alternativas, tornando esse tipo de problema fortemente combinatório. Com isso, a escolha das melhores combinações precisa considerar múltiplos fatores ao mesmo tempo, como maximizar o retorno financeiro e manter a produção em níveis estáveis, além de atender às diversas restrições operacionais, legais e ambientais envolvidas (NOBRE, 1999).

No aspecto econômico, um dos critérios mais utilizados é o Valor Presente Líquido (VPL), que representa o valor atual de todos os fluxos futuros de receitas e custos esperados ao longo do ciclo produtivo, considerando uma taxa mínima de atratividade (RODRIGUES, 2016). Dessa forma, o objetivo central de muitos modelos de planejamento é selecionar, para cada talhão, a estratégia que maximize o VPL total da floresta, lembrando sempre de respeitar as restrições operacionais, econômicas e temporais (NOBRE, 1999).

No entanto, vale ressaltar que, à medida que aumentam o número de talhões, as combinações possíveis de manejo e as restrições a serem consideradas, o problema rapidamente se torna mais complexo do ponto de vista computacional. Nesses casos, os métodos exatos tradicionais deixam de ser viáveis, pois o tempo necessário para encontrar a melhor solução cresce de forma impraticável. Esse tipo de situação é característico dos chamados problemas de otimização combinatória, nos quais é preciso tomar decisões discretas entre um número muito grande de possibilidades.

2.2 Problemas de Otimização Combinatória

Em diversas situações do mundo real, se faz necessário tomar decisões entre um número muito grande de possibilidades, sempre buscando a alternativa que traga o melhor resultado possível. Esses desafios que geralmente envolvem escolhas discretas, como definir a melhor sequência de tarefas, selecionar quais itens serão priorizados ou decidir a melhor forma de distribuir algo em diferentes locais são chamados de problemas de otimização combinatória (PERES; CASTELLI, 2021).

Esses problemas são compostos basicamente por três pontos-chave, sendo eles um conjunto finito de soluções possíveis, mas geralmente muito grande; uma função objetivo, que orienta o que deve ser maximizado ou minimizado; e um conjunto de restrições, que define os limites do que é permitido. Alguns exemplos clássicos desse tipo de

situação incluem o problema do caixeiro viajante (KANDA *et al.*, 2016), em que se busca o caminho mais curto para visitar uma série de cidades, e o problema da mochila (CADENAS; GARRIDO; MUÑOZ, 2009), em que é preciso escolher os melhores itens sem ultrapassar a capacidade total.

A grande dificuldade desses problemas está no aumento exponencial de combinações possíveis à medida que o número de variáveis aumenta, o que torna inviável testar todas as opções dentro de um tempo razoável (TRAVERSA *et al.*, 2017). Por isso, muitos desses problemas são considerados de alta complexidade, NP-difíceis, e exigem estratégias inteligentes para serem resolvidos. Dizer que um problema é NP-difícil significa que não se conhece nenhum algoritmo eficiente que consiga resolvê-lo de forma exata em tempo polinomial, ou seja, dentro de um tempo que cresça de forma controlada conforme o tamanho da entrada aumenta (TALBI, 2009). Por essa razão, em vez de buscar soluções exatas, a abordagem mais adotada é o uso de heurísticas e metaheurísticas que possam oferecer boas soluções em tempo viável, mesmo sem garantias de que sejam ótimas.

Apesar da dificuldade, a otimização combinatória é de grande importância prática, pois está presente em diversos setores como o setor florestal. No caso específico do planejamento da produção florestal, são comuns decisões relacionadas à definição da ordem e do momento da colheita, à distribuição da madeira entre diferentes destinos industriais, à utilização da capacidade logística e ao cumprimento de metas econômicas e ambientais (VIANA; CANCELA; PRADENAS, 2023).

2.3 Metaheurísticas

A resolução de problemas complexos de otimização, especialmente aqueles considerados de difícil solução por métodos exatos, tem motivado o desenvolvimento de estratégias alternativas conhecidas como heurísticas e metaheurísticas (RAHMAN *et al.*, 2021). Segundo Hillier e Lieberman (2013) as heurísticas são métodos desenvolvidos para encontrar soluções boas, embora não necessariamente ótimas, em tempo hábil, utilizando conhecimento específico do problema. Apesar de eficientes em muitos casos, as heurísticas convencionais costumam apresentar limitações quando aplicadas a problemas mais gerais ou de uma escala maior.

Dessa forma, surgiram as metaheurísticas, que são uma classe de métodos mais flexíveis e genéricos projetados para explorar o espaço de soluções de forma inteligente.

Essas técnicas não dependem fortemente de características específicas do problema e, por isso, podem ser aplicadas a uma ampla gama de situações (TOMAR; BANSAL; SINGH, 2023). Em geral, metaheurísticas combinam mecanismos de exploração (busca por novas soluções) e intensificação (aperfeiçoamento das melhores soluções encontradas), buscando um equilíbrio entre diversificação e convergência.

O uso de metaheurísticas tem crescido em diversas áreas, como na educação, robótica, diagnósticos médicos, análise de sentimentos, finanças e detecções de fraudes (TOMAR; BANSAL; SINGH, 2023). Isso se deve, principalmente, à sua capacidade de lidar com problemas de alta complexidade, em que soluções exatas são inviáveis ou muito custosas computacionalmente. No entanto, essas técnicas também apresentam desafios, como a necessidade de ajustes finos em seus parâmetros e a ausência de garantias de encontrar a solução ótima (RAHMAN *et al.*, 2021).

2.3.1 *Algoritmo Genético*

O Algoritmo Genético é uma metaheurística que possui como inspiração os princípios da seleção natural e da evolução biológica, se baseando em mecanismos de cruzamento genético, mutação e seleção (HOLLAND, 1992). Esse algoritmo busca resolver problemas complexos de otimização simulando o processo evolutivo em populações, em que cada indivíduo dessa população representa uma solução possível, codificada por meio de cromossomos que passam por sucessivas gerações, sendo avaliados de acordo com uma função objetivo (ALBADR *et al.*, 2020).

O grande diferencial do GA é a sua capacidade de explorar grandes espaços de busca de forma robusta e adaptativa, o que o torna especialmente útil em problemas combinatórios com várias restrições (COIT; SMITH; TATE, 1998). Apesar disso, o algoritmo pode enfrentar alguns desafios, como uma convergência prematura a soluções subótimas ou a sensibilidade a parâmetros como taxa de mutação e tamanho da população (CASAS, 2015).

Esse algoritmo tem como primeira etapa a criação de uma população inicial de soluções gerada de forma aleatória, sendo essas soluções chamadas de cromossomos. Inspirado no processo de seleção natural dos seres vivos, a segunda etapa do algoritmo é selecionar os melhores indivíduos da população inicial, ou seja, aqueles que possuem uma alta aptidão, para gerar os cromossomos filhos (LACERDA; CARVALHO; LUDERMIR, 2002). Geralmente, os pais são selecionados com probabilidade proporcional a sua aptidão.

Uma vez realizada a seleção dos indivíduos, são aplicados os operadores genéticos, normalmente o cruzamento e a mutação, que têm como objetivo explorar novas regiões do espaço de busca e promover diversidade genética. O cruzamento ocorre quando dois cromossomos escolhidos têm seus genes divididos em um ponto aleatório, onde as partes finais (caudas) são trocadas entre eles, formando dois novos indivíduos com características combinadas dos pais (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012).

Em seguida, o operador de mutação é aplicado com uma certa probabilidade no cromossomo dos dois filhos, realizando alguma modificação aleatória. Embora a mutação contribua significativamente para a diversidade genética da população ela também pode apagar informações importantes presentes nos cromossomos (LACERDA; CARVALHO; LUDERMIR, 2002). Para mitigar esse risco, é comum a adoção do Elitismo, uma estratégia que preserva os melhores indivíduos da geração atual, garantindo assim que as soluções promissoras não sejam perdidas ao longo do processo evolutivo.

Com os operadores genéticos estabelecidos, o algoritmo executa um ciclo iterativo que se repete ao longo de sucessivas gerações. Esse processo refina progressivamente as soluções até que um critério de parada seja atingido, como o número máximo de gerações passadas, tempo de execução, número máximo de gerações sem melhora na solução encontrada, entre outros.

2.3.2 Otimização por Colônia de Formigas

A ideia do algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas ganhou forma quando o pesquisador Dorigo (1992) propôs um modelo computacional inspirado no comportamento de formigas reais que se organizam de forma surpreendentemente eficiente para encontrar caminhos entre a colônia e fontes de alimento. Ao estudar as colônias de formigas, era perceptível que, mesmo sem uma comunicação direta, as formigas conseguiam construir rotas eficientes por meio da liberação e do reforço de trilhas de feromônio (BLUM, 2005). Quando uma formiga encontrava comida, ela retornava à colônia deixando um rastro químico; quanto mais eficiente for o caminho, mais feromônio será depositado, aumentando assim a probabilidade de outras formigas seguirem essa mesma trilha. Com o tempo, os caminhos menos vantajosos perdem força, enquanto os melhores são naturalmente reforçados.

O ACO funciona da seguinte maneira: inicialmente é atribuída uma quantidade

igual de feromônio a todas os possíveis caminhos, simulando o fato de que nenhuma rota ainda foi explorada (MAVROVOUNIOTIS; ANASTASIADOU; HADJIMITSIS, 2023). Em seguida, uma população de formigas artificiais é liberada para construir soluções, onde cada uma inicia sua trajetória em um ponto diferente e toma decisões de maneira probabilística, escolhendo o próximo nó com base em dois fatores principais:

- A **quantidade de feromônio** em cada opção, representando o histórico coletivo das decisões anteriores.
- Uma **heurística local**, que informa qual seria a escolha mais promissora naquele instante.

A fórmula usada para a escolha pondera essas duas informações através de parâmetros, geralmente chamados de α e β , que ajustam a importância relativa de cada uma respectivamente, garantindo um equilíbrio entre exploração, que incentiva as formigas a testarem novos caminhos, e intensificação, que reforça os caminhos já conhecidos como bons (LASCU; NEGULESCU; DZITAC, 2017).

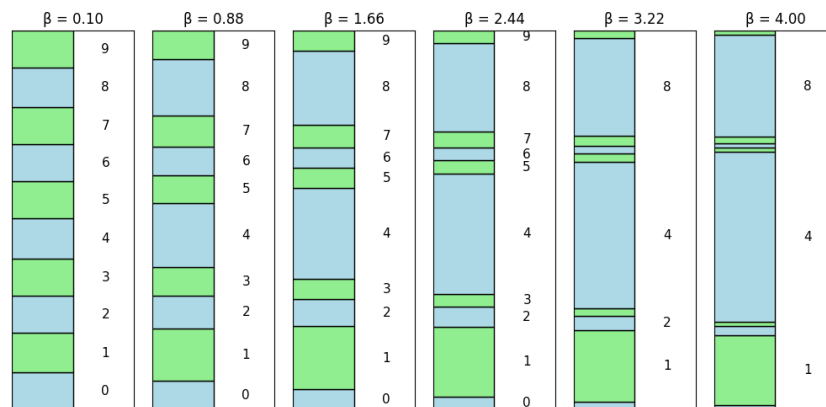
Ao final de cada ciclo, as soluções são avaliadas utilizando como base a função objetivo do problema e o feromônio presente nos caminhos é atualizado, onde as formigas que encontraram boas soluções depositam mais feromônio nos caminhos que utilizaram. Ao mesmo tempo, uma parte do feromônio presente em todas os caminhos evapora, sendo esse um mecanismo essencial para evitar que o sistema fique preso em soluções não ótimas (LASCU; NEGULESCU; DZITAC, 2017). Esse ciclo se repete por várias iterações, com o sistema ajustando continuamente suas decisões com base no desempenho coletivo.

Um dos grandes diferenciais do ACO é justamente essa dinâmica adaptativa, que permite ao algoritmo aprender com a experiência coletiva das formigas, mesmo sem saber exatamente qual é a solução ótima (DORIGO; STÜTZLE, 2006). Isso o torna particularmente adequado para problemas nos quais o espaço de busca é muito grande e não se pode explorar todas as alternativas de forma exaustiva. Entretanto, é importante destacar que o sucesso do ACO depende bastante de uma boa escolha de parâmetros e de mecanismos de controle da convergência, caso as formigas comecem a reforçar cedo demais um caminho subótimo, o algoritmo pode cair na chamada convergência prematura, deixando de explorar possibilidades melhores (MUTHUKRISHNAN, 2023).

Na Figura 2, é apresentado um cenário hipotético de um estágio inicial do algoritmo, neste caso uma formiga pretende selecionar o próximo caminho a ser seguido dentre dez opções. Nessa etapa nenhuma formiga saiu do formigueiro, então todos os feromônios

estão com os seus valores iniciais ($\alpha = 1, 0$). Nesse teste, foram utilizados diversos valores de β , variando desde 0,10 a 4,00. No gráfico, é possível observar que cenários em que os valores são mais elevados, a influência da heurística sobre a decisão da formiga se torna mais significativa, superando a contribuição do feromônio. Isso indica uma preferência mais forte por caminhos considerados promissores segundo a heurística, mesmo que ainda não tenham sido explorados. Esse comportamento evidencia a importância da escolha correta dos valores iniciais para evitar uma convergência prematura das soluções.

Figura 2 – Distribuição de Probabilidade dos Caminhos para Diferentes Valores de Beta.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

2.3.3 Recozimento Simulado

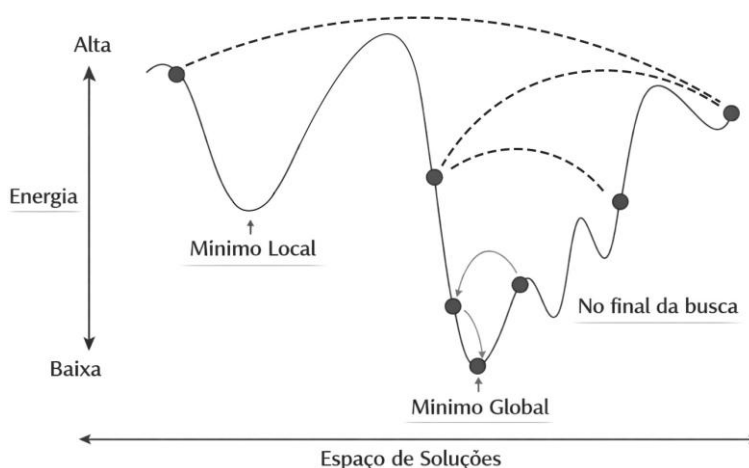
O Recozimento Simulado é uma técnica de otimização inspirada no processo físico de recozimento de metais. Nesse processo, quando o material é aquecido a altas temperaturas e resfriado lentamente, é possível atingir um estado de energia mais baixa e uma estrutura cristalina mais estável (KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983). Na computação, essa ideia é adaptada de modo que a energia do sistema representa a função objetivo, enquanto a temperatura controla a transição entre os estados de busca.

Diferente de outros métodos de busca mais simples, o SA permite aceitar movimentos que pioram a solução atual, possibilitando a saída de ótimos locais. Essa flexibilidade é baseada no Critério de Metropolis, funcionando como uma regra de decisão para o algoritmo. Ele avalia a chance de aceitar um resultado pior, levando em conta o impacto na função objetivo e a temperatura atual (METROPOLIS *et al.*, 1953).

A eficácia dessa estratégia está diretamente relacionada ao controle da

temperatura ao longo do tempo (LUNDY; MEES, 1986). Inicialmente, com temperaturas elevadas, o sistema incentiva a exploração ao permitir uma maior aceitação de soluções que podem não ser as melhores. À medida que a temperatura vai diminuindo, o algoritmo passa a focar mais no refinamento da solução, se tornando mais seletivo até convergir para um mínimo global ou uma solução de qualidade. É justamente esse equilíbrio entre a liberdade inicial para explorar e o ajuste fino no final que faz dessa abordagem uma ferramenta poderosa para superar a rigidez dos métodos tradicionais. Na Figura 3 é possível visualizar como se dá o processo de transição entre a exploração ampla e o refinamento detalhado.

Figura 3 – Busca por Recozimento Simulado.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

2.3.4 Busca Tabu

A Busca Tabu é uma técnica de otimização baseada em princípios de inteligência artificial que busca soluções eficientes para problemas complexos. Diferente de algoritmos que apostam na aleatoriedade, o TS utiliza estruturas de memória para orientar o processo de exploração. Essa abordagem se assemelha ao processo de aprendizado humano, onde o sistema registra decisões anteriores para evitar repetir os mesmos caminhos e, assim, prevenir ficar preso em soluções locais que pareçam boas, mas não são (GLOVER; LAGUNA, 1999).

O funcionamento do algoritmo consiste em criar restrições temporárias dos últimos movimentos. Sempre que uma mudança é realizada, ela é registrada em uma "Lista

Tabu". Por um período determinado, qualquer movimento que tente desfazer essa mudança se torna proibido, ou seja, passa a ser considerada "tabu". Essa estratégia incentiva o algoritmo a explorar novas regiões, mesmo que isso signifique, temporariamente, aceitar uma solução de qualidade inferior.

Para evitar que o sistema não se torne muito rígido, a Busca Tabu utiliza o chamado Critério de Aspiração. Essa regra permite que uma restrição seja ignorada caso um movimento proibido leve a uma solução que supere a melhor já encontrada. Dessa forma, o algoritmo consegue equilibrar a disciplina da memória com a chance de encontrar o ótimo global de maneira mais eficiente (GLOVER, 1990)

2.3.5 *Busca em Vizinhança Variável*

A Busca em Vizinhança Variável, proposta por Mladenovi e Hansen (1997), é uma técnica que ajuda a resolver problemas de otimização, tanto combinatória quanto global. Ela funciona explorando o espaço de soluções de forma sistemática, trocando entre diferentes estruturas de vizinhança ao longo do processo de busca, juntamente com uma procura local (HANSEN; MLADENOVIC; MORENO-PÉREZ, 2010). O grande diferencial dessa abordagem é a sua habilidade de alternar entre múltiplas vizinhanças, o que permite uma exploração mais abrangente do espaço de soluções. Assim, ela evita ficar presa em ótimos locais e consegue refinar as soluções de forma contínua.

Essa capacidade de escapar de ótimos locais posiciona o VNS como uma ferramenta eficiente para problemas de complexidade elevada. O sucesso dessa abordagem se deve, principalmente, pelo equilíbrio entre exploração ampla do espaço de busca e refinamento local. Essa combinação faz com que ela seja bastante útil em cenários com muitas variáveis e soluções possíveis. Diversas áreas têm utilizado esse algoritmo e, até agora, vêm mostrando resultados excelentes, como no roteamento de veículos com janelas de tempo (YILMAZ; KALAYCI, 2022) e em problemas de agrupamento de dados, como no *k-means* (KAZAKOVTSEV *et al.*, 2020).

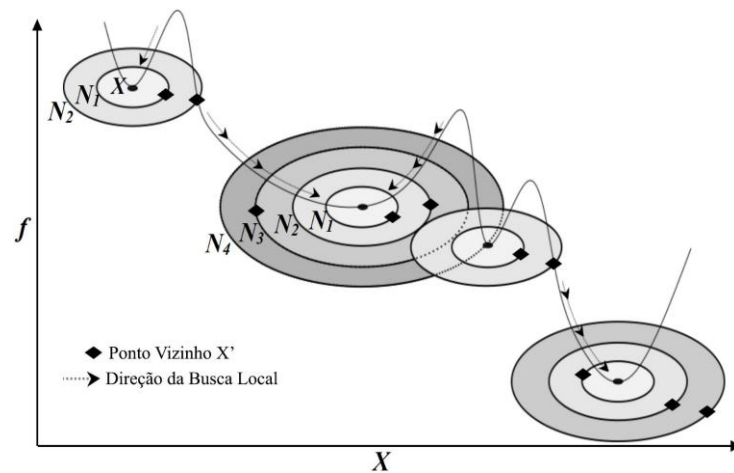
O funcionamento do algoritmo VNS pode ser entendido a partir de algumas etapas principais que se repetem ao longo de toda a busca por uma melhor solução. Primeiramente, é definido um conjunto de estruturas de vizinhança diferentes, em que cada uma representa um tipo de mudança que pode ser feita, como trocar elementos de lugar, inverter uma sequência, remover e inserir partes da solução em outra posição, entre outras formas (ARMAS; MORENO-PÉREZ, 2025). Com as estruturas de vizinhança definidas, o

algoritmo precisa de uma solução inicial como ponto de partida, podendo ser encontrada de maneira aleatória ou com base em algum critério.

Depois disso, é aplicada uma etapa chamada de *shaking* (sacudida), que consiste em fazer uma perturbação aleatória na solução atual dentro da vizinhança escolhida. Essa sacudida serve justamente para tirar o algoritmo de possíveis ótimos locais (MATIC; KRATICA; FILIPOVIC, 2017). Logo após o *shaking*, é realizada a etapa de busca local, cujo objetivo é refinar a nova solução, testando pequenas modificações ao seu redor. Segundo Mladenovi e Hansen (1997), essa etapa é mais cautelosa e procura melhorar a qualidade da solução dentro daquela vizinhança específica.

Por fim, o algoritmo compara a nova solução com a anterior. Caso a nova se mostre superior, ela é adotada como solução atual, e reinicia o processo a partir da primeira vizinhança. Se não houver melhoria, o algoritmo simplesmente avança para a próxima vizinhança e tenta novamente. Esse ciclo continua até que algum critério de parada seja atingido, como um número máximo de iterações ou um limite de tempo (HANSEN; MLADENOVIC; MORENO-PÉREZ, 2010). Na Figura 4 é possível observar visualmente como é o funcionamento do algoritmo.

Figura 4 – Processo de Busca no VNS.



Fonte: Adaptado de Pambudi e Kawamura (2022).

2.3.6 Critérios de Comparação de Metaheurísticas

Ao lidar com problemas complexos de otimização, é comum recorrer ao uso de

metaheurísticas, como algoritmos genéticos, colônia de formigas, VNS, entre outros. Como existem diferentes estratégias disponíveis, se torna essencial compará-las de forma justa e criteriosa, principalmente para entender qual delas oferece o melhor desempenho em determinada situação (BARTZ-BEIELSTEIN *et al.*, 2020). Para isso, alguns critérios são amplamente utilizados na literatura.

Um dos principais pontos de avaliação é a qualidade das soluções encontradas, ou seja, quão próximas elas estão do valor ótimo conhecido ou de uma boa referência. Além disso, também é levado em conta o tempo de execução, já que muitas vezes é necessário equilibrar bons resultados com prazos curtos. Outro fator importante é a robustez, que se refere à capacidade do algoritmo de manter bons desempenhos em diferentes execuções, mesmo com um certo grau de aleatoriedade envolvida (GREENBERG, 1990).

Também é comum avaliar o comportamento de convergência, observando se o algoritmo melhora as soluções progressivamente ou se tende a parar cedo em soluções medianas, o que pode indicar um problema de convergência prematura (BARTZ-BEIELSTEIN *et al.*, 2020). Em alguns casos, ainda se analisa a facilidade de configuração, já que alguns métodos exigem muitos parâmetros que precisam ser ajustados manualmente, o que pode dificultar a aplicação prática (VERMETTEN *et al.*, 2022).

Por fim, uma comparação adequada deve considerar o uso de instâncias equivalentes de teste, ou seja, os algoritmos precisam ser aplicados nas mesmas situações, com o mesmo tempo disponível e sob as mesmas condições. Também é recomendado realizar várias execuções e utilizar ferramentas estatísticas para garantir que as diferenças observadas entre os métodos realmente sejam significativas. Nesse contexto, é comum a aplicação inicial de testes de normalidade, como Shapiro-Wilk ou Kolmogorov-Smirnov, seguidos pela verificação da homogeneidade das variâncias por meio do teste de Levene. A partir dessas verificações, são aplicados testes de hipóteses para comparação entre grupos. Quando essas suposições são atingidas, métodos paramétricos como a Anova ou métodos não paramétricos como o Kruskal-Wallis são aplicados (HOLLANDER; WOLFE, 1999).

De forma geral, esses critérios ajudam a compreender melhor o comportamento das metaheurísticas e a escolher aquela que melhor atende às necessidades de um problema específico, com equilíbrio entre desempenho, estabilidade e viabilidade prática.

2.3.7 Trabalhos Correlatos

Muitos estudos vêm sendo feitos buscando resolver os problemas no

planejamento da produção florestal testando diferentes algoritmos e abordagens. O objetivo principal é encontrar a melhor configuração para esses modelos, garantindo resultados de alta qualidade sem exigir um tempo de processamento excessivo.

Junior (2010) avaliou a aplicabilidade do algoritmo ILSMulti (*Iterated Local Search*) na solução do problema de planejamento florestal multiobjetivo, comparando sua performance com o algoritmo SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*). Os resultados foram analisados levando em consideração as médias de cardinalidade e de distância das soluções geradas. Os resultados indicaram uma superioridade do algoritmo ILSMulti quando comparado com o SPEA, conseguindo explorar o complexo espaço de soluções viáveis do problema de maneira adequada.

Barral, Cosme e Lacerda (2023) propuseram uma heurística para solucionar o problema de planejamento de produção florestal com o objetivo de encontrar soluções iniciais válidas. Esse estudo validou o uso das soluções geradas pela heurística avaliando o impacto da inclusão dessas soluções no conjunto inicial das metaheurísticas GA, Algoritmo de Seleção Clonal (CLONALG) e VNS. Por fim, os autores apontaram que a heurística desenvolvida pode ser uma alternativa viável para a tomada de decisão rápida, além de que as soluções geradas auxiliam na melhora dos desempenhos das metaheurísticas

3 METODOLOGIA

A metodologia presente nesse trabalho tem como objetivo alinhar a fundamentação teórica com a aplicação prática dos algoritmos propostos em um problema de planejamento da produção. O foco está na caracterização do problema, na descrição das metaheurísticas e do estudo comparativo realizado.

3.1 Caracterização da Pesquisa

Essa pesquisa se configura como um estudo de caso, uma vez que está centrada na aplicação de técnicas de otimização em um cenário específico de planejamento da produção florestal. Essa abordagem permite uma análise aprofundada do problema real, considerando as particularidades operacionais e estratégicas da situação em estudo.

Além disso, se trata de uma pesquisa quantitativa, em que os resultados serão avaliados por meio de experimentos comparativos entre cinco algoritmos de metaheurísticas: Algoritmo Genético, Otimização por Colônia de Formigas, Recozimento Simulado, Busca Tabu e Busca em Vizinhança Variável. Os dados obtidos serão tratados de forma objetiva, permitindo mensurar o desempenho de cada algoritmo com base em métricas específicas, como a viabilidade das soluções e o Valor Presente Líquido (VPL). Essa abordagem possibilita uma análise precisa da eficácia dos métodos aplicados e contribui para a validação técnica da proposta.

3.2 Características da Base de Dados

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi utilizada uma base de dados originada de um estudo apresentado por Júnior *et al.* (2021), que simula um cenário realista de manejo em uma floresta de eucalipto. Essa floresta possui talhões com idades variando entre 1 e 6 anos e cobre uma área total de 4.210 hectares. Ao todo, a área foi dividida em 120 unidades de manejo (ou talhões), cada uma representando uma parcela independente da floresta sobre a qual podem ser tomadas decisões específicas.

Para cada um desses talhões, foram consideradas 81 prescrições de manejo diferentes, refletindo combinações variadas de colheita e replantio ao longo de um horizonte de planejamento de 16 anos. Essas prescrições envolvem decisões como a idade em que ocorrerá

o corte, sempre entre 5 e 7 anos, e o replantio imediato após a colheita. A escolha de uma dessas prescrições define toda a trajetória futura daquele talhão: sua idade em cada ano, o volume de madeira produzido e o retorno econômico obtido.

A base de dados contém no total 9.720 registros, correspondentes a todas as combinações possíveis entre talhões e prescrições (120×81). Cada linha da base representa a aplicação de uma alternativa de manejo específica a um talhão. As informações estão organizadas em 20 colunas, descritas da seguinte forma: a coluna 1, o número do talhão, variando de 1 a 120; a coluna 2 a idade inicial do talhão no início do horizonte de planejamento; a coluna 3 o identificador da prescrição de manejo aplicada, de 1 a 81; já as colunas 4 a 19, representam o volume de madeira produzido, em metros cúbicos (m^3), em cada um dos 16 anos de planejamento; e por fim a coluna 20, o Valor Presente Líquido (VPL) associado à aplicação daquela prescrição no talhão em questão (Figura 5).

Figura 5 – Representação da base de dados.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | 19 | 20 |
|------|-----|-----|-----|------|-----|------|--------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | ... | 0 | 14703 |
| 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | ... | 0 | 14703 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 9719 | 120 | 6 | 80 | 8960 | ... | 8960 | 442508 |
| 9720 | 120 | 6 | 81 | 8960 | ... | 8960 | 442508 |

Fonte: Adaptado de Barral, Cosme e Lacerda (2023)

Essa estrutura permite avaliar diferentes soluções de planejamento florestal, onde uma solução completa consiste na seleção de uma prescrição para cada talhão. A qualidade de cada solução é medida principalmente pelo VPL total obtido e pela regularidade do volume produzido ao longo do tempo, em comparação com as faixas mínimas (D_{min}) e máximas (D_{max}) de demanda industrial exigidas para cada ano do horizonte. A função objetivo segue a estrutura proposta por Johnson e Scheurman (1977) e é definida pela Equação (3.1):

$$\max VPL = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^P VPL_{ij} \cdot X_{ij} \quad (3.1)$$

Sujeita às seguintes restrições:

$$\sum_{j=1}^P X_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^P V_{ijk} \cdot X_{ij} \geq D_{\min k} \quad \forall k \in \{1, \dots, 16\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^P V_{ijk} \cdot X_{ij} \leq D_{\max k} \quad \forall k \in \{1, \dots, 16\} \quad (3.4)$$

$$X_{ij} \in \{0, 1\} \quad (3.5)$$

Em que o VPL_{ij} representa o VPL esperado do talhão i com a prescrição j ; o X_{ij} é a variável de decisão binária que assume valor 1 quando a prescrição j é atribuída ao talhão i , e 0 caso contrário; M representa o número total de talhões; P o número de prescrições disponíveis; V_{ijk} o volume de madeira produzido pelo talhão i , sob a prescrição j , no período k do horizonte de planejamento; e $D_{\min k}$ e $D_{\max k}$ correspondem, respectivamente, à demanda mínima e máxima de madeira no período k .

Adicionalmente, conforme adotado por Matos *et al.* (2019), foi utilizado o método das penalidades para lidar com violações das restrições de produção. Nesse método, o valor da função objetivo é reduzido em R\$ 500,00 para cada metro cúbico de madeira produzido acima ou abaixo dos limites estabelecidos. A função objetivo penalizada é dada pela Equação (3.6):

$$\max VPL = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^P VPL_{ij} \cdot X_{ij} - P \sum_{k=1}^T d_k \quad (3.6)$$

Em que P representa o valor da penalidade monetária e d_k corresponde ao valor absoluto do desvio volumétrico, em metros cúbicos, em relação aos limites $D_{\min k}$ e $D_{\max k}$ no período k .

3.3 Descrição dos experimentos

No Algoritmo Genético, cada solução foi representada por um cromossomo, cujos genes indicam a prescrição de manejo escolhida para um talhão específico da floresta.

A população inicial de 30 indivíduos foi gerada de forma aleatória. O método de seleção por torneio entre 10 indivíduos foi realizado para selecionar os pais, seguido pelo cruzamento de um ponto com a probabilidade de 50%. A diversidade genética foi mantida via mutação por troca (*swap*), onde as prescrições de dois talhões aleatórios são permutadas com uma probabilidade de 30%. A transição para a nova geração foi estruturada por meio de elitismo, preservando os 10 melhores indivíduos, enquanto as demais vagas foram preenchidas por descendentes selecionados via torneio de 10 indivíduos. A configuração desses parâmetros foi definida após testar os conjuntos de configurações de parâmetros conforme os resultados dos testes apresentados na Tabela 5, no Apêndice B. A implementação desse algoritmo se encontra no algoritmo A.1 presente no Apêndice A.

No ACO, as soluções foram construídas iterativamente por uma colônia de 80 formigas artificiais. A construção de cada caminho foi orientada por uma regra de transição probabilística que equilibra a intensidade do feromônio, com expoente $\alpha = 2, 0$, e a informação heurística, com expoente $\beta = 1, 0$. Como forma de orientar a formiga na escolha do melhor caminho durante a construção da solução, a heurística utilizou o VPL ajustado por uma penalidade produtiva. Essa penalidade foi calculada a partir da variação entre o VPL até o momento e o VPL com a nova prescrição, em função do distanciamento em relação aos limites de produção. Dessa forma, soluções que se aproximavam desses limites eram menos penalizadas, buscando maximizar o VPL total sem violar as restrições produtivas.

Após cada ciclo, ocorre a atualização dos feromônios, que inclui uma taxa de evaporação de 90% ($\rho = 0,9$), impondo uma renovação rápida da memória coletiva da colônia. O depósito de feromônio é realizado de forma seletiva por meio de um mecanismo de elitismo, que beneficia as 5 melhores formigas da iteração atual, além de um reforço adicional aplicado à melhor solução global encontrada até o momento. Para garantir o equilíbrio entre exploração e refinamento do espaço de busca, os níveis de feromônio são estritamente limitados ao intervalo entre $\tau_{min} = 0, 1$ e $\tau_{max} = 10, 0$, evitando a concentração excessiva de trilhas em subótimos locais e a estagnação prematura do algoritmo. Os parâmetros foram ajustados por meio de testes experimentais, cujos resultados estão expostos na Tabela 6, inserida no Apêndice B. A implementação desse algoritmo pode ser encontrada com mais detalhes no algoritmo A.2 presente no Apêndice A.

No Recozimento Simulado, o processo teve início com uma temperatura máxima $T_{max} = 100$, reduzindo gradualmente em 5% ($\alpha = 0, 95$) até atingir o limite inferior $T_{min} = 0, 01$. A cada mudança de temperatura, foram realizados um total de 50 iterações de busca local, na tentativa de melhoria. A exploração da vizinhança se deu por meio do *swap*. Quando a

temperatura chega no limite inferior, o sistema estabiliza, focando apenas em refinar a melhor solução encontrada até que o critério de parada seja atingido. Essa configuração de hiperparâmetros foi determinada com base em testes detalhados na Tabela 7, no Apêndice B. A implementação desse algoritmo se encontra no algoritmo A.3 presente no Apêndice A.

Na Busca Tabu, uma primeira solução aleatória foi gerada para servir de base para as próximas iterações. Cada etapa da iteração analisa um total de 20 candidatos, que são obtidos através da troca de dois talhões selecionados aleatoriamente. O movimento mais promissor dentro dessa vizinhança é incluído na solução e avança para próxima iteração. Além disso, as últimas 80 trocas realizadas são registradas em uma lista tabu e classificadas como movimentos proibidos, permitindo que o algoritmo evite repetir os mesmos passos e continue explorando novas soluções. Essa restrição só é quebrada pelo critério de aspiração, em que uma troca proibida é aceita somente se a solução gerada supera a melhor já registrada. Esse processo continua até que o critério de parada seja atingido. Os parâmetros foram definidos com base em uma série de testes, cujos resultados estão documentados na Tabela 8 do Apêndice B. A implementação desse algoritmo está presente no algoritmo A.4 presente no Apêndice A.

Na Busca de Vizinhança Variável, a exploração foi realizada através de um conjunto de estruturas de vizinhança que variam conforme a intensidade da mudança. Adaptado do estudo de Júnior *et al.* (2018), o número da estrutura define a porcentagem de prescrições alteradas aleatoriamente, variando entre 1% e 2% da solução total. O procedimento de busca local utilizado foi o *swap*, permutando duas prescrições aleatórias, utilizando um total de 10 vizinhos para cada ciclo. Os parâmetros foram definidos com base nos testes apresentados na Tabela 9 do Apêndice B. A implementação desse algoritmo pode ser encontrada no algoritmo A.5 presente no Apêndice A.

3.4 Métodos de avaliação

Após a implementação, foi realizado um estudo comparativo para avaliar a eficácia de cada abordagem na resolução do problema. Para a avaliação do desempenho, os algoritmos foram aplicados ao cenário proposto por Júnior *et al.* (2021) caracterizado por limites de demanda entre $140.000 m^3$ e $160.000 m^3$. Para testar a robustez dos métodos, foram definidos dois cenários adicionais com intervalos mais restritos, os mesmos utilizados em Barral, Cosme e Lacerda (2023):

- Cenário 1: Demanda entre 140.000 e 160.000 m^3 ;
- Cenário 2: Demanda entre 140.000 (D_{min}) e 150.000 m^3 (D_{max});
- Cenário 3: Demanda entre 150.000 (D_{min}) e 160.000 m^3 (D_{max}).

A avaliação se baseou no retorno financeiro, na viabilidade operacional das soluções geradas e na análise estatística dos resultados coletados.

Do ponto de vista financeiro, foi adotado o critério do Valor Presente Líquido Total apresentado na Equação 3.6. Foram analisados os valores de VPL obtidos em diferentes execuções de cada algoritmo, permitindo comparar não só o melhor resultado encontrado, mas também a consistência que cada método consegue atingir soluções vantajosas.

Além disso, foi avaliada a viabilidade das soluções geradas, considerando se os planos atendem às restrições de volume mínimo e máximo de produção anual, as quais refletem a capacidade de atender à demanda industrial ao longo do horizonte de planejamento. As soluções que apresentaram grandes variações na produção entre os anos, ou que ultrapassaram os limites estabelecidos, foram consideradas inviáveis/não válidas. Essa análise permite verificar se os algoritmos conseguem, além de otimizar financeiramente, propor planos de manejo realistas para serem postos em prática.

Para garantir a robustez das conclusões, os resultados foram submetidos a uma análise estatística. Considerando o caráter estocástico das metaheurísticas, os resultados foram obtidos a partir de múltiplas execuções independentes, permitindo uma avaliação mais confiável do desempenho médio e da variabilidade observada. Primeiramente, foi necessário descobrir como os dados estão distribuídos para poder direcionar os testes corretos. Com esse objetivo, foi realizado o teste de Shapiro-Wilk separadamente nos algoritmos dentro de cada um dos cenários para determinar se os dados referentes às melhores soluções são, ou não, de uma distribuição normal (SHAPIRO; WILK, 1965).

Além do teste formal, a normalidade foi inspecionada visualmente utilizando gráficos Q-Q (*Quantile-Quantile plots*), permitindo verificar desvios nas caudas, assimetrias ou presença de *outliers* (WASILEWSKI, 1989). Para os cenários em que a normalidade foi atendida, foram avaliados a homogeneidade das variâncias entre os algoritmos por meio do teste de Levene. Com base nos resultados dos testes de normalidade e homocedasticidade, foi definido automaticamente o teste estatístico mais apropriado para a comparação entre algoritmos em cada cenário:

- Quando os dados apresentaram normalidade e homocedasticidade, foi aplicada o método ANOVA de uma via (FISHER, 1992).
- Quando os dados apresentaram normalidade, porém variâncias não homogêneas, se utilizou a ANOVA de Welch (WELCH, 1951).
- Quando a suposição de normalidade não foi atendida, independentemente da homocedasticidade, foi utilizado o teste não paramétrico de Kruskal-Wallis (KRUSKAL; WALLIS, 1952).

Nos casos em que o teste global indicou diferenças estatisticamente significativas entre os algoritmos, foram realizados testes *post-hoc* para identificar quais pares de algoritmos diferiram entre si:

- Para a ANOVA tradicional, foi utilizado o teste Tukey HSD, adequado quando as variâncias são homogêneas (TUKEY, 1949).
- Para a ANOVA de Welch, foi aplicado o teste Games-Howell, que não assume igualdade de variâncias nem tamanhos amostrais iguais (GAMES; HOWELL, 1976).
- Para o teste de Kruskal-Wallis, quando aplicável, foi utilizado o teste de Dunn com correção de Bonferroni, a fim de controlar o erro onde se acredita que existe diferença onde não tem (DUNN, 1961).

A análise conjunta desses critérios permitiu identificar os pontos fortes e as limitações de cada abordagem, fornecendo fundamentação para a escolha de estratégias mais eficazes no contexto do planejamento florestal. Dessa forma, a avaliação não se limitou apenas à eficiência numérica, mas também à aplicabilidade prática das soluções no cenário real de produção.

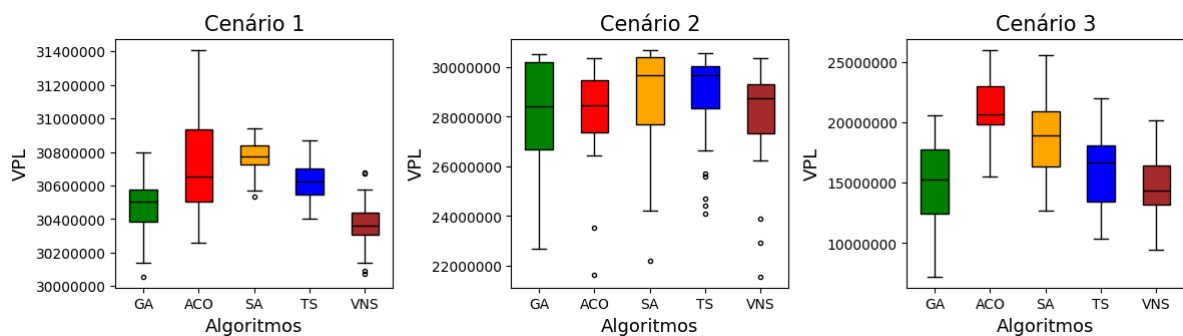
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação das metaheurísticas selecionadas ao problema de planejamento da produção florestal, bem como a discussão crítica desses resultados frente aos objetivos propostos neste trabalho. As análises realizadas buscam avaliar o comportamento dos métodos em diferentes cenários de restrição de demanda, considerando tanto o retorno econômico, representado pelo VPL, quanto a viabilidade das soluções geradas.

4.1 Avaliação do desempenho das metaheurísticas nos cenários estudados

O desempenho das cinco metaheurísticas foi avaliado em três cenários diferentes, com o propósito de comparar a eficiência e a capacidade de convergência de cada método em situações variadas. Cada algoritmo foi executado um total de 30 vezes, tendo como critério de parada 5.000 cálculos da função objetivo. Na Figura 6, é possível observar a distribuição e o comportamento dos dados através de *boxplots*.

Figura 6 – Análise da Distribuição dos Melhores Resultados dos Modelos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Ao se analisar a quantidade de execuções com soluções válidas presentes na Tabela 1, é possível observar que no primeiro cenário todas as abordagens apresentaram excelentes resultados, sendo o GA o único a apresentar todas as execuções com soluções válidas. Já nos Cenários 2 e 3, o número de soluções válidas apresentou uma queda significativa, apontando no máximo 8 soluções válidas do GA e TS no segundo cenário e

nenhuma execução válida em todos os métodos no terceiro cenário. Isto se justifica pelo fato de que esses cenários impõem limites de restrições mais rígidos, dificultando a obtenção de soluções válidas.

Tabela 1 – Resultados das metaheurísticas em cada cenário estudado, contendo o método avaliado, o Valor Presente Líquido médio, mínimo e máximo, o desvio padrão e a verificação da existência de soluções válidas no final da execução das 30 execuções.

| Modelo | Média | Mínimo | Máximo | Desvio Padrão | Execuções com Soluções Válidas |
|------------------|------------|------------|------------|---------------|--------------------------------|
| Cenário 1 | | | | | |
| GA | 30472267.7 | 30058816.0 | 30800399.0 | 168586 | 30 |
| ACO | 30710422.3 | 30258762.0 | 31407833.0 | 295627 | 29 |
| SA | 30778714.6 | 30533712.0 | 30941683.0 | 102927 | 27 |
| TS | 30623592.7 | 30401109.0 | 30869474.0 | 115739 | 27 |
| VNS | 30366438.7 | 30075589.0 | 30680784.0 | 143740 | 28 |
| Cenário 2 | | | | | |
| GA | 28107095.2 | 22692622.0 | 30534319.0 | 2200768 | 8 |
| ACO | 28079432.3 | 21646087.0 | 30362965.0 | 1912986 | 4 |
| SA | 28720766.1 | 22205268.0 | 30686758.0 | 2194514 | 5 |
| TS | 28764272.9 | 24104088.0 | 30567707.0 | 1934491 | 8 |
| VNS | 28008360.6 | 21575457.0 | 30376877.0 | 2047659 | 1 |
| Cenário 3 | | | | | |
| GA | 15067774.4 | 7253983.0 | 20622077.0 | 3274317 | 0 |
| ACO | 21112010.8 | 15511814.0 | 25989531.0 | 2851074 | 0 |
| SA | 18910340.3 | 12682474.0 | 25605629.0 | 3449278 | 0 |
| TS | 16360303.1 | 10330759.0 | 22003460.0 | 3195139 | 0 |
| VNS | 14559795.8 | 9424926.0 | 20194837.0 | 2814215 | 0 |

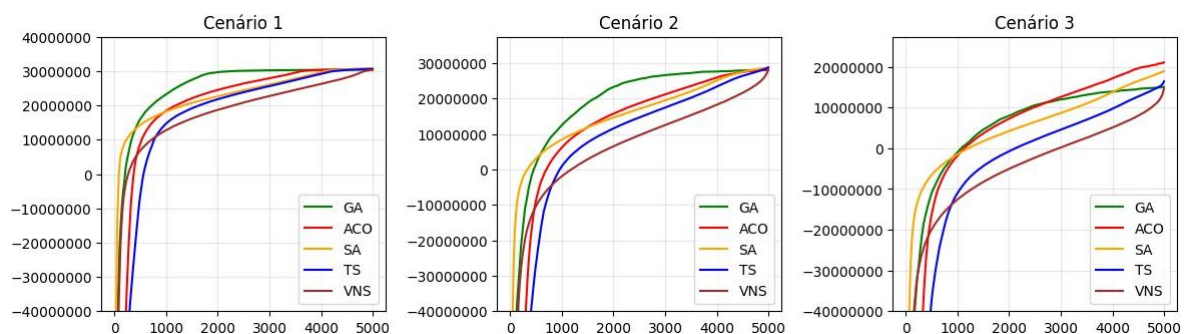
Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

A Figura 7 ilustra o VPL ao longo das execuções das metaheurísticas. Nesta

figura, é possível observar como se deu a evolução da função objetivo ao longo das iterações, além do comportamento de convergência das metaheurísticas.

Em todos os cenários, as metaheurísticas apresentam forte melhoria nos primeiros 1.000 a 2.000 passos, seguida de uma desaceleração progressiva. No Cenário 1, o GA estabiliza por volta das 2.000 iterações, enquanto os demais algoritmos apresentam estabilização mais tardia, por volta das 3.500 iterações, com melhorias pequenas no restante do processo. No Cenário 2, o GA começa a estagnar por volta das 2.000 iterações, enquanto os outros algoritmos iniciam a estagnação por volta das 4.000 iterações; o VNS, em particular, exibe uma melhora rápida nas últimas iterações. No Cenário 3, os algoritmos mostram uma maior dispersão no comportamento, onde o GA estagna por volta das 3.000 iterações, enquanto o VNS e o TS apresentam melhora perceptível no final das iterações.

Figura 7 – Análise da Convergência dos Modelos (VPL x Cálculo da Função Objetivo).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Para a comparação estatística entre os resultados dos algoritmos, foram aplicados testes baseados na distribuição das amostras. A normalidade dos dados foi validada pelo teste de Shapiro-Wilk juntamente com a análise visual dos gráficos Q-Q apresentados na Figura 8 do Apêndice C. Os resultados mostraram que os Cenários 1 e 3 apresentavam uma distribuição normal, enquanto o Cenário 2 não seguia esse padrão. Com isso em mente, todos os cenários passaram pelo teste de Levene para verificar a homocedasticidade. Foi confirmado que os Cenários 2 e 3 apresentavam variâncias homogêneas, enquanto o Cenário 1 apresentava heterocedasticidade. A partir desses resultados, foi determinado a aplicação do teste de ANOVA de Welch no Cenário 1, do teste de Kruskal-Wallis no Cenário 2 e, por fim, do teste de ANOVA clássico no Cenário 3 (Tabela 2).

Tabela 2 – Testes estatísticos aplicados por cenário

| Cenário | Distribuição Normal | Homocedasticidade | Teste Aplicado |
|-----------|---------------------|-------------------|----------------|
| Cenário 1 | Sim | Não | ANOVA de Welch |
| Cenário 2 | Não | Sim | Kruskal-Wallis |
| Cenário 3 | Sim | Sim | ANOVA Clássico |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Após os testes preliminares, foi verificado que os Cenários 1 e 3 apresentam uma diferença significativa entre os algoritmos analisados. No Cenário 2, pelo fato de não possuírem muitas diferenças, não é possível afirmar estatisticamente a superioridade de um algoritmo sobre o outro, o que indica uma equivalência entre seus desempenhos. Na Tabela 12 presente no Apêndice C, é possível verificar essas informações com mais detalhes. Com base nesses resultados, foram realizados os testes de Games-Howell no Cenário 1 e de Tukey HSD no Cenário 3, a fim de comparar os algoritmos entre si e identificar diferenças significativas.

No primeiro cenário, os resultados mostram que o SA e o ACO apresentam as médias mais altas, enquanto o VNS e o GA apresentam médias inferiores. Especificamente, o ACO apresenta uma média significativamente maior que a do GA e do VNS; o GA possui média significativamente menor em relação ao SA e TS; o SA apresenta média significativamente maior que a do TS e do VNS; e o TS apresenta média significativamente maior que a do VNS. Os rankings dos métodos no Cenário 1 podem ser visualizados na Tabela 3.

Tabela 3 – Ranking dos Métodos no Cenário 1

| Ranking | Método |
|---------|---------|
| 1 | ACO, SA |
| 2 | TS, GA |
| 3 | VNS |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

No terceiro cenário, os resultados indicam que o ACO e o SA apresentam as médias mais altas, sendo a média do ACO ligeiramente superior à do SA, porém sem diferença estatisticamente significativa entre elas. Ambos apresentam médias significativamente maiores do que as médias de GA, TS e VNS. Entre os métodos com médias inferiores, o TS apresenta a maior média, seguido pelo GA e, por fim, pelo VNS; entretanto, as diferenças entre as médias de GA, TS e VNS não são estatisticamente significativas. Os rankings dos métodos no Cenário 3 podem ser visualizados na Tabela 4. Detalhes adicionais sobre os testes *post-hoc* dos Cenários 1 e 3 podem ser visualizados nas Tabela 13 e Tabela 14 do Apêndice C.

Tabela 4 – Ranking dos Métodos no Cenário 3

| Ranking | Método |
|---------|-------------|
| 1 | ACO, SA |
| 2 | TS, GA, VNS |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal fazer uma comparação entre diferentes metaheurísticas na resolução do problema de planejamento da produção florestal. O foco foi maximizar o VPL, levando em conta as restrições de demanda mínima e máxima ao longo do ano. Para isso, foram revisados os conceitos teóricos de cada abordagem e depois a modelagem e adaptação dos algoritmos para o contexto do problema. Com essa base, foi possível avaliar o quão bem cada método consegue gerar soluções viáveis, além de comparar cada um em termos de retorno financeiro.

Os resultados mostraram que as abordagens foram capazes de gerar soluções viáveis, porém com desempenhos distintos em relação à qualidade, estabilidade e sensibilidade às restrições impostas. O GA se mostrou mais robusto em relação ao número total de soluções com execuções válidas, enquanto o ACO e SA tiveram um melhor desempenho em relação às médias finais, reforçando a importância de escolher a técnica mais adequada de acordo com as características específicas do problema.

Dessa forma, a questão norteadora da pesquisa que buscava entender como as diferentes abordagens metaheurísticas se comparam em termos de geração de soluções válidas e competitivas, pode ser respondida afirmando que não há um método que seja melhor em todos os casos. Esse resultado depende do nível de restrição do cenário que está sendo analisado.

Outro ponto relevante é a limitação deste estudo, uma vez que a análise foi realizada com base em uma única instância de dados, o que pode restringir a generalização dos resultados. Além disso, embora tenham sido feitos ajustes nos hiperparâmetros, diferentes configurações poderiam influenciar o desempenho relativo dos algoritmos. Vale destacar também que o modelo considerou apenas restrições específicas de produção, não incorporando outras variáveis importantes do setor, como limitações logísticas detalhadas ou incertezas de mercado.

Embora os resultados tenham permitido uma avaliação consistente dos métodos analisados, a complexidade do problema de planejamento florestal indica que ainda há múltiplas dimensões a serem exploradas. Como trabalhos futuros, podem ser explorados a incorporação de abordagens híbridas que combinem as vantagens de diferentes paradigmas metaheurísticos, além da inclusão de novos cenários restritivos ou então a aplicação dessas metaheurísticas em algum cenário real com fim de validar como seriam seus resultados na

prática.

Por fim, este trabalho contribui para a literatura ao oferecer uma avaliação comparativa estruturada entre diferentes classes de metaheurísticas, além de destacar o potencial dessas abordagens como ferramentas eficazes para auxiliar nas tomadas de decisões eficazes no problema de planejamento da produção florestal.

REFERÊNCIAS

- AGUSTIAN, K. *et al.* The impact of digital transformation on business models and competitive advantage. **Technology and Society Perspectives (TACIT)**, v. 1, p. 79–93, 10 2023.
- ALBADR, M. A.; TIUN, S.; AYOB, M.; AL-DHIEF, F. Genetic algorithm based on natural selection theory for optimization problems. **Symmetry**, v. 12, n. 11, 2020. ISSN 2073-8994. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-8994/12/11/1758>.
- ARMAS, J. D.; MORENO-PÉREZ, J. A. A survey on variable neighborhood search for sustainable logistics. **Algorithms**, v. 18, n. 1, 2025. ISSN 1999-4893. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4893/18/1/38>.
- BARRAL, I. A.; COSME, L. B.; LACERDA, A. S. M. Proposta de heurística para a geração de soluções válidas para um problema de planejamento da produção florestal. **Revista da Universidade Federal de Minas Gerais**, v. 30, 2023. ISSN 2965-6931. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/revistadaufmg/article/view/46940>.
- BARTZ-BEIELSTEIN, T. *et al.* Benchmarking in Optimization: Best Practice and Open Issues. 2020. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2007.03488>.
- BETTINGER, P.; BOSTON, K. Forest planning heuristicscurrent recommendations and research opportunities for s-metaheuristics. **Forests**, v. 8, n. 12, 2017. ISSN 1999-4907. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4907/8/12/476>.
- BLUM, C. Ant colony optimization: Introduction and recent trends. **Physics of Life Reviews**, v. 2, n. 4, p. 353–373, 2005. ISSN 1571-0645. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1571064505000333>.
- CADENAS, J. M.; GARRIDO, M. C.; MUÑOZ, E. Using machine learning in a cooperative hybrid parallel strategy of metaheuristics. **Information Sciences**, Elsevier, v. 179, n. 19, p. 3255–3267, 2009.
- CASAS, N. Genetic algorithms for multimodal optimization: a review. **CoRR**, abs/1508.05342, 2015. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1508.05342>.
- COIT, D.; SMITH, A.; TATE, D. Adaptive penalty methods for genetic optimization of constrained combinatorial problems. **INFORMS Journal on Computing**, v. 8, 06 1998.
- DAMAEVIIUS, R.; MOZGERIS, G.; KURTI, A.; MASKELINAS, R. Digital transformation of the future of forestry: an exploration of key concepts in the principles behind forest 4.0. **Frontiers in Forests and Global Change**, Volume 7 - 2024, 2024. ISSN 2624-893X. Disponível em: <https://www.frontiersin.org/journals/forests-and-global-change/articles/10.3389/ffgc.2024.1424327>.
- DORIGO, M. Ottimizzazione, apprendimento automatico, ed algoritmi basati su metafora naturale (optimization, learning and natural algorithms). Doctorate in Systems and Information Electronic Engineering, Politecnico di Milano, Italy, 1992.

DORIGO, M.; STÜTZLE, T. The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications, and advances. In: _____. [S.l.: s.n.], 2006. v. 37, p. 250–285. ISBN 9781402072635.

DUNN, O. J. Multiple comparisons among means. **Journal of the American Statistical Association**, v. 56, p. 52–64, 1961. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122009246>.

DYCK, B. Benefits of planted forests: Social, ecological and economic. 01 2003.

FISHER, R. A. Statistical methods for research workers. In: _____. **Breakthroughs in Statistics: Methodology and Distribution**. New York, NY: Springer New York, 1992. p. 66–70. ISBN 978-1-4612-4380-9. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4380-9_6.

GAMES, P. A.; HOWELL, J. F. Pairwise multiple comparison procedures with unequal n's and/or variances: A monte carlo study. **Journal of Educational Statistics**, [Sage Publications, Inc., American Educational Research Association, American Statistical Association], v. 1, n. 2, p. 113–125, 1976. ISSN 03629791. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1164979>.

GASPAR-CUNHA, A.; TAKAHASHI, R.; ANTUNES, C. Manual de computação evolutiva e metaheurística. [S.l.: s.n.], 2012. ISBN 9789892605838.

GLOVER, F. Tabu search part ii. **ORSA Journal on Computing**, v. 2, p. 4–32, 02 1990.

GLOVER, F.; LAGUNA, M. Tabu search I. [S.l.: s.n.], 1999. v. 1. ISBN 978-0-7923-9965-0.

GREENBERG, H. J. Computational testing: Why, how and how much. **ORSA Journal on Computing**, INFORMS, v. 2, n. 1, p. 94–97, 1990.

HANSEN, P.; MLADENOVIC, N.; MORENO-PÉREZ, J. Variable neighbourhood search: Methods and applications. **4OR**, v. 175, p. 367–407, 02 2010.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. Introdução à pesquisa operacional. 9. ed. [S.l.]: Amgh, 2013. ISBN 9788580551198.

HOLLAND, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. **The MIT Press**, 1992. ISBN 9780262275552. Disponível em: <https://direct.mit.edu/books/book/2574/Adaptation-in-Natural-and-Artificial-SystemsAn>.

HOLLANDER, M.; WOLFE, D. A. Nonparametric Statistical Methods. second. [S.l.]: Wiley, 1999.

JOHNSON, K. N.; SCHEURMAN, H. L. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives discussion and synthesis. **Forest Science**, 1977.

Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:92095525>.

JUNIOR, A. A. D. B. Aplicações de heurísticas em problemas de planejamento florestal

multiobjetivo. fev. 2010. Disponível em: <https://locus.ufv.br/items/caa48f20-58a1-450d-bde0-e602a2956826>.

JUVENAL, T. L.; MATTOS, R. L. G. O setor florestal no Brasil e a importância do reflorestamento. set. 2002. Disponível em: <http://web.bndes.gov.br/bib/jspui/handle/1408/3142>.

JÚNIOR, C. A. *et al.* Tuning of the metaheuristic variable neighborhood search for a forest planning problem. **CERNE**, v. 24, p. 259–268, 09 2018.

JÚNIOR, C. A. A.; CASTRO, R. V. O.; MENDES, J. B.; LEITE, H. G. Can linear programming assist metaheuristics in forest production planning problem? 2021. ISSN 1982-4688. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/52146>.

KANDA, J. *et al.* Meta-learning to select the best meta-heuristic for the traveling salesman problem: A comparison of meta-features. **Neurocomputing**, v. 205, p. 393–406, 2016. ISSN 0925-2312. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231216302867>.

KAZAKOVTSSEV, L.; ROZHNOV, I.; POPOV, A.; TOVBIS, E. Self-adjusting variable neighborhood search algorithm for near-optimal k-means clustering. **Computation**, v. 8, n. 4, 2020. ISSN 2079-3197. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2079-3197/8/4/90>.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.; VECCHI, M. Optimization by simulated annealing. **Science (New York, N.Y.)**, v. 220, p. 671–80, 06 1983.

KRUSKAL, W. H.; WALLIS, W. A. Use of ranks in one-criterion variance analysis. **Journal of the American Statistical Association**, [American Statistical Association, Taylor & Francis, Ltd.], v. 47, n. 260, p. 583–621, 1952. ISSN 01621459, 1537274X. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2280779>.

LACERDA, E.; CARVALHO, A. D.; LUDERMIR, T. Um tutorial sobre algoritmos genéticos. **RITA**, v. 9, p. 7–39, 01 2002.

LASCU, A.; NEGULESCU, S.; DZITAC, I. Balancing between exploration and exploitation in aco. **International Journal of Computers Communications & Control**, v. 12, p. 265, 02 2017.

LUNDY, M.; MEES, A. Convergence of an annealing algorithm. **Mathematical programming**, **Springer**, v. 34, n. 1, p. 111–124, 1986.

MATIC, D.; KRATICA, J.; FILIPOVIC, V. Variable neighborhood search for solving bandwidth coloring problem. **Computer Science and Information Systems**, National Library of Serbia, v. 14, n. 2, p. 309327, 2017. ISSN 2406-1018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.2298/CSIS160320012M>.

MATOS, L. M. A. *et al.* Influência dos parâmetros da metaheurística algoritmo genético em um problema de planejamento florestal. **Advances in Forestry Science**, v. 6, p. 767–774, 12 2019.

MAVROVOUNIOTIS, M.; ANASTASIADOU, M. N.; HADJIMITSIS, D. Measuring the performance of ant colony optimization algorithms for the dynamic traveling salesman problem. **Algorithms**, v. 16, n. 12, 2023. ISSN 1999-4893. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4893/16/12/545>.

METROPOLIS, N. *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**, v. 21, p. 1087–1092, 01 1953.

MLADENOVI, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. **Computers & Operations Research**, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, nov. 1997. ISSN 03050548. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054897000312>.

MUTHUKRISHNAN. Ant Colony Optimization (ACO) Muthukrishnan. 2023. Disponível em: <https://muthu.co/ant-colony-optimization-aco/>.

NOBRE, S. R. A heurística da razão-r aplicada a problemas de gestão florestal. 1999.

PAMBUDI, D.; KAWAMURA, M. Constructing the neighborhood structure of vns based on binomial distribution for solving qubo problems. **Algorithms**, v. 15, n. 6, 2022. ISSN 1999-4893. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4893/15/6/192>.

PERES, F.; CASTELLI, M. Combinatorial optimization problems and metaheuristics: Review, challenges, design, and development. **Applied Sciences**, v. 11, n. 14, 2021. ISSN 2076-3417. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2076-3417/11/14/6449>.

PRIORE, P.; GÓMEZ, A.; PINO, R.; ROSILLO, R. Dynamic scheduling of manufacturing systems using machine learning: An updated review. **Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing**, v. 28, n. 1, p. 8397, 2014.

RAHMAN, M. A. *et al.* Nature-inspired metaheuristic techniques for combinatorial optimization problems: Overview and recent advances. **Mathematics**, v. 9, n. 20, 2021. ISSN 2227-7390. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/20/2633>.

RANA, P.; VARSHNEY, L. R. Trustworthy predictive algorithms for complex forest system decision-making. **Frontiers in Forests and Global Change**, Volume 3 - 2020, 2021. ISSN 2624-893X. Disponível em: <https://www.frontiersin.org/journals/forests-and-global-change/articles/10.3389/ffgc.2020.587178>.

RODRIGUES, M. I. Categoria Profissional 3º Lugar: Análise financeira de investimentos em concessão florestal por meio de métodos determinísticos e estocásticos. 2016. Disponível em: <http://repositorio.enap.gov.br/jspui/handle/1/6861>.

SANTOS, B. B. Procedimentos híbridos na exploração do espaço de soluções de problemas de natureza combinatória uma aplicação ao planejamento florestal. fev. 2007. Disponível em: <http://locus.ufv.br/handle/123456789/2670>.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, v. 52, n. 3-4, p. 591–611, 12 1965. ISSN 0006-3444. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/biomet/52.3-4.591>.

SHAVAZIPOUR, B.; SUNDSTRÖM, L. E. Decision support for sustainable forest harvest planning using multi-scenario multiobjective robust optimization. 2024. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2405.16612>.

TALBI, E.-G. Metaheuristics: from design to implementation. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

TAMPEKIS, S. *et al.* Conceptualizing forest operations planning and management using principles of functional complex systems science to increase the forests ability to withstand climate change. **Land**, v. 13, n. 2, 2024. ISSN 2073-445X. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-445X/13/2/217>.

TOMAR, V.; BANSAL, M.; SINGH, P. Metaheuristic algorithms for optimization: A brief review. **Engineering Proceedings**, v. 59, n. 1, 2023. ISSN 2673-4591. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2673-4591/59/1/238>.

TRAVERSA, F. L.; CICOTTI, P.; SHELDON, F.; VENTRA, M. D. Evidence of an exponential speed-up in the solution of hard optimization problems. 2017. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1710.09278>.

TUKEY, J. W. Comparing individual means in the analysis of variance. **Biometrics**, v. 52, p. 99–114, 1949. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:806596>.

ULVDAL, P. *et al.* Handling uncertainties in forest information: the hierarchical forest planning process and its use of information at large forest companies. **Forestry: An International Journal of Forest Research**, v. 96, 07 2022.

VERMETTEN, D. *et al.* Analyzing the Impact of Undersampling on the Benchmarking and Configuration of Evolutionary Algorithms. 2022. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2204.09353>.

VIANA, V.; CANCELA, H.; PRADENAS, L. Modelling the forest harvesting tour problem. **RAIRO - Operations Research**, v. 57, n. 5, p. 2769–2781, set. 2023. ISSN 0399-0559, 2804-7303. Disponível em: <https://www.rairo-ro.org/10.1051/ro/2023142>.

WASILEWSKI, Z. The use of graphical displays in the analysis of structural change. In: . **Statistical Analysis and Forecasting of Economic Structural Change**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1989. p. 167–188. ISBN 978-3-662-02571-0. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-662-02571-0_11.

WELCH, B. L. On the comparison of several mean values: An alternative approach. **Biometrika**, v. 38, p. 330–336, 1951. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122592121>.

YILMAZ, Y.; KALAYCI, C. B. Variable neighborhood search algorithms to solve the electric vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. **Mathematics**, v. 10, n. 17, 2022. ISSN 2227-7390. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-7390/10/17/3108>.

APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO DAS METAHEURISTICAS

Algoritmo A.1: Algoritmo Genético para Planejamento Florestal

Input: *POPULACAO, P_CRUZAMENTO, P_MUTACAO, K_ELITISMO, MaxAval, MaxExec*

Output: Melhor solução global e estatísticas

```

1 Pré-processar dados e carregar soluções aleatórias;
2 for exec → 1 to MaxExec do
3   Inicializar população P → gerar indivíduos aleatórios;
4   avaliacoes → 0;
5   Avaliar população P;
6   while avaliacoes < MaxAval do
7     // Seleção por torneio
8     pares → [];
9     for i → 1 to POPULACAO do
10      ind1 → torneio(P);
11      ind2 → torneio(P sem ind1);
12      pares.append({ind1, ind2});
13    // Operadores Genéticos
14    Q → [];
15    for cada par em pares do
16      (ind1, ind2) → par;
17      r1 → random();
18      if r1 ≤ P_CRUZAMENTO then
19        | filho → cruzamento(ind1, ind2);
20      else
21        | filho → ind1 ou ind2 aleatoriamente;
22      r2 → random();
23      if r2 ≤ P_MUTACAO then
24        | filho → mutacao(filho);
25      Q.append(filho);
26    Avaliar população Q;
27    // Substituição com elitismo
28    P → manter K_ELITISMO melhores de P + completar com torneio de Q;
29  Selecionar melhor indivíduo de P;

```

Algoritmo A.2: ACO-MMAS para o Problema de Planejamento Florestal

Input: $K_FORMIGSA$, α , β , ρ , $K_ELITISMO$, $MaxAval$, $MaxExec$, D_{min} , D_{max} , w **Output:** Melhor solução global e estatísticas

- 1 Pré-processar dados e calcular matrizes $VPL[t,p]$ e $PROD[t,p]$;
- 2 **for** $exec \rightarrow 1$ **to** $MaxExec$ **do**
 - 3 Inicializar $\tau[t,p] \rightarrow \tau_{max}$;
 - 4 $melhor_global \rightarrow \emptyset$;
 - 5 $avaliacoes \rightarrow 0$;
 - 6 **while** $avaliacoes < MaxAval$ **do**
 - 7 //==== Construção da Colônia ====
 - 8 **for** $k \rightarrow 1$ **to** $K_FORMIGAS$ **do**
 - 9 $producao \rightarrow 0$;
 - 10 $penalidade \rightarrow 0$;
 - 11 **for** $t \rightarrow 1$ **to** $TALHOES$ **do**
 - 12 **for** $p \rightarrow 1$ **to** $PRESCRICOES$ **do**
 - 13 $prod_{temp} \rightarrow producao + PROD[t,p]$;
 - 14 **if** $prod_{temp} < D_{min}$ **then**
 - 15 $penal_{temp} \rightarrow (D_{min} - prod_{temp}) \cdot w$;
 - 16 **else if** $prod_{temp} > D_{max}$ **then**
 - 17 $penal_{temp} \rightarrow (prod_{temp} - D_{max}) \cdot w$;
 - 18 **else**
 - 19 $penal_{temp} \rightarrow 0$;
 - 20 $\Delta \rightarrow penal_{temp} - penalidade$;
 - 21 $VPL_{aj} \rightarrow \max(VPL[t,p] - \max(\Delta, 0), \epsilon)$;
 - 22 $\eta[t,p] \rightarrow (VPL_{aj})^\beta$;
 - 23 $\tilde{\tau}[t,p] \rightarrow (\tau[t,p])^\alpha$;
 - 24 Calcular probabilidades:
$$P[t,p] = \frac{\tilde{\tau}[t,p] \cdot \eta[t,p]}{\sum_j \tilde{\tau}[t,j] \cdot \eta[t,j]}$$
 - 25 Selecionar prescrição p^* por roleta probabilística;
 - 26 $producao \rightarrow producao + PROD[t,p^*]$;
 - 27 $penalidade \rightarrow penal_{temp}(p^*)$;
 - 28 Avaliar solução completa: $fitness \rightarrow VPL_{total} - penalidade$;
 - 29 Armazenar solução na colônia;
 - 30 //==== Atualização do Melhor Global ====
 - 31 Selecionar melhor solução da colônia;
 - 32 **if** $melhor_da_colônia > melhor_global$ **then**
 - 33 $Atualizar\ melhor_global$;
 - 34 //==== Atualização de Feromônio (MMAS) ====
 - 35 $\tau[t,p] \rightarrow (1 - \rho)\tau[t,p]$;
 - 36 Selecionar os $K_ELITISMO$ melhores da colônia;
 - 37 **for** *cada* $solução\ elitista$ **do**
 - 38 $Depositar\ feromônio\ proporcional\ ao\ ranking$;
 - 39 $Depositar\ reforço\ adicional\ da\ melhor\ solução\ global$;
 - 40 $Limitar\ \tau[t,p]$ ao intervalo $[\tau_{min}, \tau_{max}]$;

Algoritmo A.3: Simulated Annealing para Planejamento Florestal

Input: $T_MAX, T_MIN, \alpha, ITER_PER_T, MaxAval, MaxExec$
Output: Melhor solução global e estatísticas

```

1 Pré-processar dados e carregar soluções aleatórias;
2 for  $exec \rightarrow 1$  to  $MaxExec$  do
3   Inicializar  $avaliacoes \rightarrow 0$ ;
4    $solucao\_atual \rightarrow$  gerar indivíduo aleatório;
5   Avaliar  $solucao\_atual$ ;
6    $melhor\_solucao \rightarrow solucao\_atual$ ;
7    $temperatura \rightarrow T\_MAX$ ;
8   while  $temperatura \geq T\_MIN$  e  $avaliacoes < MaxAval$  do
9     for  $i \rightarrow 1$  to  $ITER\_PER\_T$  do
10       $vizinho \rightarrow$  gerar vizinho de  $solucao\_atual$ ;
11      Avaliar  $vizinho$ ;
12       $\Delta \rightarrow solucao\_atual.fitness - vizinho.fitness$ ;
13      if  $\Delta < 0$  ou  $random() < e^{-\Delta/temperatura}$  then
14         $solucao\_atual \rightarrow vizinho$ ;
15        if  $solucao\_atual.fitness > melhor\_solucao.fitness$  then
16           $melhor\_solucao \rightarrow solucao\_atual$ ;
17      Atualizar temperatura:  $temperatura \rightarrow \max(temperatura \cdot \alpha, T\_MIN)$ ;

```

Algoritmo A.4: Tabu Search para Planejamento Florestal

Input: K_TABU , $K_NEIGHBORS$, $MaxAval$, $MaxExec$
Output: Melhor solução global e estatísticas

```

1 Pré-processar dados e carregar soluções aleatórias;
2 for  $exec \rightarrow 1$  to  $MaxExec$  do
3   Inicializar  $avaliacoes \rightarrow 0$ ;
4    $solucao\_atual \rightarrow$  gerar indivíduo aleatório;
5   Avaliar  $solucao\_atual$ ;
6    $melhor\_solucao \rightarrow solucao\_atual$ ;
7   Inicializar  $fila\_tabu \rightarrow []$ ;
8   while  $avaliacoes < MaxAval$  do
9      $vizinhanca \rightarrow$  gerar  $K\_NEIGHBORS$  movimentos;
10     $melhor\_vizinho \rightarrow None$ ;
11     $melhor\_fitness\_troca \rightarrow -\infty$ ;
12    for cada troca  $(i, j)$  em  $vizinhanca$  do
13       $candidato \rightarrow solucao\_atual.valores$  com troca  $(i, j)$ ;
14      Avaliar  $candidato$ ;
15       $esta\_no\_tabu \rightarrow (i, j) \in fila\_tabu$ ;
16      if  $(candidato.fitness > melhor\_fitness\_troca$  e  $\neg esta\_no\_tabu)$  ou
           $(candidato.fitness > melhor\_solucao.fitness)$  then
17         $melhor\_vizinho \rightarrow candidato$ ;
18         $melhor\_troca \rightarrow (i, j)$ ;
19         $melhor\_fitness\_troca \rightarrow candidato.fitness$ ;
20    if  $melhor\_vizinho \neq None$  then
21       $solucao\_atual \rightarrow melhor\_vizinho$ ;
22    if  $solucao\_atual.fitness > melhor\_solucao.fitness$  then
23       $melhor\_solucao \rightarrow solucao\_atual$ ;
24    if  $melhor\_troca \neq None$  then
25      Adicionar  $melhor\_troca$  e movimento reverso na  $fila\_tabu$ ;
26    while  $|fila\_tabu| > K\_TABU$  do
27      Remover o movimento mais antigo da  $fila\_tabu$  e  $set\_tabu$ ;

```

Algoritmo A.5: Variable Neighborhood Search (VNS) para Planejamento Florestal

Input: $K_NEIGHBORHOOD, K_NEIGHBORS, MaxAval, MaxExec$
Output: Melhor solução global e estatísticas

```

1 Pré-processar dados e carregar soluções aleatórias;
2 for  $exec \rightarrow 1$  to  $MaxExec$  do
3   Inicializar  $avaliacoes \rightarrow 0$ ;
4    $solucao\_atual \rightarrow$  gerar indivíduo aleatório;
5   Avaliar  $solucao\_atual$ ;
6    $melhor\_global \rightarrow solucao\_atual$ ;
7   while  $avaliacoes < MaxAval$  do
8      $k \rightarrow 1$ ;
9     while  $k \leq K\_NEIGHBORHOOD$  e  $avaliacoes < MaxAval$  do
10       $vizinho \rightarrow$  gerar vizinho de  $solucao\_atual$  com intensidade  $k$ ;
11      Avaliar  $vizinho$ ;
12       $melhor\_local \rightarrow$  busca local em  $vizinho$  usando  $K\_NEIGHBORS$ ;
13      if  $melhor\_local.fitness > solucao\_atual.fitness$  then
14         $solucao\_atual \rightarrow melhor\_local$ ;
15         $k \rightarrow 1$ ;
16        if  $solucao\_atual.fitness > melhor\_global.fitness$  then
17           $melhor\_global \rightarrow solucao\_atual$ ;
18      else
19         $k \rightarrow k + 1$ ;
20      Atualizar  $avaliacoes$  conforme número de vizinhos avaliados;

```

APÊNDICE B – AVALIAÇÃO DE HIPERPARÂMETROS

A avaliação dos hiperparâmetros das metaheurísticas foi realizada utilizando o critério de parada de 5.000 cálculos da função objetivo e o conjunto de soluções iniciais aleatórias. Para cada configuração de parâmetros foram realizadas 30 execuções, e a média dos resultados foi considerada.

No caso do Algoritmo Genético (AG), foram avaliados diferentes tamanhos de população, probabilidades de cruzamento e de mutação, conforme apresentado na Tabela 5. A melhor configuração encontrada correspondeu a uma população de 30 indivíduos, probabilidade de cruzamento de 0.50 e probabilidade de mutação de 0.30, obtendo a maior média de desempenho.

Para o Algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas (ACO), os parâmetros avaliados incluíram o número de formigas, os fatores α e β , e a taxa de evaporação ρ , conforme mostrado na Tabela 6. A melhor combinação de hiperparâmetros foi encontrada com 80 formigas, $\alpha = 2.00$, $\beta = 1.00$ e $\rho = 0.90$, alcançando a maior média de resultados.

No Algoritmo de Recozimento Simulado (SA), foram testados diferentes valores de α e número de iterações por temperatura, com os resultados apresentados na Tabela 7. A configuração que proporcionou melhor desempenho consistiu em $\alpha = 0.95$ e 50 iterações por temperatura.

Para o Algoritmo de Busca Tabu (TS), os parâmetros avaliados foram o tamanho da lista tabu e o número de vizinhos testados, conforme indicado na Tabela 8. O melhor desempenho foi obtido para uma lista tabu com 80 posições e 20 vizinhos.

Já para a Busca em Vizinhança Variável (VNS), foram testadas diferentes estruturas de vizinhança e números de vizinhos, conforme Tabela 9. A melhor combinação foi obtida utilizando a estrutura de vizinhança 2 e 10 vizinhos.

Tabela 6 – Avaliação dos hiperparâmetros do ACO.

| Número de Formigas | α | β | ρ | Média |
|--------------------|----------|---------|--------|-----------------|
| 20 | 1.00 | 1.00 | 0.10 | 10448030.733333 |
| 20 | 1.00 | 1.00 | 0.30 | 11941316.833333 |
| 20 | 1.00 | 1.00 | 0.50 | 9914993.666667 |
| 20 | 1.00 | 1.00 | 0.90 | 11228464.366667 |

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 6

| Número de Formigas | α | β | ρ | Média |
|--------------------|----------|---------|--------|-----------------|
| 20 | 1.00 | 2.00 | 0.10 | 11491547.400000 |
| 20 | 1.00 | 2.00 | 0.30 | 11392301.666667 |
| 20 | 1.00 | 2.00 | 0.50 | 10043764.833333 |
| 20 | 1.00 | 2.00 | 0.90 | 10859138.966667 |
| 20 | 1.00 | 4.00 | 0.10 | 9894927.933333 |
| 20 | 1.00 | 4.00 | 0.30 | 9658845.000000 |
| 20 | 1.00 | 4.00 | 0.50 | 10519152.266667 |
| 20 | 1.00 | 4.00 | 0.90 | 9669980.333333 |
| 20 | 2.00 | 1.00 | 0.10 | 30229158.333333 |
| 20 | 2.00 | 1.00 | 0.30 | 30513371.000000 |
| 20 | 2.00 | 1.00 | 0.50 | 30655574.933333 |
| 20 | 2.00 | 1.00 | 0.90 | 30646452.166667 |
| 20 | 2.00 | 2.00 | 0.10 | 30265944.933333 |
| 20 | 2.00 | 2.00 | 0.30 | 30532395.500000 |
| 20 | 2.00 | 2.00 | 0.50 | 30652736.233333 |
| 20 | 2.00 | 2.00 | 0.90 | 30592266.200000 |
| 20 | 2.00 | 4.00 | 0.10 | 30258473.500000 |
| 20 | 2.00 | 4.00 | 0.30 | 30452707.733333 |
| 20 | 2.00 | 4.00 | 0.50 | 30630942.800000 |
| 20 | 2.00 | 4.00 | 0.90 | 30684951.033333 |
| 20 | 4.00 | 1.00 | 0.10 | 17387971.100000 |
| 20 | 4.00 | 1.00 | 0.30 | 12594145.266667 |
| 20 | 4.00 | 1.00 | 0.50 | 11025324.666667 |
| 20 | 4.00 | 1.00 | 0.90 | 434859.766667 |
| 20 | 4.00 | 2.00 | 0.10 | 18307282.966667 |
| 20 | 4.00 | 2.00 | 0.30 | 15005689.933333 |
| 20 | 4.00 | 2.00 | 0.50 | 10746081.066667 |
| 20 | 4.00 | 2.00 | 0.90 | -1420384.733333 |
| 20 | 4.00 | 4.00 | 0.10 | 17235368.366667 |
| 20 | 4.00 | 4.00 | 0.30 | 14936520.866667 |

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 6

| Número de Formigas | α | β | ρ | Média |
|--------------------|----------|---------|--------|-----------------|
| 20 | 4.00 | 4.00 | 0.50 | 9146997.000000 |
| 20 | 4.00 | 4.00 | 0.90 | -3427282.566667 |
| 50 | 1.00 | 1.00 | 0.10 | 8277850.466667 |
| 50 | 1.00 | 1.00 | 0.30 | 10495173.800000 |
| 50 | 1.00 | 1.00 | 0.50 | 10428201.566667 |
| 50 | 1.00 | 1.00 | 0.90 | 10548683.500000 |
| 50 | 1.00 | 2.00 | 0.10 | 9736130.033333 |
| 50 | 1.00 | 2.00 | 0.30 | 11663495.133333 |
| 50 | 1.00 | 2.00 | 0.50 | 12680238.533333 |
| 50 | 1.00 | 2.00 | 0.90 | 11726939.066667 |
| 50 | 1.00 | 4.00 | 0.10 | 9895763.400000 |
| 50 | 1.00 | 4.00 | 0.30 | 11971919.900000 |
| 50 | 1.00 | 4.00 | 0.50 | 10191415.833333 |
| 50 | 1.00 | 4.00 | 0.90 | 10923699.433333 |
| 50 | 2.00 | 1.00 | 0.10 | 29984802.100000 |
| 50 | 2.00 | 1.00 | 0.30 | 30501122.666667 |
| 50 | 2.00 | 1.00 | 0.50 | 30594003.766667 |
| 50 | 2.00 | 1.00 | 0.90 | 30617215.366667 |
| 50 | 2.00 | 2.00 | 0.10 | 30022311.833333 |
| 50 | 2.00 | 2.00 | 0.30 | 30427700.066667 |
| 50 | 2.00 | 2.00 | 0.50 | 30588984.066667 |
| 50 | 2.00 | 2.00 | 0.90 | 30620053.700000 |
| 50 | 2.00 | 4.00 | 0.10 | 30094084.066667 |
| 50 | 2.00 | 4.00 | 0.30 | 30455286.533333 |
| 50 | 2.00 | 4.00 | 0.50 | 30572943.766667 |
| 50 | 2.00 | 4.00 | 0.90 | 30668198.533333 |
| 50 | 4.00 | 1.00 | 0.10 | 22054006.466667 |
| 50 | 4.00 | 1.00 | 0.30 | 20572230.666667 |
| 50 | 4.00 | 1.00 | 0.50 | 20033096.233333 |
| 50 | 4.00 | 1.00 | 0.90 | 14240441.400000 |
| 50 | 4.00 | 2.00 | 0.10 | 20352874.666667 |
| 50 | 4.00 | 2.00 | 0.30 | 20221413.800000 |
| 50 | 4.00 | 2.00 | 0.50 | 20197771.400000 |

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 6

| Número de Formigas | α | β | ρ | Média |
|--------------------|----------|---------|--------|-----------------|
| 50 | 4.00 | 2.00 | 0.90 | 12267481.233333 |
| 50 | 4.00 | 4.00 | 0.10 | 22568300.566667 |
| 50 | 4.00 | 4.00 | 0.30 | 21219615.366667 |
| 50 | 4.00 | 4.00 | 0.50 | 21204171.833333 |
| 50 | 4.00 | 4.00 | 0.90 | 12342617.300000 |
| 80 | 1.00 | 1.00 | 0.10 | 7872017.833333 |
| 80 | 1.00 | 1.00 | 0.30 | 11317150.566667 |
| 80 | 1.00 | 1.00 | 0.50 | 11494614.700000 |
| 80 | 1.00 | 1.00 | 0.90 | 11519829.200000 |
| 80 | 1.00 | 2.00 | 0.10 | 8973659.600000 |
| 80 | 1.00 | 2.00 | 0.30 | 12639293.633333 |
| 80 | 1.00 | 2.00 | 0.50 | 11277888.666667 |
| 80 | 1.00 | 2.00 | 0.90 | 13537136.600000 |
| 80 | 1.00 | 4.00 | 0.10 | 8630493.733333 |
| 80 | 1.00 | 4.00 | 0.30 | 9684811.333333 |
| 80 | 1.00 | 4.00 | 0.50 | 11993561.100000 |
| 80 | 1.00 | 4.00 | 0.90 | 10055434.966667 |
| 80 | 2.00 | 1.00 | 0.10 | 28289490.433333 |
| 80 | 2.00 | 1.00 | 0.30 | 30433969.000000 |
| 80 | 2.00 | 1.00 | 0.50 | 30607660.100000 |
| 80 | 2.00 | 1.00 | 0.90 | 30710422.300000 |
| 80 | 2.00 | 2.00 | 0.10 | 28542902.033333 |
| 80 | 2.00 | 2.00 | 0.30 | 30411882.666667 |
| 80 | 2.00 | 2.00 | 0.50 | 30443975.333333 |
| 80 | 2.00 | 2.00 | 0.90 | 30614699.100000 |
| 80 | 2.00 | 4.00 | 0.10 | 29019083.000000 |
| 80 | 2.00 | 4.00 | 0.30 | 30402234.933333 |
| 80 | 2.00 | 4.00 | 0.50 | 30494874.900000 |
| 80 | 2.00 | 4.00 | 0.90 | 30573283.366667 |
| 80 | 4.00 | 1.00 | 0.10 | 24932553.333333 |
| 80 | 4.00 | 1.00 | 0.30 | 22901334.366667 |
| 80 | 4.00 | 1.00 | 0.50 | 23802415.433333 |
| 80 | 4.00 | 1.00 | 0.90 | 15673851.466667 |

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 6

| Número de Formigas | α | β | ρ | Média |
|--------------------|----------|---------|--------|-----------------|
| 80 | 4.00 | 2.00 | 0.10 | 22476615.066667 |
| 80 | 4.00 | 2.00 | 0.30 | 24819395.966667 |
| 80 | 4.00 | 2.00 | 0.50 | 24248849.500000 |
| 80 | 4.00 | 2.00 | 0.90 | 14594272.666667 |
| 80 | 4.00 | 4.00 | 0.10 | 23356506.200000 |
| 80 | 4.00 | 4.00 | 0.30 | 24005509.033333 |
| 80 | 4.00 | 4.00 | 0.50 | 23061856.633333 |
| 80 | 4.00 | 4.00 | 0.90 | 19007194.333333 |

Tabela 5 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo Genético.

| Tam. População | Prob. Cruzamento | Prob. Mutação | Média |
|----------------|------------------|---------------|-----------------|
| 30 | 0.30 | 0.10 | 30141554.000000 |
| 30 | 0.30 | 0.20 | 30287523.133333 |
| 30 | 0.30 | 0.30 | 30470277.400000 |
| 30 | 0.50 | 0.10 | 29909065.133333 |
| 30 | 0.50 | 0.20 | 30387429.633333 |
| 30 | 0.50 | 0.30 | 30472267.733333 |
| 30 | 0.80 | 0.10 | 30128139.333333 |
| 30 | 0.80 | 0.20 | 30391529.966667 |
| 30 | 0.80 | 0.30 | 30458794.100000 |
| 50 | 0.30 | 0.10 | 30187090.433333 |
| 50 | 0.30 | 0.20 | 30315990.833333 |
| 50 | 0.30 | 0.30 | 30400016.433333 |
| 50 | 0.50 | 0.10 | 30130538.133333 |
| 50 | 0.50 | 0.20 | 30394796.700000 |
| 50 | 0.50 | 0.30 | 30410781.900000 |
| 50 | 0.80 | 0.10 | 30234642.466667 |
| 50 | 0.80 | 0.20 | 30340363.400000 |
| 50 | 0.80 | 0.30 | 30432194.166667 |
| 80 | 0.30 | 0.10 | 30100429.900000 |
| 80 | 0.30 | 0.20 | 30259931.133333 |
| 80 | 0.30 | 0.30 | 30366925.866667 |
| 80 | 0.50 | 0.10 | 30134858.866667 |
| 80 | 0.50 | 0.20 | 30276668.166667 |
| 80 | 0.50 | 0.30 | 30373764.966667 |
| 80 | 0.80 | 0.10 | 30112876.066667 |
| 80 | 0.80 | 0.20 | 30377756.866667 |
| 80 | 0.80 | 0.30 | 30360532.366667 |
| 100 | 0.30 | 0.10 | 30070770.633333 |
| 100 | 0.30 | 0.20 | 30221225.966667 |
| 100 | 0.30 | 0.30 | 30277310.500000 |
| 100 | 0.50 | 0.10 | 30131357.100000 |
| 100 | 0.50 | 0.20 | 30242070.533333 |
| 100 | 0.50 | 0.30 | 30354852.833333 |
| 100 | 0.80 | 0.10 | 30208272.633333 |
| 100 | 0.80 | 0.20 | 30289586.800000 |
| 100 | 0.80 | 0.30 | 30369295.833333 |

Tabela 7 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Recozimento Simulado.

| α | Iterações por Temperatura | Média |
|----------|---------------------------|-----------------|
| 0.60 | 20 | 30714914.133333 |
| 0.60 | 50 | 30715273.266667 |
| 0.60 | 80 | 30751378.400000 |
| 0.60 | 100 | 30689740.866667 |
| 0.70 | 20 | 30750809.466667 |
| 0.70 | 50 | 30740205.600000 |
| 0.70 | 80 | 30754580.066667 |
| 0.70 | 100 | 30710844.933333 |
| 0.80 | 20 | 30737419.933333 |
| 0.80 | 50 | 30736980.666667 |
| 0.80 | 80 | 30720988.666667 |
| 0.80 | 100 | 30726256.033333 |
| 0.95 | 20 | 30724270.400000 |
| 0.95 | 50 | 30778714.566667 |
| 0.95 | 80 | 30743681.333333 |
| 0.95 | 100 | 30722834.833333 |

Tabela 8 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Busca Tabu.

| Tamanho Lista Tabu | Número de Vizinhos | Média |
|--------------------|--------------------|-----------------|
| 20 | 20 | 30580352.600000 |
| 20 | 50 | 30403437.266667 |
| 20 | 80 | 29814224.400000 |
| 20 | 100 | 28668913.633333 |
| 50 | 20 | 30607526.200000 |
| 50 | 50 | 30485122.433333 |
| 50 | 80 | 30231957.566667 |
| 50 | 100 | 29933957.200000 |
| 80 | 20 | 30623592.700000 |
| 80 | 50 | 30528331.033333 |
| 80 | 80 | 30060158.266667 |
| 80 | 100 | 27599941.100000 |
| 100 | 20 | 30571994.766667 |
| 100 | 50 | 30486604.533333 |
| 100 | 80 | 30263664.000000 |
| 100 | 100 | 29000906.000000 |

Tabela 9 – Avaliação dos hiperparâmetros do Algoritmo de Busca em Vizinhança Variável

| Estrutura de Vizinhança | Número de Vizinhos | Média |
|-------------------------|--------------------|-----------------|
| 2 | 10 | 30366438.733333 |
| 2 | 20 | 30323421.200000 |
| 2 | 50 | 30226037.433333 |
| 2 | 80 | 30186040.000000 |
| 2 | 100 | 30140289.500000 |
| 4 | 10 | 30330230.300000 |
| 4 | 20 | 30249183.233333 |
| 4 | 50 | 30223559.500000 |
| 4 | 80 | 30098371.033333 |
| 4 | 100 | 30128205.100000 |
| 8 | 10 | 30214537.866667 |
| 8 | 20 | 30131964.166667 |
| 8 | 50 | 30092280.966667 |
| 8 | 80 | 29999306.133333 |
| 8 | 100 | 30035717.400000 |
| 10 | 10 | 30077463.166667 |
| 10 | 20 | 30081143.500000 |
| 10 | 50 | 30041998.500000 |
| 10 | 80 | 30060982.033333 |
| 10 | 100 | 29933567.666667 |

APÊNDICE C – ANÁLISE DE NORMALIDADE DOS RESULTADOS

Neste apêndice são apresentados os dados que confirmaram os pressupostos necessários para a escolha do tipo de teste estatístico utilizado na avaliação das metaheurísticas: Algoritmo Genético, Otimização por Colônia de Formigas, Recozimento Simulado, Busca Tabu e Busca em Vizinhança Variável. Também incluindo os resultados dos testes aplicados. Todas as análises foram feitas considerando um nível de significância de 5%.

Inicialmente, foi realizada a análise de normalidade dos dados utilizando o teste de Shapiro-Wilk, que verifica se os dados seguem uma distribuição normal. A hipótese nula (H_0) do teste considera que os dados possuem distribuição normal. Valores de $p < 0,05$ indicam rejeição da hipótese nula, ou seja, os dados não seguem distribuição normal.

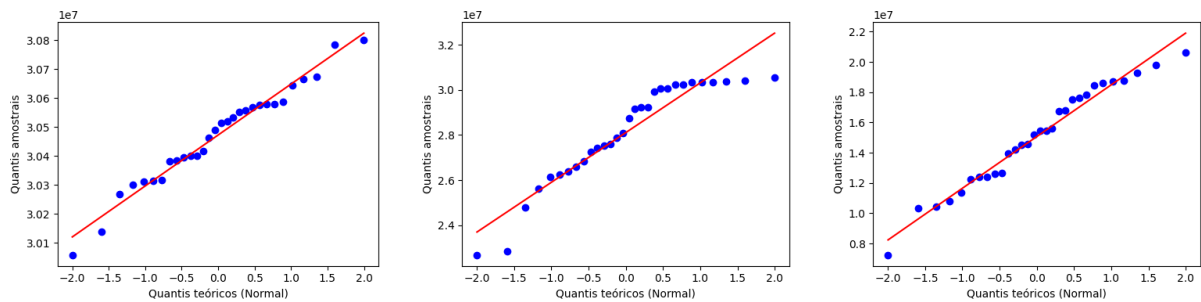
Os resultados do teste de Shapiro-Wilk para cada metaheurística e cenário estão apresentados na Tabela 10. Nos Cenários 1 e 3 a maioria das metaheurísticas apresenta distribuição normal ($p > 0,05$), enquanto no Cenário 2 todos os algoritmos apresentam $p < 0,05$, indicando ausência de normalidade neste cenário. Para complementar a análise, foram utilizados gráficos Q-Q, apresentados nas Figuras 8, que permitem avaliar visualmente a normalidade dos dados. No gráfico Q-Q, os pontos representam os quantis dos dados observados em relação aos quantis teóricos de uma distribuição normal. Quando os pontos se alinham aproximadamente sobre a linha diagonal, os dados podem ser considerados próximos da normalidade. Desvios consistentes acima ou abaixo da linha ou curvaturas indicam assimetria, enquanto dispersão fora da linha sugere presença de valores extremos ou caudas pesadas. Nos Cenários 1 e 3, os pontos seguem a linha diagonal de forma próxima, confirmando a normalidade. No Cenário 2, os pontos se afastam da linha e apresentam curvatura, reforçando a necessidade de testes não paramétricos.

Tabela 10 – Resultados do teste de Shapiro-Wilk aplicado aos resultados das metaheurísticas em cada um dos cenários

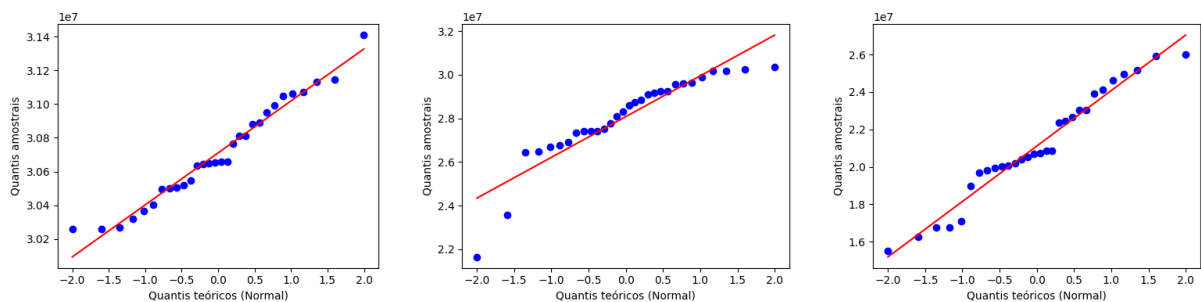
| Modelo | W | $p - value$ |
|-----------|---------|-------------|
| Cenário 1 | | |
| ACO | 0.96434 | 0.3978 |
| GA | 0.97670 | 0.7328 |
| SA | 0.95721 | 0.2624 |
| TS | 0.96789 | 0.4832 |
| VNS | 0.96234 | 0.3550 |
| Cenário 2 | | |
| ACO | 0.86364 | 0.001213 |
| GA | 0.88826 | 0.004387 |
| SA | 0.81076 | 0.0001036 |
| TS | 0.78301 | 0.00003263 |
| VNS | 0.82005 | 0.0001555 |
| Cenário 3 | | |
| ACO | 0.95827 | 0.2795 |
| GA | 0.96953 | 0.5264 |
| SA | 0.97392 | 0.6508 |
| TS | 0.96415 | 0.3936 |
| VNS | 0.97616 | 0.7169 |

Figura 8 – Análise de normalidade dos resultados dos algoritmos nos três cenários

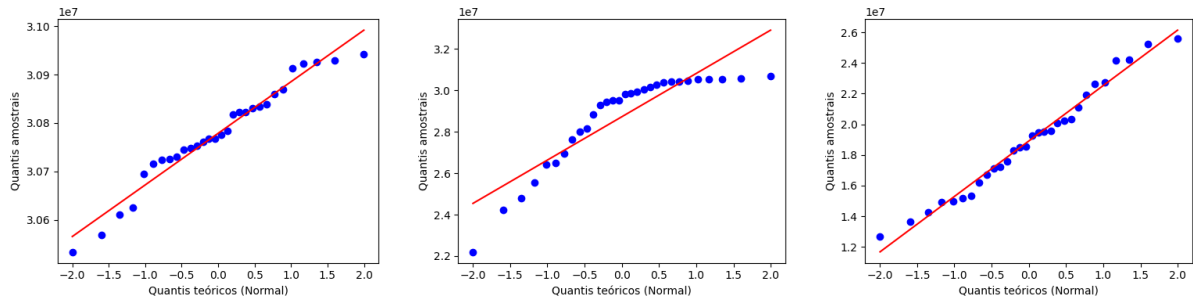
GA



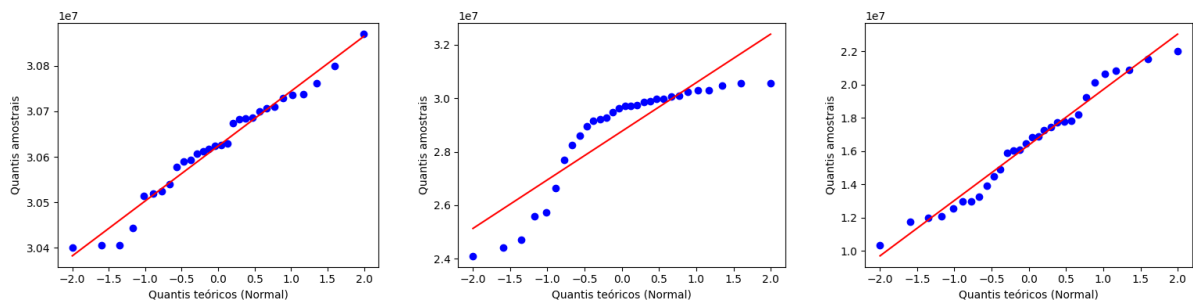
ACO



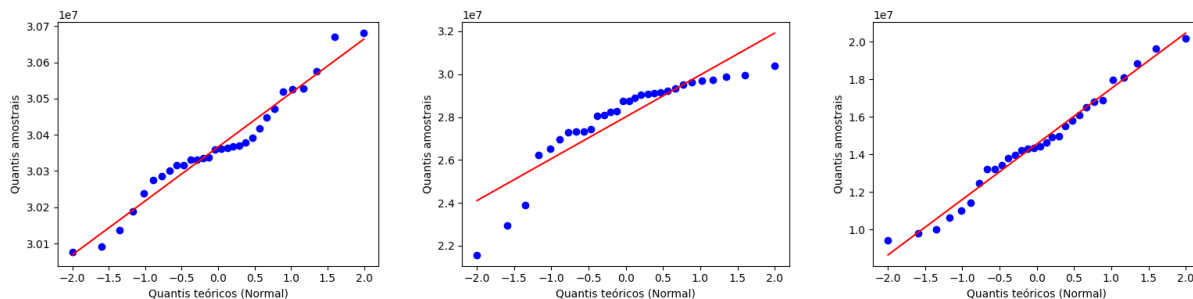
SA



TS



VNS



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Em seguida, foi avaliada a igualdade de variâncias entre os grupos utilizando o teste de Levene. A hipótese nula (H_0) considera que as variâncias são iguais entre os grupos. Valores de $p > 0,05$ indicam homogeneidade das variâncias. Conforme a Tabela 11, as variâncias do Cenário 1 são heterogêneas, enquanto nos Cenários 2 e 3 as variâncias são homogêneas. Esses resultados definem a escolha do teste estatístico adequado para cada cenário, garantindo validade das inferências.

Conforme a Tabela 11, os resultados indicam que as variâncias do Cenário 1 são heterogêneas, enquanto nos Cenários 2 e 3 as variâncias são homogêneas. Esses resultados foram determinantes para a escolha do teste estatístico adequado para cada cenário, garantindo a validade das inferências.

Tabela 11 – Resultados do teste de Levene aplicado aos resultados das metaheurísticas em cada um dos cenários

| Cenário | W | $p - value$ |
|-----------|----------|-------------|
| Cenário 1 | 10.01965 | 3.45592e-07 |
| Cenário 2 | 0.48648 | 0.745641 |
| Cenário 3 | 0.71723 | 0.581453 |

Com base nos resultados de normalidade e homocedasticidade, foram realizados os testes estatísticos globais apropriados a cada cenário. No Cenário 1, devido à heterocedasticidade, foi utilizado o teste ANOVA de Welch, que indicou diferenças significativas entre os algoritmos ($p < 0, 05$). No Cenário 2, devido à ausência de normalidade, foi aplicado o teste não paramétrico Kruskal-Wallis, que não indicou diferenças significativas ($p = 0, 05877$). No Cenário 3, onde os pressupostos da ANOVA clássica foram atendidos, a ANOVA clássica evidenciou diferenças significativas entre os algoritmos ($p < 0,05$), conforme apresentado na Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados dos testes estatísticos globais por cenário

| Cenário | Teste | $p - value$ |
|-----------|----------------|-------------|
| Cenário 1 | ANOVA de Welch | 9.9271e-19 |
| Cenário 2 | Kruskal-Wallis | 0.05877 |
| Cenário 3 | ANOVA clássica | 1.6262e-14 |

Para identificar quais pares de algoritmos apresentaram diferenças significativas, foram realizados testes *post-hoc* específicos para cada cenário. No Cenário 1, considerando a heterocedasticidade, foi aplicado o teste Games-Howell, com os pares que apresentam diferença significativa destacados na Tabela 13. No Cenário 3, foi utilizado o teste Tukey HSD, com os pares que apresentam diferença significativa destacados na Tabela 14. Diferente do teste Games-Howell, o teste Tukey HSD calcula a diferença de média com base na fórmula $\bar{B} - \bar{A}$. No Cenário 2 não foram realizados testes *post-hoc*, pois não houve diferença global significativa.

Tabela 13 – Comparações *post – hoc* pelo teste Games-Howell no cenário 1

| Comparação | Média (A) | Média (B) | Diferença das Médias | <i>p – value</i> |
|------------|---------------------|---------------------|----------------------|------------------|
| ACO vs GA | $3,071 \times 10^7$ | $3,047 \times 10^7$ | 238154.57 | 0.004060 |
| ACO vs SA | $3,071 \times 10^7$ | $3,078 \times 10^7$ | -68292.27 | 0.765387 |
| ACO vs TS | $3,071 \times 10^7$ | $3,062 \times 10^7$ | 86829.60 | 0.585889 |
| ACO vs VNS | $3,071 \times 10^7$ | $3,037 \times 10^7$ | 343983.57 | 0.000013 |
| GA vs SA | $3,047 \times 10^7$ | $3,078 \times 10^7$ | -306446.83 | 0.000000 |
| GA vs TS | $3,047 \times 10^7$ | $3,062 \times 10^7$ | -151324.97 | 0.001919 |
| GA vs VNS | $3,047 \times 10^7$ | $3,037 \times 10^7$ | 105829.00 | 0.089370 |
| SA vs TS | $3,078 \times 10^7$ | $3,062 \times 10^7$ | 155121.87 | 0.000013 |
| SA vs VNS | $3,078 \times 10^7$ | $3,037 \times 10^7$ | 412275.83 | 0.000000 |
| TS vs VNS | $3,062 \times 10^7$ | $3,037 \times 10^7$ | 257153.97 | 0.000000 |

Tabela 14 – Comparações *post – hoc* pelo teste Tukey HSD no cenário 3

| Comparação | Diferença das Médias | <i>p – value</i> ajustado | Rejeita H_0 |
|------------|----------------------|---------------------------|---------------|
| ACO vs GA | -6044236.37 | 0.0 | Sim |
| ACO vs SA | -2201670.43 | 0.0617 | Não |
| ACO vs TS | -4751707.67 | 0.0 | Sim |
| ACO vs VNS | -6552215.00 | 0.0 | Sim |
| GA vs SA | 3842565.93 | 0.0001 | Sim |
| GA vs TS | 1292528.70 | 0.5163 | Não |
| GA vs VNS | -507978.63 | 0.9719 | Não |
| SA vs TS | -2550037.23 | 0.0191 | Sim |
| SA vs VNS | -4350544.57 | 0.0 | Sim |
| TS vs VNS | -1800507.33 | 0.1883 | Não |